

Programmi di potenziamento della cognizione numerica e logico-scientifica

Collana diretta da Daniela Lucangeli

Silvana Poli, Carla Bertolli e Daniela Lucangeli

POTENZIARE COMPETENZE GEOMETRICHE

*Abilità cognitive e metacognitive nella costruzione
della cognizione geometrica*

PRIMO VOLUME

6-11 ANNI

Erickson

Indice

7 Presentazione

13 PRIMA PARTE – Unità di apprendimento

Forme e figure

Linea, punto, segmento e lato

Angoli

Figure geometriche

Dalla figura al nome del poligono

Figure curvilinee

Misurare

Area

Perimetro

Congruenza e simmetria

Base, altezza, apotema e diagonale

Riconoscere i solidi

121 SECONDA PARTE – Unità di consolidamento

Forme e figure

Linea, punto, segmento e lato

Angoli

Figure geometriche

Dalla figura al nome del poligono

Figure curvilinee

Misurare

Area

Perimetro

Congruenza e simmetria

Base, altezza, apotema e diagonale

Riconoscere i solidi

Presentazione

Caratteristiche del programma

Guida al testo

Il programma «Potenziare competenze geometriche»¹ si propone di offrire ai livelli di scuola primaria e secondaria di primo grado un percorso semplice, integrato e completo per facilitare l'apprendimento della geometria.

La modalità utilizzata è soprattutto quella di presentare i concetti attraverso l'esperienza diretta, ricollegandosi alla realtà degli alunni; la costruzione dei concetti avviene grazie a un percorso «dal problema alla regola», graduato e flessibile, in cui l'alunno è protagonista e co-costruttore del concetto, pienamente attivo nella situazione di apprendimento.

Il percorso è formulato in modo da privilegiare soprattutto una modalità di presentazione di tipo visivo, che contribuisce a creare rappresentazioni significative legate alla realtà esperienziale. Nello specifico, si è scelto di limitare quanto più possibile l'utilizzo del canale verbale, normalmente privilegiato nei «classici» testi di geometria (e anche di matematica). Più specificamente, questa scelta vuole evitare una codifica dei concetti che sia di natura prettamente verbale-formale, slegata da immagini che si radichino nella realtà dell'esperienza. Ad esempio, la ripetizione a memoria di formule di geometria senza un forte collegamento con l'immagine della figura geometrica cui si riferiscono e, spesso, in assenza di nessi logici a spiegare tale correlazione, non arriva a costituire un sapere che formi l'autonomia e potenzi la capacità di soluzione dei problemi di un alunno.

I materiali che costituiscono le unità di apprendimento di «Potenziare competenze geometriche» sono stati costruiti direttamente a partire da esperienze pluriennali in classe, dove è stato osservato come i ragazzi vengano più facilmente coinvolti quando sperimentano in prima persona il percorso esplorativo attraverso la geometria. Tale percorso si articola in due fasi principali: *esperienza* e *formalizzazione*.

¹ Il programma comprende questo stesso volume per la scuola primaria e *Potenziare competenze geometriche. Abilità cognitive e metacognitive nella costruzione della conoscenza geometrica dagli 11 ai 14 anni (secondo volume)*, per la scuola secondaria di primo grado, già pubblicato con il titolo *Intelligenza geometrica*.

Nella prima fase, i ragazzi esplorano i materiali presentati graficamente, senza definizioni «a priori» e sono invitati a ricavare conclusioni personali su quanto osservato; nella seconda fase, il processo di «raccolgere le fila» utilizza una formalizzazione semplice, in cui le formule vengono costruite direttamente «sulle figure».

Allo scopo di sollecitare e concentrare l'attenzione sugli obiettivi specifici di ciascuna proposta, viene utilizzata la figura di un personaggio che accompagna lo studente a «scoprire» la geometria e serve a rendere leggero il compito, giustificando il linguaggio, a tratti canzonatorio, a tratti sollecitante, a volte diretto in modo da permettere di focalizzare aspetti rilevanti.

Altre informazioni di tipo verbale sono contenute in nuvolette, quasi a indicare una modalità di riflessione «pensata», come se il linguaggio verbale si trovasse su un piano diverso rispetto a quello visuo-spaziale.

