

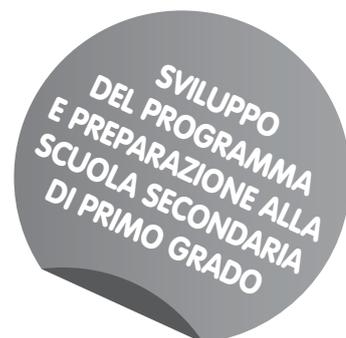
iMATERIALI
Erickson

Strumenti per la didattica, l'educazione,
la riabilitazione, il recupero e il sostegno
Collana diretta da Dario Ianes

Camillo Bortolato

MATEMATICA AL VOLO IN QUINTA

Calcolo e risoluzione di problemi
con il metodo analogico



Erickson

Indice

VII Introduzione

1 SEZIONE 1 – I numeri

Calcolo mentale: addizioni e sottrazioni
Calcolo mentale: moltiplicazioni e divisioni
Calcolo mentale con i decimali
Calcolo scritto: addizioni e sottrazioni
Calcolo scritto: moltiplicazioni e divisioni
La struttura dei numeri
Proprietà delle operazioni
Multipli e divisori
Numeri primi e composti
Potenze ed espressioni
Numeri relativi
Frazioni e numeri decimali

43 SEZIONE 2 – I problemi

Problemi introduttivi alle frazioni
Problemi con le frazioni
Problemi con le percentuali
Equivalenze e problemi con le misure
Problemi di prezzo e misura
Spesa, guadagno, ricavo – tara, peso netto, peso lordo
Problemi di prezzo e quantità
Tempo e velocità
Problemi intuitivi di proporzionalità
Problemi con risoluzione grafica
Problemi-quiz finali
Problemi di combinazione e permutazione
Problemi di probabilità
Problemi di statistica, media e moda



77 SEZIONE 3 – Geometria

Geometria operativa: linee e angoli

Geometria operativa: tracciare altezze

Geometria operativa: disegnare angoli

Geometria operativa: uso di strumenti

Geometria: linguaggio

Geometria operativa: perimetro e area

Geometria: applicazione di formule e formule inverse

Geometria: i solidi e il volume

Geometria ed economia

96 Problemi con solo testo

100 Proposte grafiche

105 Giochi di concentrazione

107 Strumenti

Introduzione

*C'è un vissuto corporeo infantile da recuperare
dietro a ogni linguaggio della matematica.*

Poiché dopo il buio viene la luce, lo stupore dei bambini che escono da tale condizione proviene dal verificare la banalità del calcolo e dei problemi aritmetici in confronto a quanto avevano supposto e sofferto. Scoprono che tutto si riconduce a innate «azioni infantili», per cui si rammaricano di aver avuto paura. Per questo i bambini bravi si stupiscono della loro difficoltà.

La prerogativa dell'essere bravi sta nell'immaginazione. Bisogna immaginare che ogni numero scritto, ogni decimale, ogni formula sia un fuoco fatuo che sparisce quando arriva la luce. Al contrario, quando questi simboli assumono consistenza, diventano un mondo di idee dentro la mente che impedisce di vedere.

Questo libro aiuta a raggiungere tale consapevolezza liberante.

Infatti è importante avere la percezione che quando arriva la comprensione non ci sei tu. Come in un salto, perdi momentaneamente il controllo. Sai da dove parti ma non sai dove arrivi. La conoscenza «ti accade».

Lasciati andare, metti il rischio, metti l'energia giusta e lascia che la conoscenza si sviluppi da sé. La mente, in ritardo, rimane sorpresa perché non era presente in quel momento, tanto che ti meravigli di te stesso per essere stato così bravo.

Questo è il processo dell'intuizione.

Lasciarsi andare

Ecco le frazioni odoranti di torta, ecco la struttura dei numeri come un palazzo di lunghissimi corridoi, ecco i multipli come alberi e le potenze come tronchi sovrapposti, ecco il minimo comune multiplo come un ponticello.

