

**PROGRAMMI DI POTENZIAMENTO DELLA COGNIZIONE  
NUMERICA E LOGICO-SCIENTIFICA**

Collana diretta da Daniela Lucangeli

Mario Perona, Eugenia Pellizzari e Daniela Lucangeli

# **GEOMETRIA CON LA CARTA**

**TERZO VOLUME – Triangoli e quadrilateri: proprietà e superfici**

**Piegare per spiegare**

**Erickson**

# Indice

- 9** *Introduzione*
- 11** **CAP. 1** La carta piegata: un ponte tra psicologia cognitiva e didattica della matematica
- 23** Bibliografia
- 25** **Attività introduttive**  
Training alle pieghe  
Esercizi di piegatura  
Nozioni fondamentali
- 59** **1** **Denominare**  
1.1 Triangoli  
1.2 Quadrilateri
- 103** **2** **Confrontare**  
2.1 Triangoli e quadrilateri  
2.2 Triangoli  
2.3 Trapezi  
2.4 Trapezi e parallelogrammi  
2.5 Parallelogrammi e rettangoli  
2.6 Parallelogrammi e rombi  
2.7 Rettangoli, rombi e quadrati
- 127** **3** **Classificare**  
3.1 Triangoli  
3.2 Quadrilateri  
3.3 Confronti particolari  
3.4 Attività conclusive
- 181** **4** **Comporre e scomporre**  
4.1 Dal parallelogramma al rettangolo  
4.2 Dal triangolo al rettangolo  
4.3 Dal triangolo al parallelogramma  
4.4 Dal rombo al rettangolo  
4.5 Dal trapezio al triangolo

## 201 Riconoscere

- 5.1 Riconoscere i triangoli
- 5.2 Riconoscere i trapezi
- 5.3 Riconoscere le caratteristiche del triangolo isoscele
- 5.4 Riconoscere le caratteristiche del triangolo equilatero
- 5.5 Riconoscere le caratteristiche del trapezio isoscele
- 5.6 Riconoscere le caratteristiche del parallelogramma
- 5.7 Riconoscere le caratteristiche del rettangolo
- 5.8 Riconoscere le caratteristiche del rombo

# Introduzione

Nel campo della psicologia non esistono molte ricerche riguardanti in modo specifico lo studio di come la cognizione geometrica si evolva e potenzi.

Il nostro lavoro si ispira sia a fonti di pensiero scientifico classiche come Piaget (1952, trad. it.) e Vygotskij (1974, trad. it.), sia alle più recenti ipotesi sulla Cognizione e sulla plasticità cerebrale. Il tutto ci consente infatti di capire come attraverso didattiche semplici, quali l'uso della piegatura della carta, sia possibile nello stesso tempo rispettare le fasi naturali di sviluppo e potenziare la zona prossimale della cognizione geometrica e la sua plasticità cognitiva.

## Guida al testo

Il testo è costituito da una parte iniziale dedicata agli aspetti cognitivi legati alla piegatura della carta e da una parte centrale completamente dedicata alle attività.

Le attività sono raggruppate per processi generali:

1. denominare
2. confrontare
3. classificare
4. comporre/scomporre
5. riconoscere.

La suddivisione del programma in queste cinque aree di potenziamento trae spunto dai lavori di Lucangeli, Mammarella e collaboratori (2009). L'organizzazione delle attività prevede che i risultati o output di ciascun gruppo di attività (processo) siano l'input del gruppo di attività successivo in un crescendo di difficoltà.

Da un gruppo di attività all'altro i processi sono compresenti, ma uno domina sull'altro: la conoscenza avviene infatti per *accrescimento* all'interno della stessa attività e per *ristrutturazione* passando da un'attività all'altra (ad esempio, la denominazione può essere vista come una proto-classificazione o una classificazione passiva).

In questo terzo volume alcuni processi critici vengono potenziati tuttavia soprattutto per *accrescimento*, in considerazione del fatto che la vera ristrutturazione cognitiva è avvenuta già grazie alle attività proposte nel primo volume. Ad esempio il processo di classificazione è ripreso nelle linee generali dai primi due volumi anche se esteso a un numero più vasto di classi ed operazioni su di esse.