Di volta in volta, si cerca di orientare l'allievo sull'analisi del concreto attraverso un percorso euristico, dal problema alla regola e dal concreto all'astratto. Le attività hanno lo scopo di valorizzare l'autonomia dello studente, attraverso le graduali scoperte che lo gratificano, più di quanto non possa il giudizio dell'insegnante.

Nel presente volume, rivolto alla scuola primaria, i contenuti sono organizzati in 12 schede didattiche («Unità di apprendimento»), di varia lunghezza, a seconda della complessità dell'argomento trattato, e in 12 schede di consolidamento che hanno l'obiettivo di esercitare le competenze acquisite («Unità di consolidamento»).

Contenuti

Indice delle schede

UNITÀ DI APPRENDIMENTO

1. Forme e figure
2. Linea, punto, segmento e lato
3. Angoli
4. Figure geometriche
5. Dalla figura al nome del poligono
6. Figure curvilinee
7. Misurare
8. Area
9. Perimetro
10. Congruenza e simmetria
11. Base, altezza, apotema e diagonale
12. Riconoscere i solidi

UNITÀ DI CONSOLIDAMENTO

1. Forme e figure
2. Linea, punto, segmento e lato
3. Angoli
4. Figure geometriche
5. Dalla figura al nome del poligono
6. Figure curvilinee

7. Misurare
8. Area
9. Perimetro
10. Congruenza e simmetria
11. Base, altezza, apotema e diagonale
12. Riconoscere i solidi

Lo sviluppo della cognizione geometrica

Dai lavori pionieristici di Piaget e Inhelder (1979) prende avvio un ricco percorso di ricerca nel campo dell'apprendimento della geometria. Le ricerche di Piaget hanno studiato lo sviluppo della cognizione geometrica negli aspetti relativi ai rapporti topologici, proiettivi e euclidei. Nel bambino, la rappresentazione dello spazio si modifica, di pari passo con la comparsa del linguaggio, da uno «spazio percettivo» legato all'attività senso-motoria e all'esperienza diretta, a uno «spazio rappresentativo» mentalmente costruito.

Successivamente, il modello tripartito di Piaget è stato integrato da van Hiele (1984), che ha proposto una sequenza di cinque livelli di sviluppo per la cognizione geometrica:

1. visualizzazione
2. analisi descrittivo-analitica
3. deduzione informale
4. deduzione formale
5. rigore.

Secondo l'ipotesi di Clements e Sarama (2000a; 2000b), un livello «zero», di *prericonoscimento*, precederebbe i cinque dell'ipotesi di van Hiele.

È importante sottolineare come l'evoluzione della cognizione geometrica sia relativamente indipendente dall'età del bambino, ma sia più strettamente correlata all'educazione e alle esperienze. Infatti due bambini della stessa età non si trovano necessariamente allo stesso livello di sviluppo, pertanto non è implicito che possiedano le medesime conoscenze sulle figure.

In dettaglio, possiamo osservare come un bambino al livello «zero» (prericonoscimento) sia in grado di discriminare tra figure, senza però saperle riconoscere.

Al livello successivo (visualizzazione), riconosce le figure in base alla somiglianza con oggetti noti («è un rettangolo come una finestra»); al livello descrittivo-analitico, può discriminare tra figure riconoscendone le proprietà, senza tuttavia saperle formalizzare come definizioni.

Questi modelli, che identificano i diversi livelli di maturazione del pensiero geometrico, sono alla base di successivi sviluppi, che mirano a programmare un potenziamento specifico a partire dall'analisi del profilo individuale.

Geometria e abilità visuo-spaziali

Nella formulazione di Hershkowitz (1989), il ruolo e l'importanza da attribuire alle abilità visuo-spaziali rispetto alle competenze geometriche sono differenziati a seconda del livello di cognizione geometrica in questo modo:

1. *visualizzazione*: il bambino utilizza dapprima un'immagine prototipica di figura come termine di confronto; in seguito (tra il livello di visualizzazione e quello di analisi descrittivo-analitica), la stessa immagine permette di dedurre quali siano le caratteristiche di una figura data;
2. *analisi descrittivo-analitica*: proprietà e caratteristiche di una figura rendono possibile la sua attribuzione a una determinata categoria o concetto.