Il linguaggio verbale è quello che già conosci. Il linguaggio scritto non deve essere la tua principale preoccupazione, perché la sua collocazione è fuori di te.

Questo libro vuole «demolire» l'idea che la matematica sia in questo linguaggio di simboli.

Conta quello che succede dentro di te. Anzi, devi rinsaldare il tuo essere, perché puoi stabilire un'analogia con il nuovo solo rovistando nelle esperienze che già conosci.

Il senso della matematica è in te da quando sei nato; ciò che impari a scuola è solo un'alfabetizzazione di strumenti per rappresentare ciò che vedi dentro.

Il Metodo Analogico

Quanto esposto fin qui fa riferimento al Metodo Analogico, che è il metodo normale della vita, quello dei bambini, quello che i creatori di Apple e Windows hanno scelto come interfaccia ideale anche per gli adulti.

È il metodo in cui ogni cosa va perseguita per proprio conto, perché è umano fare una cosa alla volta, con la mente leggera.

Quello in cui ci si comporta come in casa, quando bisogna dotarsi di armadi e librerie per saper ritrovare le cose al momento opportuno, perché l'ordine delle cose è più importante delle cose stesse.

Quello in cui sparisce dallo schermo tutto l'impianto digitale per lasciare il posto all'innocenza delle icone. Così che ogni problema si riduce a un gioco in cui si maneggiano gli oggetti con il mouse come fosse una mano.

Tagli, spostati, aggiungi e, quando sei fortunato, applichi il «copia e incolla», che ti fa risparmiare un sacco di fatica. Sperimenti con sollievo la forza dell'analogia. Tutte le simmetrie sortiscono questo effetto.

Con il recupero dell'immaginazione, che è il metodo analogico, tutto cambia. Puoi usare il computer quando vuoi. Meglio se sei piccolo, perché l'intelligenza non ha età, specie in fatto di analogie.

Resta dunque concentrato su te stesso senza pensare subito al risultato. Se non comprendi un problema, aumenta la tua energia ed espandi la tua disponibilità affinché entri più luce.

Attendi in silenzio l'attimo in cui si realizza la comprensione.

Un nuovo strumento operativo

Alla luce di queste premesse, fuori dal ruolo pedante del sussidiario centrato sulla matematica come disciplina, questo testo permette a un insegnante di:

- svolgere in scioltezza il programma fondamentale di quinta;
- sviluppare alcuni argomenti approfondendoli anche in funzione delle Prove Invalsi, che sono fonte d'ansia per ogni insegnante;
- preparare gli alunni ai problemi della scuola secondaria di secondo grado.

Tutto ciò grazie al suo essere un volume:

- del tutto operativo e per gran parte autocorrettivo;
- congeniale per il poco tempo a disposizione;
- utile per assegnare i compiti a casa con una semplice indicazione del numero di esercizio;
- versatile per il lavoro individuale o di gruppo.

Inoltre, *Matematica al volo in quinta* è stato creato in modo da essere in sintonia con il desiderio degli alunni di fare molto scrivendo poco. Perché la com-

propensione è un fenomeno di istantaneità e la didattica che normalmente si vive a scuola può risultare noiosa.

Il programma di quinta

Il percorso proposto si articola in più di 430 esercizi, suddivisi per argomento e focalizzati su obiettivi ben distinti.

All'inizio vi è il calcolo mentale, in cui ogni operazione esige una strategia da chiarificare con la dovuta attenzione.

Segue il calcolo scritto, in cui l'elaborazione esige «tutta la memoria di lavoro del processore» e in cui si rischia di perdersi se solo ci si distrae un secondo.

Poi vengono presentati i problemi, in cui bisogna fantasticare e ragionare per trovare la soluzione, e una serie di esercizi dedicati alla geometria, in cui tra le altre cose si gioca a ritagliare e scomporre le immagini per semplificarle.

Chiudono il volume una serie di proposte grafiche (cornicette) e alcuni giochi di concentrazione.