In sintesi, l'obiettivo geometrico principe è quello di condurre gli alunni a «intelligere» triangoli e quadrilateri: dovranno essere in grado di classificarli e riconoscerne le proprietà; introdurremo anche il concetto di superficie, avvicinando operativamente i ragazzi all'idea di equiscomponibilità dei poligoni.

Le attività che presentiamo sono accessibili per i ragazzi e realizzabili con materiali molto poveri: sostanzialmente fogli di carta (possibilmente riciclata o usata) e colori.

L'esperienza sul campo ci ha insegnato che i bambini piegano la carta senza sforzo e con un allenamento minimo sono in grado di farlo con sufficiente precisione. Per questo motivo è presente una sezione introduttiva intitolata «Training alle pieghe» che comprende una guida delle pieghe più importanti e più utilizzate in cui è bene che gli studenti si esercitino.

Alcune attività sono precedute da una parte di spiegazione anche molto dettagliata per l'insegnante, il quale deve ricordare che *la semplicità è una condizione di arrivo e non di partenza*. Affinché un compito sia semplice per gli allievi è infatti richiesto un lavoro preliminare lungo e accurato da parte del docente: per questo motivo la spiegazione delle nostre attività a volte potrà risultare lunga e articolata, ma è esclusivamente nell'intento di proporre con la maggior chiarezza possibile il modo per semplificarla agli occhi degli alunni. Invitiamo pertanto gli insegnanti a leggere con attenzione l'introduzione alle attività (quando è prevista) e a provare ciascun esercizio personalmente prima di realizzarlo in classe.

Nel corso dell'opera saranno evidenziate alcune osservazioni importanti:

- in riquadri rosa raggrupperemo pillole di teoria, in modo da fissare l'attenzione sui concetti fondamentali;
- in riquadri grigi proponiamo note rivolte all'insegnante, con suggerimenti, spiegazioni ulteriori o chiarimenti.

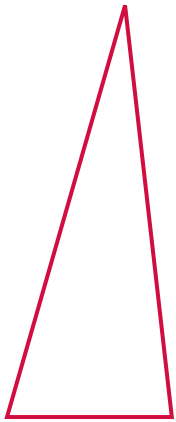
Il testo si colloca all'interno di un'opera di ampio respiro dedicata alla geometria realizzata e spiegata attraverso la piegatura della carta. I volumi già pubblicati e rivolti prevalentemente agli alunni della scuola primaria, sono dedicati al riconoscimento delle forme e agli enti fondamentali della geometria; nel successivo volume ci occuperemo delle trasformazioni del piano.

Il percorso è rivolto ad alunni dalla quinta classe della scuola primaria alla terza classe della secondaria di secondo grado.

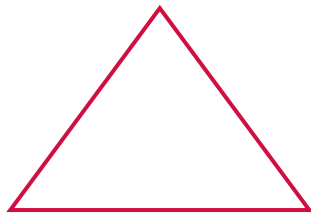


## 2.2 TRIANGOLI

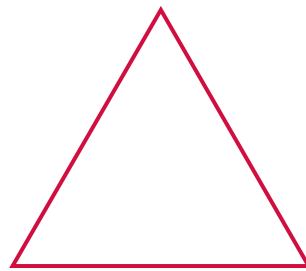
Consideriamo le sagome dei seguenti triangoli.