Secondo il modello di Bishop (1983), nelle abilità visuo-spaziali si possono riconoscere due componenti, rispettivamente l'*abilità di interpretare informazioni* sulle figure geometriche e di *manipolare rappresentazioni visive* delle figure stesse. Il modello, assai più complesso, di Del Grande (1990), identifica invece un vasto numero di abilità spaziali coinvolte nella cognizione della geometria, tra cui:

- coordinazione oculomotoria;
- individuazione di figure su uno sfondo;
- percezione della costanza della forma (il cambiamento di punto di vista non ha effetto sulle proprietà e caratteristiche di una figura);
- percezione della posizione nello spazio (relazione spaziale oggetto-oggetto e oggetto-osservatore);
- percezione delle relazioni spaziali;
- discriminazione visiva;
- memoria visiva.

Entra in gioco a questo punto il ruolo, nell'apprendimento della geometria, della memoria di lavoro visuo-spaziale, che ha trovato risalto nel modello di Baddeley e Hitch (1974). Questo identifica nella memoria di lavoro tre componenti: l'*esecutivo centrale*, il *loop fonologico* e il *taccuino visuo-spaziale*, il quale ha la funzione di mantenere temporaneamente le informazioni di tipo visuo-spaziale.

Le modifiche successivamente apportate al modello di Baddeley e Hitch (Logie, 1995; Logie e Pearson, 1997) riconoscono all'interno del taccuino visuo-spaziale due componenti che si occupano rispettivamente del mantenimento di forme, colori, tessiture e orientamento di oggetti (*visual cache*) e di movimenti o sequenze di movimento (*inner scribe*). I due componenti hanno la funzione di mantenere le informazioni da cui l'esecutivo centrale ricava un'immagine mentale. Nei più recenti sviluppi (Pazzaglia e Cornoldi, 1999; Mammarella, Pazzaglia e Cornoldi, 2008), il modello della memoria di lavoro si articola nei seguenti componenti:

- compiti spaziali sequenziali (registrare posizioni presentate in successione temporale);
- compiti spaziali simultanei (ricordare posizioni presentate allo stesso tempo);
- compiti visivi (registrare forme e colori di oggetti).

Cognizione geometrica

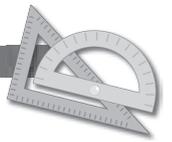
Il presente lavoro pone la massima attenzione sull'utilizzo della «via visiva», riducendo al minimo l'apporto di informazioni di tipo verbale, evitando soprattutto il procedere per definizioni; le proprietà delle figure e delle misure emergono gradualmente, operando su pagine in cui le immagini sono organizzate sia per forma che per posizione sul foglio, allo scopo di sostenere il pensiero geometrico nel ricavare nuove informazioni sul filo del ragionamento. La via visiva è al centro del

processo di apprendimento della geometria per costruire passo passo le conoscenze geometriche. «Mostrare, ma non dimostrare» significa privilegiare la via visiva rispetto a quella verbale: lo studente viene invitato a operare tramite confronti e riflessioni sulle informazioni visive che ricava dalle proposte di lavoro.

Dalla conoscenza degli elementi e delle figure geometriche si passa al calcolo semplice e, solo come formalizzazione finale, alla costruzione di formule con un semplice calcolo letterale.