Una piccola battaglia alla volta, con un impiego di energia breve ma di altissima tensione. Come indica la parola stessa, *concentrazione* significa radunare l'energia in un punto centrale, fino a bruciare. Altrimenti non conta nulla, non si scalfisce nulla pensando di dosare un po' le energie, come talvolta fanno i bambini che, stressati, pensano di salvaguardarsi un pochino per non soccombere del tutto e, alla fine, falliscono.

Alcune pagine del libro, infine, presentano delle icone con uno specifico significato, che vengono descritte di seguito.



Per saperne di più

La corona di alloro indica un impegno opzionale, perché c'è una libertà di sapere di più che va accolta e perché molti alunni desiderano sapere fino a che punto possono arrivare. D'altronde, probabilità, proporzioni e calcoli di stima fanno parte della nostra prima esperienza di lettura del mondo.

L'analogia è il meccanismo della conoscenza del nuovo che ti permette di paragonare, ad appena pochi giorni, un volto nuovo a uno che già conosci. La proporzione è un'analogia tra due coppie. La percentuale è un'analogia tra il sistema del cento che conosci bene e altre quantità che ti sono meno note.

Ciò che ti caratterizza fin da bambino è questa propensione a indovinare, non a caso ma con intelligenza, anche senza fare riferimento alla logica.



Preparazione alla secondaria

Il simbolo della coppa contrassegna le pagine in cui si presentano alcune situazioni della scuola secondaria di primo grado come semplici anticipazioni. Quel tanto che basta per comprendere che nulla deve fare paura quando si parte dalle immagini. Più grande è la difficoltà, più grande è la gioia finale.



Geometria

La parte relativa alla geometria si articola in una serie di proposte soprattutto operative, in cui viene richiesto all'alunno di utilizzare alcuni strumenti.

Si tratta di una geometria di scoperte, grazie anche alla squadretta-gonio-metro — in dotazione al testo — che rivoluziona soprattutto il modo di costruire l'ortogonalità in uno spazio bianco. L'attenzione del bambino viene spostata sull'ipotenusa della squadretta, unico lato centimetrato e con lo zero al centro, per misurare in situazione di simmetria. L'altezza-mediana dello strumento, inoltre, fa da mirino per un più facile allineamento con la linea già tracciata. Invece di avvicinarsi alla linea già tracciata come con la squadra classica, qui si sovrappongono le due linee (quella tracciata e la mediana della squadretta) in modo che collimino perfettamente. L'angolo retto di riferimento diventa quello tra la mediana-altezza e l'ipotenusa. Una piccola grande innovazione per una maggiore rapidità e una maggiore precisione.

A queste proposte operative seguono altri esercizi che prevedono l'utilizzo di formule, strumenti già confezionati per fare meno fatica.



Proposte grafiche: le cornicette

Le ultime pagine del volume sono dedicate alle cornicette, che sono per l'insegnante un espediente per armonizzare i tempi tra gli alunni che finiscono prima un esercizio e non sanno cosa fare e gli alunni che hanno il diritto di proseguire con calma il loro lavoro. Esse sono anche un'opportunità per il bambino di trascorrere dei momenti di serenità dedicandosi alla bellezza. Ciascuno è poi libero di inventare le varianti che vuole.



Uso della calcolatrice

Rimane la questione controversa della calcolatrice, suggerita in alcune pagine, la cui introduzione può causare un «reflusso» nell'acquisizione degli algoritmi.

Il principio generale è che il calcolo scritto è sostituibile dalla calcolatrice, ma non quello mentale.

Una soluzione potrebbe quindi essere quella di consentirla solo nei momenti indicati nel libro e solo dopo che gli alunni avranno perfezionato l'apprendimento di tutti gli algoritmi, compresa la divisione a due cifre.

20 suggerimenti non vincolanti

1. Svolgere in velocità il libro.
2. Non integrarlo con altri testi, ad esempio il sussidiario delle discipline, se non al termine.
3. Distribuire nel tempo gli esercizi sul calcolo mentale e scritto.
4. Passare velocemente ai problemi e a quello che piace.