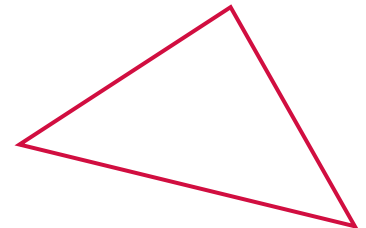
Triangolo scaleno 1



Triangolo isoscele 2



Triangolo equilatero 1



Triangolo rettangolo 3

### **Osservazioni e domande stimolo**

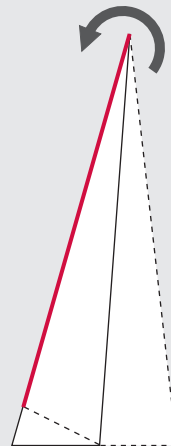
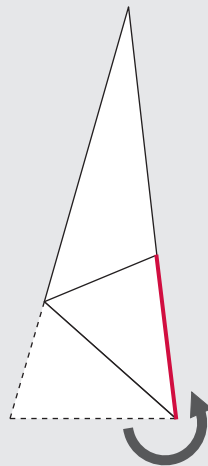
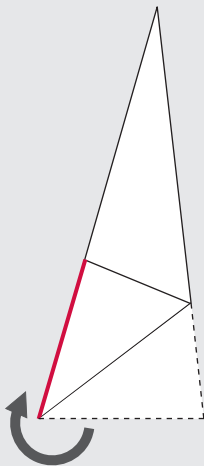
*Una parte del nome di queste sagome si ripete regolarmente: quale?*

*Perché, secondo te?*

*Queste sagome hanno una caratteristica in comune.*

*Cerchiamo ora di capire cosa le differenzia.*

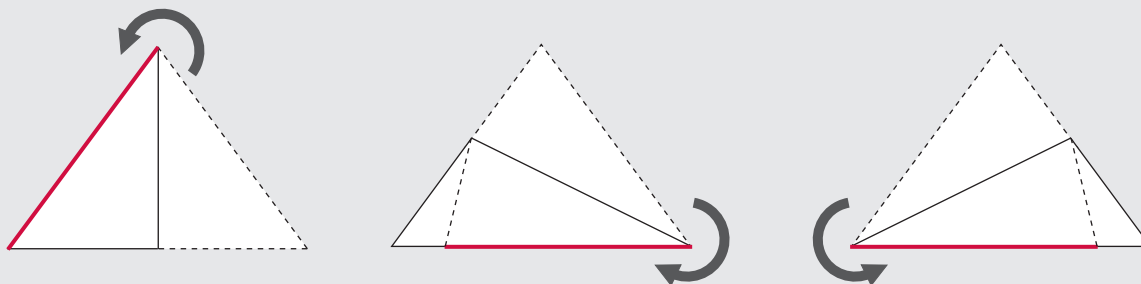
*Confrontiamo tra loro i lati della prima sagoma, piegando in corrispondenza dei vertici in modo da sovrapporre un lato sull'altro.*



*Cosa osservi?*

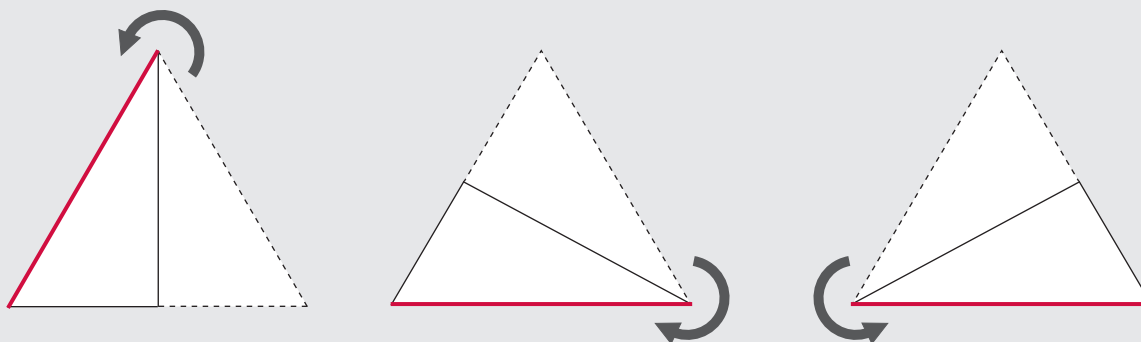
*I lati sono tutti diversi!*

Eseguiamo le stesse pieghe sulla seconda sagoma.