Bibliografia

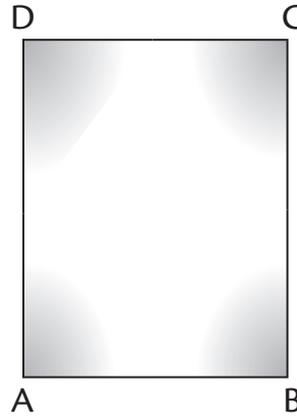
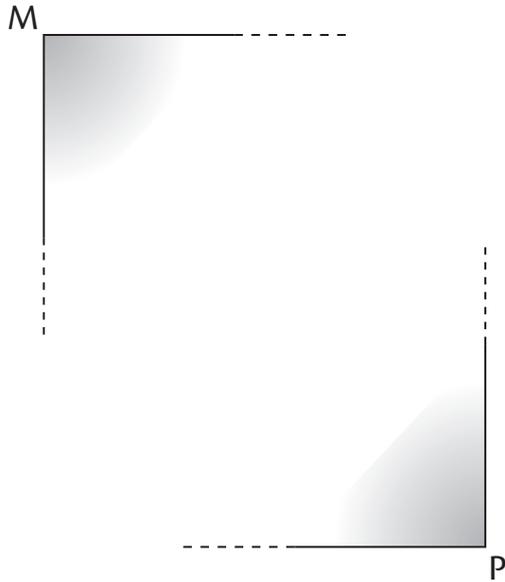
- Baddeley A.D. e Hitch G.J. (1974), *Working memory*. In G.A. Bower (a cura di), *Recent advances in learning and motivation*, New York, Academic Press, pp. 47-90.
- Bishop A. (1983), *Space and geometry*. In R. Lesh e M. Landau (a cura di), *Acquisition of mathematics concepts and process*, Orlando, Academic Press, pp. 175-203.
- Clements D.H. e Batista M.T. (1992), *Geometry and spatial reasoning: Handbook of research on mathematics teaching and learning*, New York, MacMillan.
- Clements D.H. e Sarama J. (2000a), *The earliest geometry*, «Teaching Children Mathematics», vol. 2, pp. 82-86.
- Clements D.H. e Sarama J. (2000b), *Young children's ideas about geometric shapes*, «Teaching Children Mathematics», vol. 6, pp. 482-488.
- Crowley M.I. (1987), *The van Hiele model of development of geometric thought*. In M.M. Lindquist e A. Shul The (a cura di), *Learning and teaching geometry: K-12*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, pp. 1-16.
- D'Amore B. e Marazzani I. (2008), *L'angolo, oggetto matematico e modello spontaneo*, «La Matematica e la sua Didattica», vol. 22, n. 3, pp. 285-329.
- Del Grande J. (1990), *Spatial sense*, «Arithmetic Teacher», vol. 27, pp. 14-20.
- Hershkowitz R. (1989). *Visualization in geometry: Two sides of the coin*, «Focus on Learning Problems in Mathematics», vol. 11, pp. 61-76.
- Logie R.H. (1995), *Visuo-spatial working memory*, Hove, UK, Lawrence Erlbaum Associates.
- Logie R.H. e Pearson D.G. (1997), *The inner eye and inner scribe of visuo-spatial working memory: Evidence from developmental fractionation*, «European Journal of Cognitive Psychology», vol. 9, pp. 241-247.
- Lucangeli D., Mammarella I.C., Todeschini M., Miele G. e Cornoldi C. (2009), *Conoscere le forme: Valutare e potenziare l'apprendimento della geometria dai 4 ai 6 anni*, Firenze, Giunti Scuola.
- Mammarella I.C., Pazzaglia F. e Cornoldi C. (2008), *Evidences for different components in children's visuospatial working memory*, «British Journal of Developmental Psychology», vol. 26, pp. 337-355.
- Pazzaglia F. e Cornoldi C. (1999), *The role of distinct components of visuo-spatial working memory in the processing of text*, «Memory», vol. 7, pp. 19-41.
- Piaget J. e Inhelder B. (1979), *La rappresentazione dello spazio nel bambino*, Firenze, Giunti e Barbera.
- Piaget J., Inhelder B. e Szemiska A. (1976), *La geometria spontanea del bambino*, Firenze, Giunti e Barbera.
- Sbaragli S. (2005), *Misconcezioni «inevitabili» e misconcezioni «evitabili»*, «La Matematica e la sua Didattica», n. 1, pp. 57-71.
- van Hiele P.M. (1984), *The child's thought and geometry*. In D. Fuys, D. Geddes e R. Tishler, *English translation of selected writings of Diana van Hiele Geldof and Pierre M. van Hiele*, Washington D.C., NSF, pp. 243-252.