5. Non sprecare i problemi come prova di controllo, ma esaminarli oralmente anche svolgendo molte pagine per volta.
6. Assegnarne la compilazione scritta come un momento secondario.
7. Prevenire le situazioni più difficili.
8. Non insistere nelle situazioni in cui ci sono delle difficoltà.
9. Non pretendere da tutti le stesse prestazioni.
10. Evitare un accanimento di spiegazioni. Piuttosto riservarsi di ritornare sull'argomento dopo un po' di tempo.
11. Diminuire in classe il lavoro scritto sul quaderno e demandarlo al lavoro a casa, in cui nella solitudine il bambino riflette, sedimenta, consolida.
12. Sorvolare sulle procedure scritte dei problemi e pensare alla sostanza.
13. Sviluppare l'entusiasmo per le conquiste della classe.
14. Concepire i problemi per la secondaria come rebus da risolvere con i mezzi a propria disposizione.
15. Allentare l'attenzione collettiva sugli alunni in difficoltà.
16. Non fermare il programma per loro. Non renderli responsabili di questo.
17. Non inquietarsi per loro.
18. Finire il programma in tempo.
19. Considerare che non conta quello che si fa e quanto si fa: conta piuttosto il cambiamento che avviene in ciascuno e di cui ciascuno è responsabile.
20. Considerare che c'è una libertà per tutti di apprendere e di comprendere, più di quanto si possa pensare.

Multipli e divisori

Multipli

*I multipli crescono alti.
I divisori crescono sotto
come le radici.*

Divisori

Con questo schema puoi avere l'immagine di tutto.

114 Scrivi 3 multipli e i divisori.

115 Trova i divisori.

Potenze

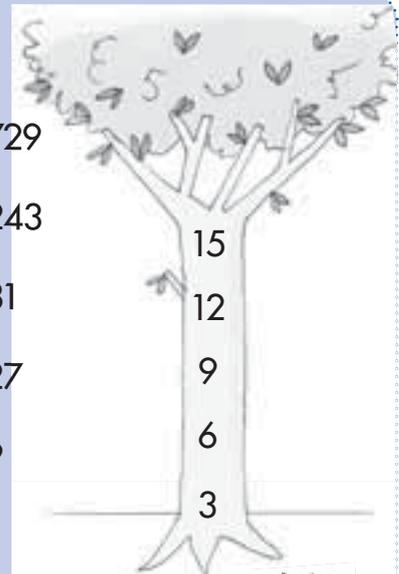
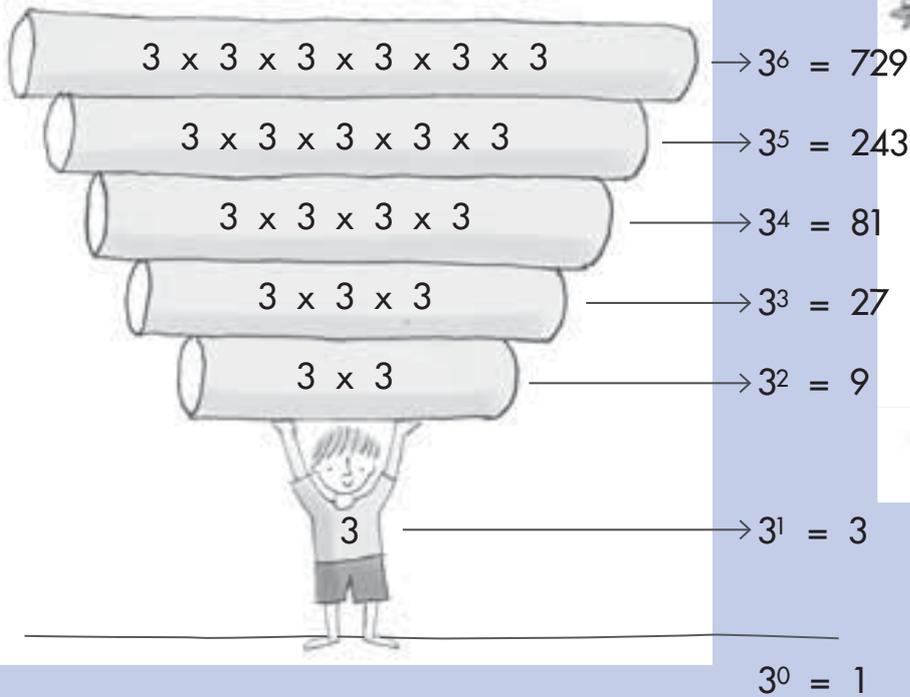
Osserva la differenza tra multipli e potenze.