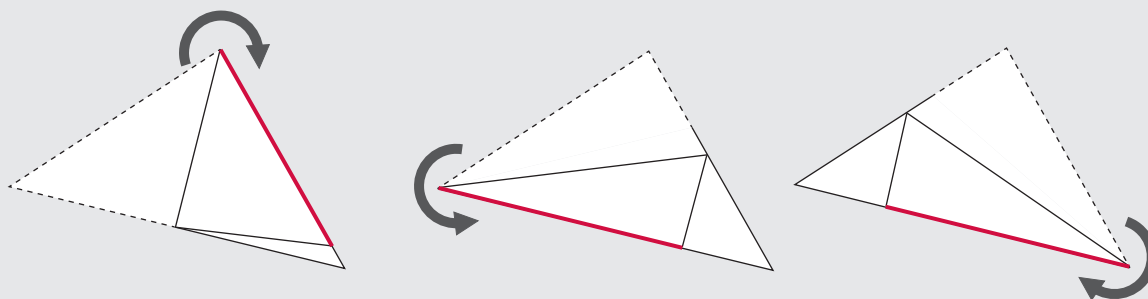


Cosa osservi ora?

Due lati si sovrappongono tra loro, ma non si sovrappongono con il terzo lato.  
Proviamo ora con la terza sagoma.



Questo è decisamente un triangolo particolare! Tutti i lati si sovrappongono tra loro.  
Proviamo infine con la quarta sagoma.

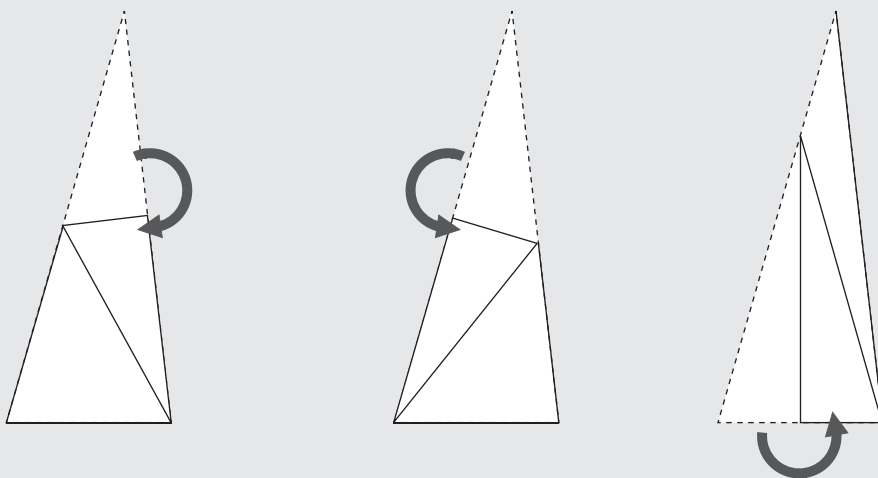


Ricadiamo nel primo caso: nessun lato si sovrappone.

E cosa possiamo dire sugli angoli?

Per confrontare gli angoli dobbiamo piegare lungo i lati in modo da sovrapporre i vertici e un lato di ogni coppia di angoli (vedi volume 2, attività 2.6.1, pp. 85-89).

Prima sagoma.



Cosa osservi? Nessun angolo si sovrappone.

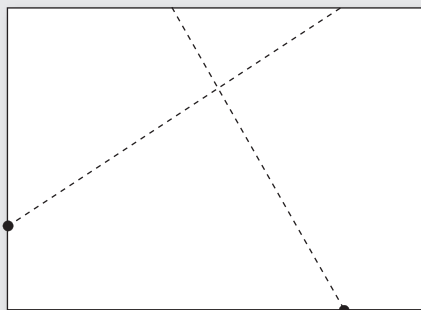
Procedi confrontando a due a due le coppie degli angoli delle rimanenti sagome: cosa scopri? Nella seconda sagoma si sovrappongono solo tra di loro due angoli e nella terza si sovrappongono tutti e tre.

Riconosci qualche analogia con le relazioni tra i lati?

Osserva ora cosa succede nella quarta sagoma.

Si sovrappongono gli angoli? No.

Riapri il foglio utilizzato per la costruzione di questo triangolo.



Ricordi quale procedura hai utilizzato per realizzare le pieghe evidenziate?