» ANGOLO RETTO

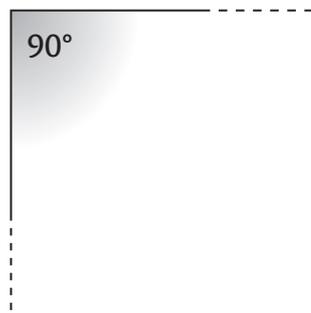
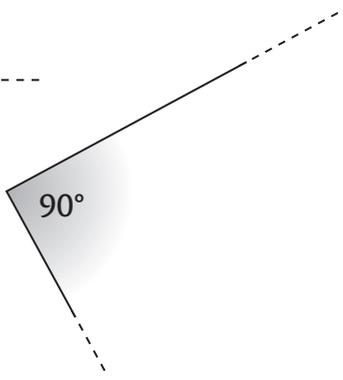
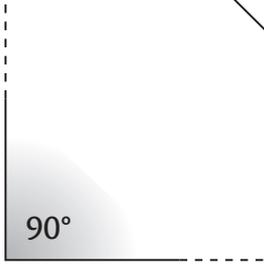
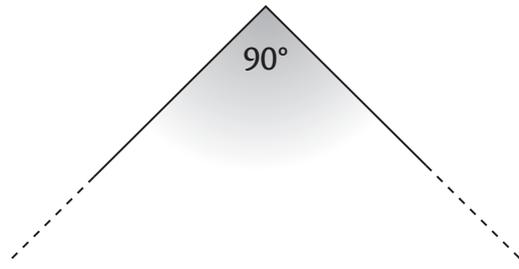
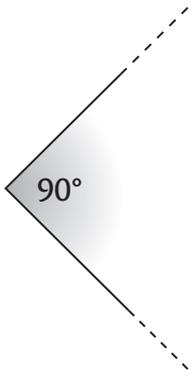


Misuriamo l'ampiezza!



Gli angoli retti hanno tutti la stessa ampiezza?

L'ampiezza si misura in «gradi!»



L'angolo retto misura 90 gradi!
90°

Qual è l'angolo più ampio tra questi?

continua



Dalla figura al nome del poligono

» DAL NUMERO DEI LATI AL NOME DEI POLIGONI

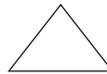
Colora le figure che riconosci.

Completa coi nomi giusti al posto dei puntini, scegliendo tra i cartellini.

Quanti lati?



Figure con 3 lati si chiamano



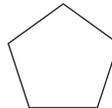
quadrilateri

Figure con 4 lati si chiamano



ettagoni

Figure con 5 lati si chiamano



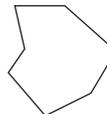
ennagoni

Figure con 6 lati si chiamano



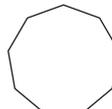
esagoni

Figure con 7 lati si chiamano



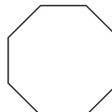
decagoni

Figure con 8 lati si chiamano



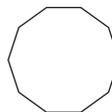
pentagoni

Figure con 9 lati si chiamano



ottagoni

Figure con 10 lati si chiamano

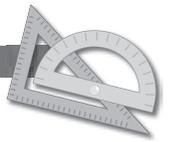


triangoli



Pentagoni ed esagoni hanno 5 e 6 lati.
Ottagoni ed ennagoni hanno 8 e 9 lati!

continua



Misurare

lo sono il segmento AB!

lo sono il rettangolo ABCD!

A cosa servono le lettere in geometria?

Una lettera può rappresentare un «nome»...

lo sono l'angolo $\hat{G}EF$!

lo sono la retta s !

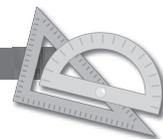
Una lettera può rappresentare una «misura» che non conosciamo...

h rappresenta la misura dell'altezza!

l rappresenta la misura del lato!

b rappresenta la misura della base!

