

Carla Bertoli, Silvana Poli e Daniela Lucangeli

POTENZIARE COMPETENZE GEOMETRICHE

*Abilità cognitive e metacognitive nella costruzione
della cognizione geometrica*

SECONDO VOLUME

11-14 ANNI

**Programmi di potenziamento
della cognizione numerica e logico-scientifica**

Collana diretta da Daniela Lucangeli



Erickson

«**P**otenziare competenze geometriche» è un programma che propone un percorso di geometria completo, articolato in due volumi (dai 6 ai 10 e dagli 11 ai 14 anni), che prende avvio dall'identificazione delle figure piane e procede fino alla costruzione delle formule geometriche relative ai solidi, ai teoremi e alla geometria analitica in forma semplice e fruibile da parte di ogni studente, sul filo del ragionamento. La caratteristica principale di questo programma è far lavorare gli alunni in modo che essi stessi ricavino in prima persona le formule da utilizzare, in modo creativo e personale. A questo scopo, si propongono attività di manipolazione di figure — dal complesso al semplice e viceversa — e costruzioni di formule geometriche, a partire dalle espressioni risolutive di semplici e via via più complesse situazioni problematiche inerenti la geometria. Pensato sia per la didattica tradizionale che per attività di potenziamento, il programma è adottabile fin dalla scuola primaria, estendendosi fino alla classe terza della secondaria di primo grado e, come percorso di recupero, alla secondaria di secondo grado.

Contenuti: • Geometria piana: Nome o misura?; Dalle linee rette alle figure; Identificare le figure; Misurare; Congruenza; Calcolare il perimetro; Calcolare l'area dei poligoni; Dall'area alle dimensioni; Il cerchio; Gli angoli; Traslazione, simmetria e congruenza; Similitudine • Teoremi: Teorema di Pitagora; Primo teorema di Euclide; Secondo teorema di Euclide; Teorema di Talete • Geometria Analitica: Retta crescente e decrescente; Rette parallele; Sistema di rette incidenti; Parabola e iperbole • Geometria solida: Diedri e triedri; Poliedri e solidi di rotazione; Volume, peso e diagonali; Superficie.

Programmi di potenziamento della cognizione numerica e logico-scientifica

Collana diretta da Daniela Lucangeli

La collana vuole tradurre in programmi applicativi i risultati della ricerca sulla cognizione numerica e logico-scientifica. In particolare, ci si riferisce alle ricerche psicologiche e psicopedagogiche relative ai processi di apprendimento intelligente. Le strategie sviluppate sono presentate in forma cartacea e multimediale in maniera da garantire flessibilità e motivazione. L'obiettivo è quello di facilitare il potenziamento delle abilità cognitive basali in età evolutiva relative al pensiero scientifico.

INTELLIGENZA NUMERICA E CALCOLO



GEOMETRIA



PROBLEM SOLVING



MATEMATICA E MAGIA



ISBN 978-88-590-0919-1



€ 19,00

9 788859 100919 1

Indice

7	Presentazione
11	Bibliografia
13	PRIMA PARTE – Unità di apprendimento
15	UNITÀ DI APPRENDIMENTO 1 Geometria piana
116	UNITÀ DI APPRENDIMENTO 2 Teoremi
132	UNITÀ DI APPRENDIMENTO 3 Geometria analitica
152	UNITÀ DI APPRENDIMENTO 4 Geometria solida
193	SECONDA PARTE – Unità di consolidamento
195	UNITÀ DI CONSOLIDAMENTO 1 Geometria piana
233	UNITÀ DI CONSOLIDAMENTO 2 Teoremi
239	UNITÀ DI CONSOLIDAMENTO 3 Geometria analitica
251	UNITÀ DI CONSOLIDAMENTO 4 Geometria solida

Presentazione

Caratteristiche del programma

Guida al testo

Il programma «Potenziare competenze geometriche» si propone di offrire ai livelli di scuola primaria e secondaria di primo grado un percorso semplice, integrato e completo per facilitare l'apprendimento della geometria.

La modalità utilizzata è soprattutto quella di presentare i concetti attraverso l'esperienza diretta, ricollegandosi alla realtà degli alunni; la costruzione dei concetti avviene grazie a un percorso «dal problema alla regola», graduato e flessibile, in cui l'alunno è protagonista e co-costruttore del concetto, pienamente attivo nella situazione di apprendimento.

Il percorso è formulato in modo da privilegiare una modalità di presentazione di tipo visivo, che contribuisce a creare rappresentazioni significative legate alla realtà esperienziale. Nello specifico, si è scelto di limitare quanto più possibile l'utilizzo del canale verbale, da sempre predominante nei «classici» testi di geometria — e anche di matematica. Più specificamente, questa scelta vuole evitare una codifica dei concetti che sia di natura prettamente verbale-formale, slegata da immagini che si radichino nella realtà dell'esperienza. Ad esempio, la ripetizione a memoria di formule di geometria senza un forte collegamento con l'immagine della figura geometrica cui si riferiscono e, spesso, in assenza di nessi logici a spiegare tale correlazione, non arriva a costituire un sapere che formi l'autonomia e potenzi la capacità di soluzione dei problemi di un alunno.