Si tratta di una piega fondamentale, la piega che porta una piega su se stessa.

Quindi due lati del triangolo in esame sono perpendicolari.

Cosa puoi dire quindi dell'angolo compreso?

Dunque, il quarto triangolo non ha lati uguali, non ha angoli uguali, ma, a differenza degli altri, ha la particolarità di avere un angolo retto.

### ABBIAMO IMPARATO CHE...

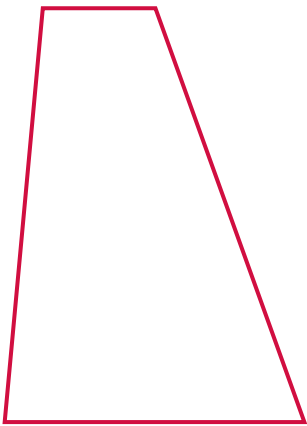
Per i triangoli avere almeno due lati (o due angoli) sovrapponibili è una caratteristica significativa; è inoltre significativo avere un angolo retto.



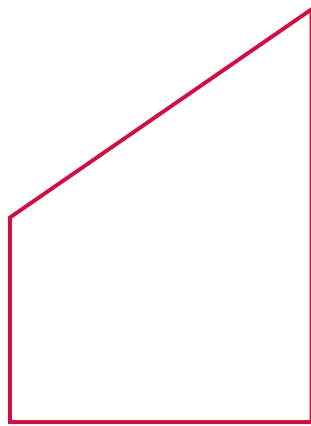


## 2.3 TRAPEZI

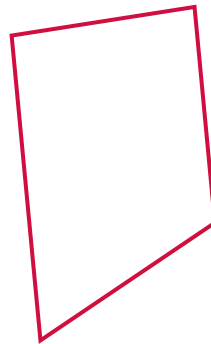
Prendiamo alcune sagome di trapezio realizzate.



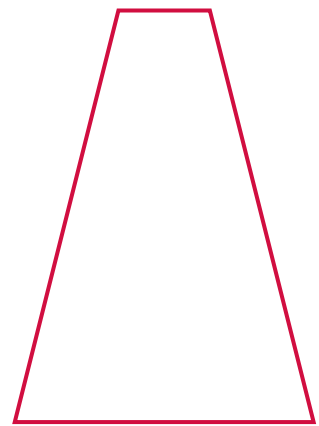
Trapezio scaleno 1



Trapezio rettangolo 2



Trapezio rettangolo 3



Trapezio isoscele 1

Vogliamo guidare i ragazzi a capire cosa hanno in comune queste sagome a cui abbiamo sempre dato un nome che ha una prima parte identica: «trapezio».

### **Osservazioni e domande stimolo**

*La prima caratteristica fondamentale di questa figura geometrica è di avere quattro lati e quattro angoli.*

*Ma c'è qualcosa in più.*

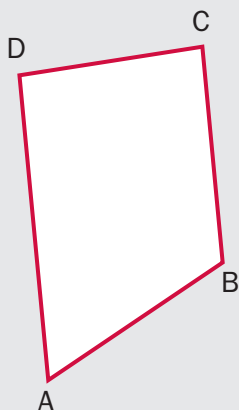
*Osserva la prima, la seconda e la quarta sagoma.*

*Cosa puoi dire di una coppia di lati in ciascuno di quei casi?*

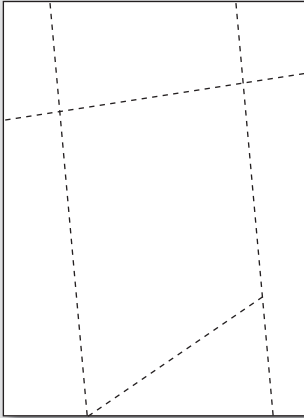
*Che giacciono su bordi opposti del foglio. Ricordi che caratteristica hanno i bordi opposti di un foglio di carta?*

*Sono paralleli.*

*E per quanto riguarda la terza sagoma? Analizziamola bene.*

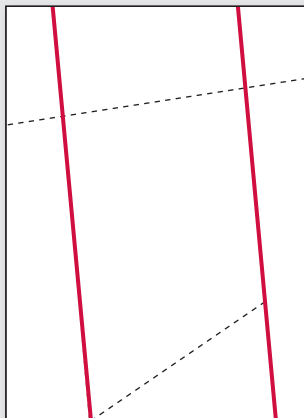


Apriamo il foglio di carta....