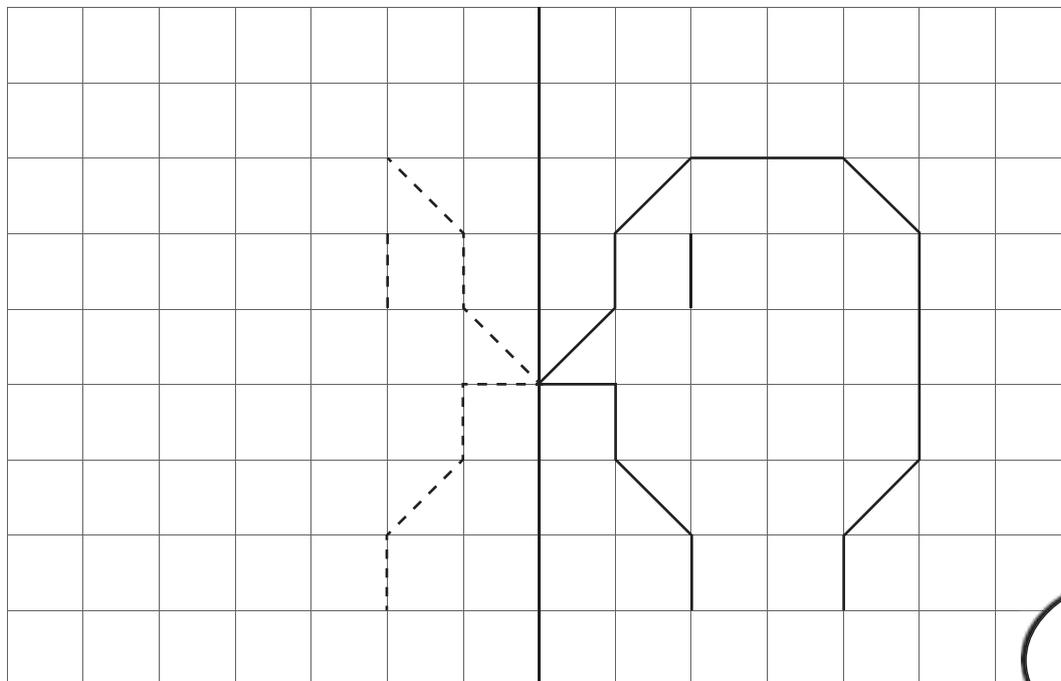
continua



Congruenza e simmetria

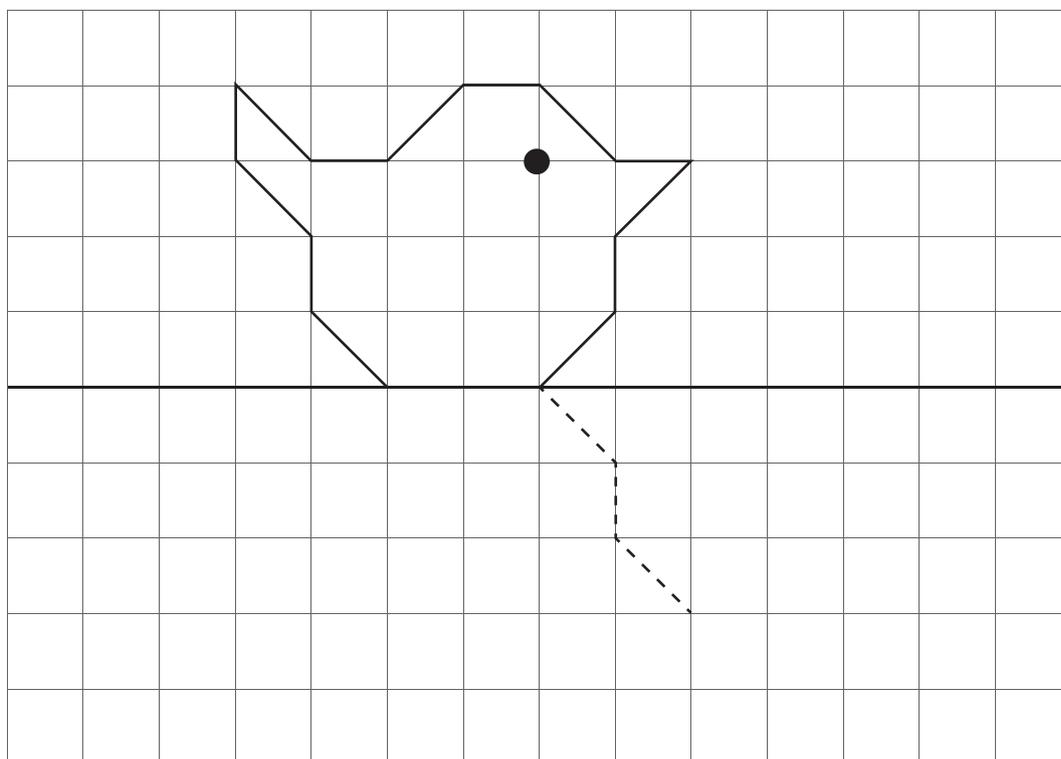
» SIMMETRIA

Completa il disegno del bambino allo specchio.

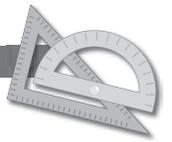


L'asse di simmetria è la linea-specchio!

Completa il disegno del papero riflesso nel laghetto.



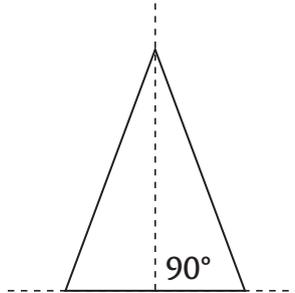
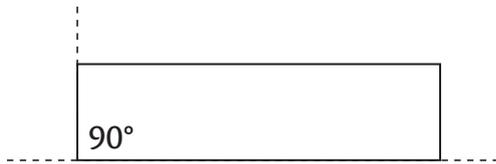
continua



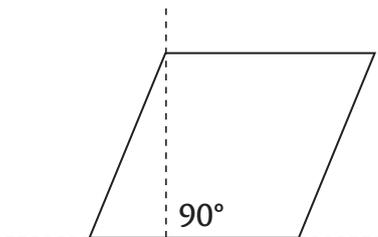
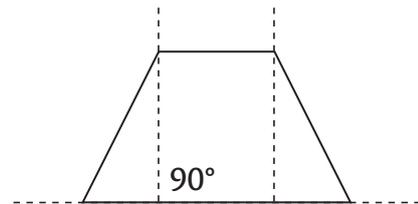
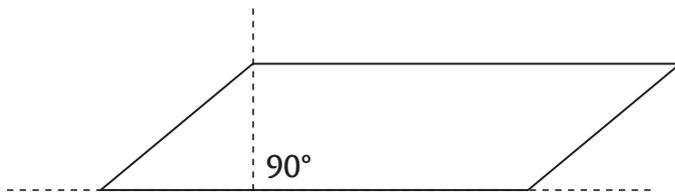
Base, altezza, apotema e diagonale