Se ti è utile, usa la calcolatrice per i calcoli più complessi.



Osserva

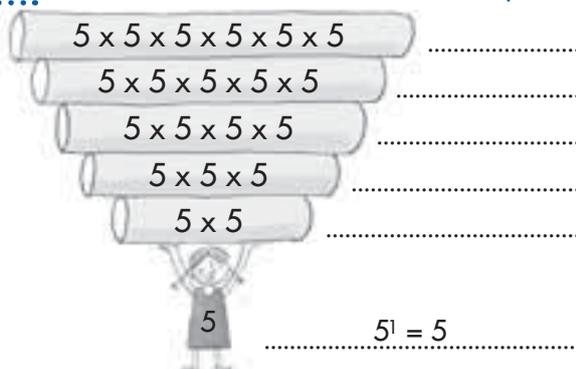


I multipli sono molto meno potenti!



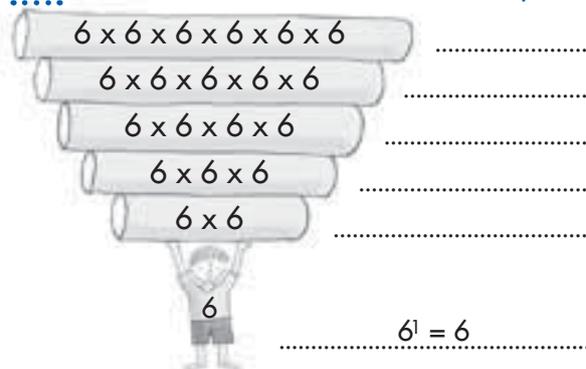
123

Completa.



124

Completa.



125 Completa.

$2^0 \rightarrow$	$4^0 \rightarrow$
$2^1 \rightarrow$	$4^1 \rightarrow$
$2^2 \rightarrow$	$4^2 \rightarrow$
$2^3 \rightarrow$	$4^3 \rightarrow$
$2^4 \rightarrow$	$4^4 \rightarrow$

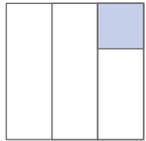
126 Completa.

$3^2 + 3^2 =$	$3^3 + 3^3 =$
$2^3 + 2^3 =$	$4^1 + 5^1 =$
$5^2 + 5^2 =$	$4^2 + 4^0 =$
$5^2 + 3^2 =$	$4^3 + 4^3 =$
$5^2 + 5^3 =$	$4^2 + 5^2 =$

Qui ci vuole un po' di immaginazione.