Osserviamo che la piega su cui giace il lato DC è perpendicolare alla piega su cui giace il lato AD (per realizzare tale lato abbiamo infatti utilizzato la piega che porta una piega su se stessa e sappiamo che tale piega ci consente di costruire pieghe perpendicolari).

Ma la stessa cosa abbiamo fatto per la piega su cui giace il CB: è stata costruita in modo da essere perpendicolare alla piega su cui giace DA.



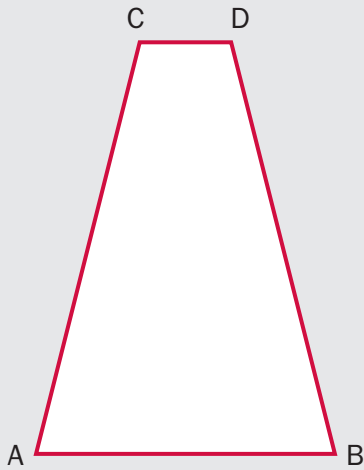
Per quanto detto nel paragrafo «Nozioni fondamentali: rette parallele», queste due pieghe sono parallele, ovvero mantengono sempre tra di loro la stessa distanza.

Ma poiché su tali pieghe giacciono i lati DA e BC del trapezio in esame, possiamo concludere che anche il terzo trapezio ha due lati paralleli.

Osserva: le sagome che hai a disposizione hanno la prima parte del nome identica, «trapezio», la seconda diversa.

Cerchiamo di capire cosa rende diverso un trapezio dall'altro.

Considera la quarta sagoma.



Piega la sagoma in modo da portare il punto A sul punto B.



Cosa osservi?

Questa piega non porta solo il punto A sul punto B, ma anche il punto C sul punto D.

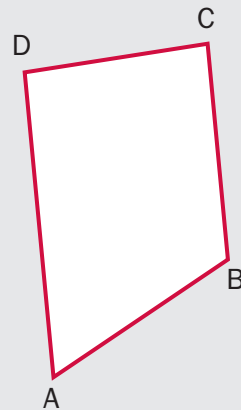
Cosa concludi?

Questo particolare trapezio ha i due lati obliqui congruenti!

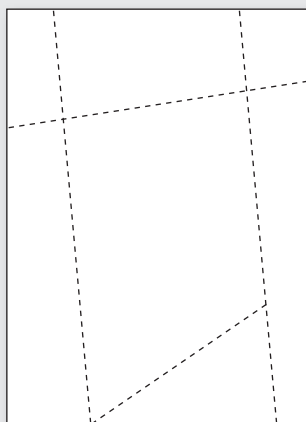
Si sovrappone qualche altro elemento di questo trapezio?

Succede la stessa cosa con le altre sagome di trapezio?

Considera ora la terza sagoma di trapezio.



Apri il foglio di carta utilizzato per realizzare il trapezio:



Osserva che la piega su cui giace il lato  $DC$  è perpendicolare alla piega su cui giace il lato  $AD$  (per realizzare tale lato hai infatti utilizzato la piega che porta una piega su se stessa e sai che tale piega ci consente di costruire pieghe perpendicolari).

Ma hai fatto la stessa cosa per la piega su cui giace il  $CB$ : è stata costruita in modo da essere perpendicolare alla piega su cui giace  $DC$ .

Cosa possiamo dire quindi del lato obliquo  $DC$ ?

Tale lato è perpendicolare alle due basi.