» RICONOSCERE BASE E ALTEZZA

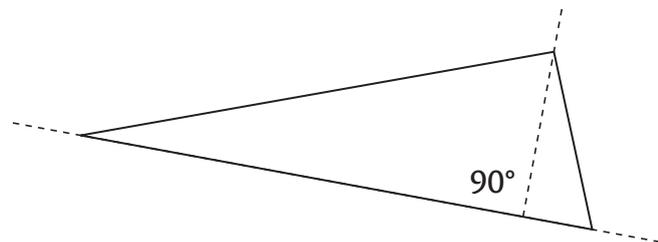
Ripassa con il colore blu la base e in rosso l'altezza delle figure.



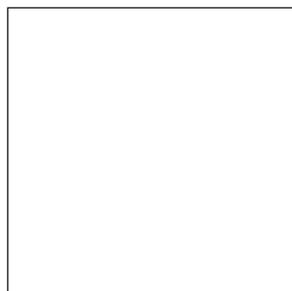
Alcune linee non c'entrano, attenzione!



Quante basi ha il trapezio?



Cosa colori nel quadrato?



continua



Riconoscere i solidi



La forma di un

.....



La forma di un

.....

Riconosci negli
oggetti la forma
di un solido!



La forma di una

.....



La forma di un

.....



La forma di un

.....



La forma di una

.....



La forma di un

.....

continua