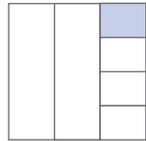


170. Scrivi la frazione.

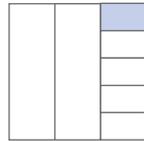


$\frac{1}{9}$

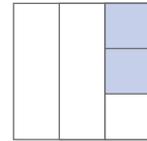
Un terzo di un terzo



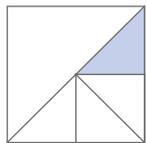
Un quarto di un terzo



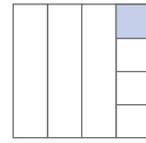
Un quinto di un terzo



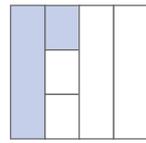
Due terzi di un terzo



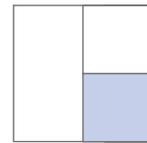
Un quarto di un mezzo



Un quarto di un quarto

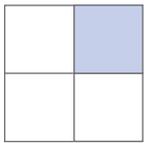


Quattro terzi di un quarto

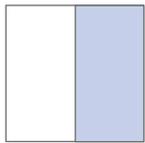


Un mezzo di un mezzo

171. Addizioni intuitive.

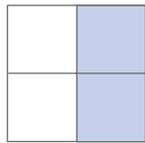


$\frac{1}{4}$

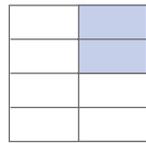


$\frac{1}{2}$

$= \frac{3}{4}$

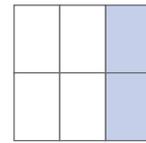
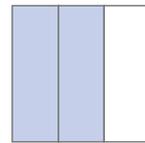


$\frac{2}{4}$

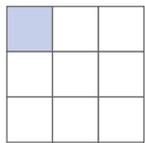
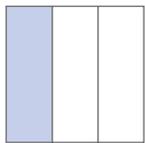


$\frac{2}{8}$

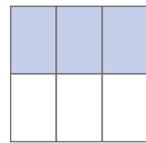
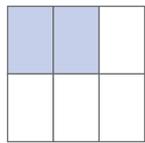
$=$ —



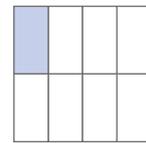
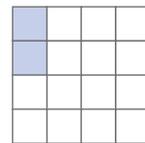
— + — = —



— + — = —

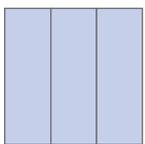


— + — = —

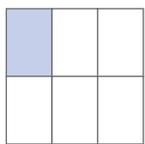


— + — = —

172. Sottrazioni intuitive.

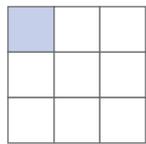
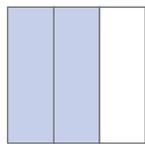


$\frac{3}{3}$

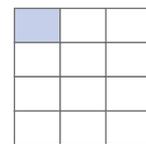
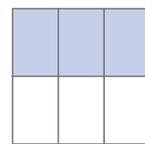


$\frac{1}{6}$

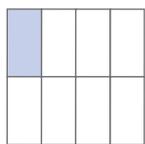
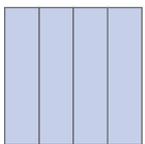
$= \frac{5}{6}$



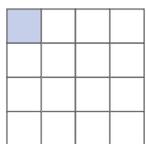
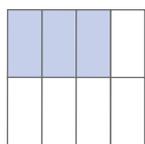
— - — = —



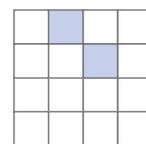
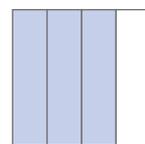
— - — = —



— - — = —



— - — = —



— - — = —

Problemi con le frazioni



Alcuni problemi sono «indiretti».
Attenzione alle parole evidenziate,
ti aiuteranno a riconoscerli.

203

Carla ha pagato $\frac{3}{5}$ del televisore che costa 640 €.

Quanto resta da pagare?

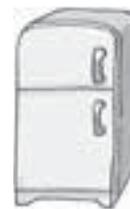
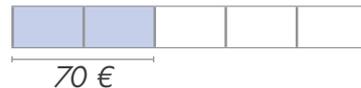


640 €

204

Giulio ha pagato $\frac{2}{5}$ cioè 70 € del costo del frigo.

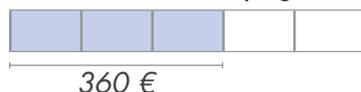
Quanto costa il frigo?



205

Claudia ha pagato 360 € della lavatrice cioè $\frac{3}{5}$ del costo totale.

Quanto manca da pagare?



206

Franco ha pagato $\frac{3}{5}$ del prezzo della lavastoviglie che costa 900 €.

Quanto manca da pagare?