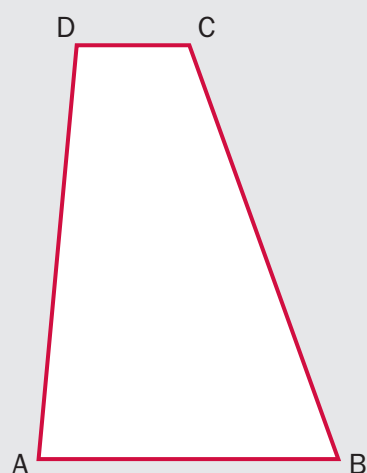
E relativamente agli angoli  $BCD$  e  $CDA$ ?

Questa caratteristica ricorre anche negli altri trapezi?

Prova!

Nel secondo trapezio sì! E, infatti, cosa osservi nel nome?

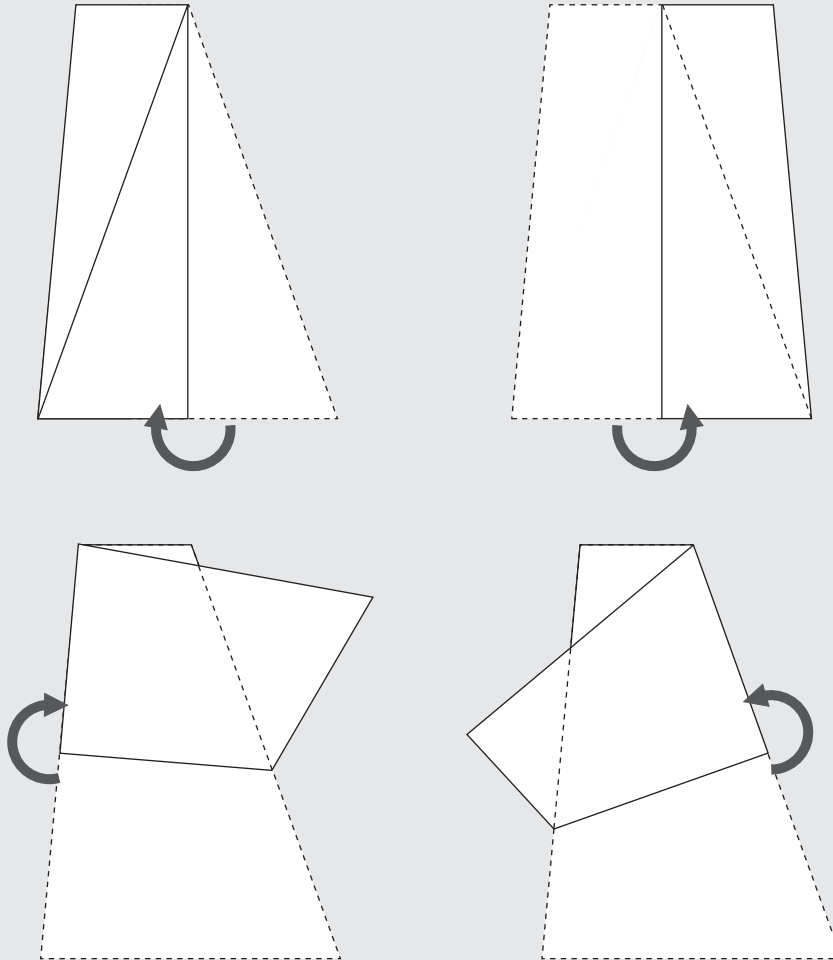
Osserva ora la prima sagoma.



Si sovrappongono i lati obliqui? No.

Ha qualche angolo retto? No.

Confronta ora con le opportune pieghe tutti gli angoli tra loro.



Anche gli angoli sono tutti diversi.

Semberebbe proprio che questa sagoma abbia come unica particolarità i due lati paralleli: è una sagoma «povera». In realtà si differenzia dalle altre proprio per non avere né angoli retti né i lati obliqui congruenti; oppure per avere tutti gli angoli tra loro diversi, ed è una caratteristica significativa anche questa.

E infatti ha un nome diverso dalle altre!

### ABBIAMO IMPARATO CHE...

Per i quadrilateri avere due lati paralleli è una caratteristica significativa.

Per i trapezi è una caratteristica significativa avere i due lati obliqui congruenti o due angoli retti o nessuna di queste particolarità.