900 €

207

Fabio ha speso $\frac{2}{3}$ dei 1 620 € che aveva risparmiato.

Con quanto rimane?



1 620 €

208

Lisa ha speso 160 € cioè $\frac{2}{3}$ dei soldi che aveva.

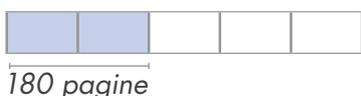
Con quanto rimane?



209

Mi mancano $\frac{2}{5}$ del libro cioè 180 pagine.

Quante ne ho lette?



210

Mi mancano da leggere $\frac{2}{5}$ del libro che ha 180 pagine.

Quante ne ho lette?



180 pagine

243

108

256

240

80

270

540

175

360

Problemi-quiz finali (strategie varie)



Questi problemi sono una vera sfida.
Bisogna lavorare molto con la fantasia...



295 HOTEL LUNA



Ogni adulto paga 90 € al giorno.
Ogni bambino paga un terzo.

Qual è la spesa di una settimana?

296 HOTEL SOLE



Ogni adulto paga 90 € al giorno.
Ogni bambino paga un terzo in meno.

Qual è la spesa di una settimana?

297 HOTEL MARE



Ogni bambina paga 30 €.

Quanto paga la mamma?

298 HOTEL MONTI



Ogni bambina paga 30 € in meno della mamma.

Quanto paga la mamma?

299 Allo zoo le due famiglie hanno pagato così:

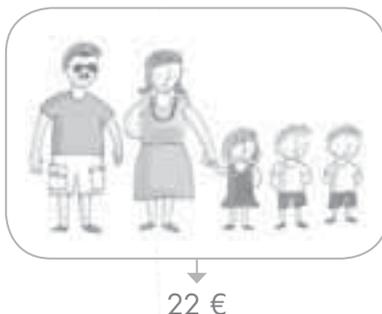
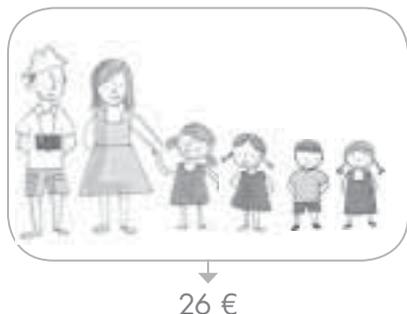


BIGLIETTI:

Adulto €

Bambino €

300 Al cinema le due famiglie hanno pagato così:



BIGLIETTI:

Adulto €

Bambino €

5

2520

5

4

1890

2

45

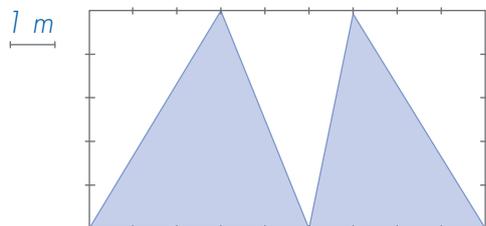
60

80



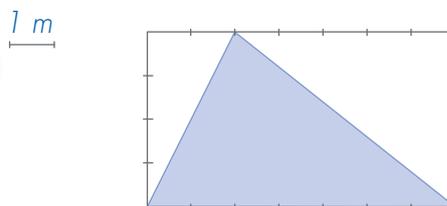
Ricorda che ogni triangolo è equivalente a mezzo quadrato o a mezzo rettangolo con la stessa base e la stessa altezza.

357
.....



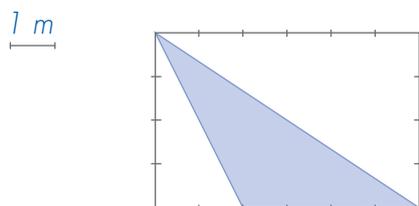
Area colorata Area bianca

358
.....



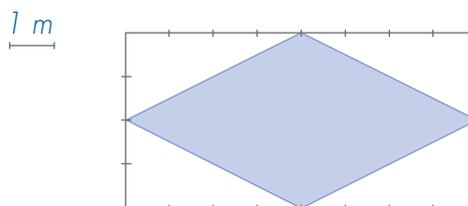
Area colorata Area bianca

359
.....



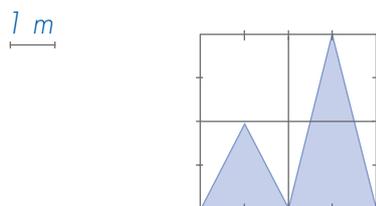
Area colorata Area bianca

360
.....



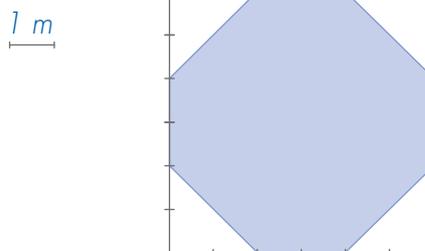
Area colorata Area bianca

361
.....



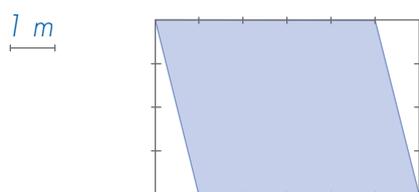
Area colorata Area bianca

362
.....



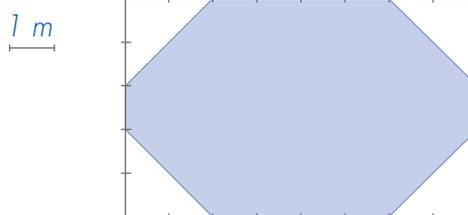
Area colorata Area bianca

363
.....



Area colorata Area bianca

364
.....



Area colorata Area bianca

6 8 4 8 10 8 25 14 14 16 16 16 20 22,5 22,5 28 32

Geometria: superficie e volume



In questi problemi bisogna riflettere bene e risolvere da soli le varie difficoltà guardando con attenzione le immagini.



385



Superficie totale

Volume

386



Superficie totale

Volume

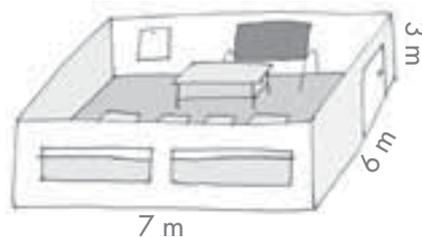
387



Superficie totale

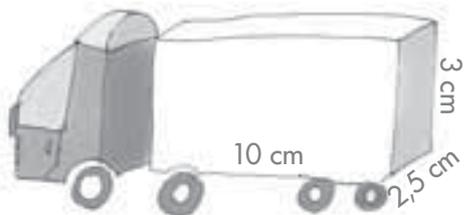
Volume

388



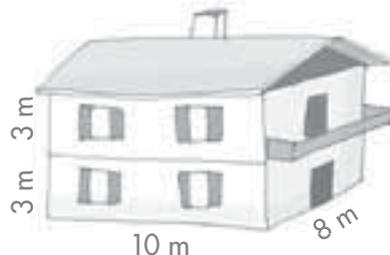
Volume

389



Volume

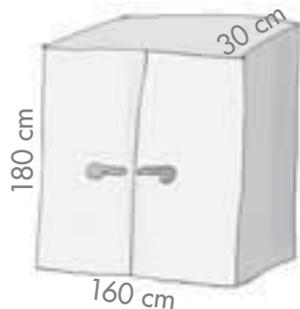
390



Pavimenti piano terra e primo piano

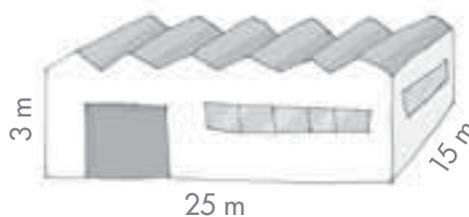
Volume piano terra e primo piano

391



Volume m³

392



Volume (senza il sottotetto)

75 126 0,864 160 450 450 480 1050 700 750 1000 1000 1125