I materiali che costituiscono le unità di apprendimento di «Potenziare competenze geometriche» sono stati costruiti direttamente a partire da esperienze pluriennali in classe, dove è stato osservato come i ragazzi vengano più facilmente coinvolti quando sperimentano in prima persona il percorso esplorativo attraverso la geometria. Tale percorso si articola in due fasi principali: esperienza e formalizzazione.

Nella prima fase, i ragazzi esplorano i materiali presentati graficamente, senza definizioni «a priori» e sono invitati a ricavare conclusioni personali su quanto osservato; nella seconda fase, il processo di «raccolgere le fila» utilizza una formalizzazione semplice, in cui le formule vengono costruite direttamente «sulle figure».

Allo scopo di sollecitare e attirare l'attenzione in coerenza con gli obiettivi specifici di ciascuna proposta, un personaggio che accompagna lo studente a «scoprire» la geometria serve a rendere leggero il compito e giustifica il linguaggio, a tratti ironico, a tratti sollecitante, a volte diretto in modo da permettere di focalizzare aspetti rilevanti.

Altre informazioni di tipo verbale sono contenute in nuvolette, quasi a indicare una modalità di riflessione «pensata», come se il linguaggio verbale si trovasse su un piano diverso rispetto a quello visuo-spaziale.

Di volta in volta, si cerca di orientare l'allievo sull'analisi del concreto attraverso un percorso euristico, dal problema alla regola e dal concreto all'astratto. Le attività hanno lo scopo di valorizzare l'autonomia dello studente, attraverso le graduali scoperte che lo gratificano, più di quanto non possa il giudizio dell'insegnante.

I contenuti sono organizzati in 24 schede fotocopiable, di varia lunghezza, a seconda della complessità dell'argomento trattato, e raggruppate in base a quattro macro-aree: Geometria piana, Teoremi, Geometria analitica e Geometria solida.

Contenuti

Indice dei temi

Il programma è suddiviso in due parti: la prima consta di 4 unità di apprendimento, la seconda si compone di 4 unità di consolidamento «in parallelo», per approfondire ulteriormente la conoscenza dei contenuti in una elaborazione gradualmente più autonoma. Le unità si articolano come segue:

- Unità di apprendimento 1: Geometria piana (Schede 1-12)
- Unità di apprendimento 2: Teoremi (Schede 13-16)
- Unità di apprendimento 3: Geometria analitica (Schede 17-20)
- Unità di apprendimento 4: Geometria solida (Schede 21-24)
- Unità di consolidamento 1: Geometria piana (Schede 1-12)
- Unità di consolidamento 2: Teoremi (Schede 13-16)
- Unità di consolidamento 3: Geometria analitica (Schede 17-20)
- Unità di consolidamento 4: Geometria solida (Schede 21-24).

Lo sviluppo della cognizione geometrica

Dai lavori pionieristici di Piaget e Inhelder (1979) prende avvio un ricco percorso di ricerca nel campo dell'apprendimento della geometria. Le ricerche di Piaget hanno studiato lo sviluppo della cognizione geometrica negli aspetti relativi ai rapporti topologici, proiettivi e euclidei. Nel bambino, la rappresentazione dello spazio si modifica, di pari passo con la comparsa del linguaggio, da uno «spazio percettivo» legato all'attività senso-motoria e all'esperienza diretta, a uno «spazio rappresentativo» mentalmente rappresentato.

Successivamente, il modello tripartito di Piaget è stato integrato da van Hiele (1986), che ha proposto una sequenza di cinque livelli di sviluppo per la cognizione geometrica:

1. Visualizzazione
2. Analisi descrittivo-analitica
3. Deduzione informale
4. Deduzione formale
5. Rigore.

Secondo l'ipotesi di Clements e Sarama (2000a), un livello «zero», di pre-riconoscimento, precederebbe i cinque dell'ipotesi di van Hiele.

È importante sottolineare come l'evoluzione della cognizione geometrica sia relativamente indipendente dall'età del bambino, ma sia più strettamente correlata all'educazione e alle esperienze. Difatti, due bambini della stessa età non si trovano necessariamente allo stesso livello di sviluppo, pertanto non è implicito che possiedano le medesime conoscenze sulle figure.

In dettaglio, possiamo osservare come un bambino al livello «zero» (pre-riconoscimento) sia in grado di discriminare tra figure, senza però saperle riconoscere. Al livello successivo (visualizzazione), riconosce le figure in base alla somiglianza con oggetti noti — «è un rettangolo come una finestra»; al livello descrittivo-analitico, può discriminare tra figure riconoscendone le proprietà, senza tuttavia saperle formalizzare come definizioni.

Questi modelli, che identificano i diversi livelli di maturazione del pensiero geometrico, sono alla base di successivi sviluppi, che mirano a programmare un potenziamento specifico a partire dall'analisi del profilo individuale.

Geometria e abilità visuo-spaziali

Il ruolo e l'importanza da attribuire alle abilità visuo-spaziali rispetto alle competenze geometriche sono differenziati a seconda del livello di cognizione geometrica così come segue:

1. *visualizzazione*: il bambino utilizza dapprima un'immagine prototipica di figura come termine di confronto; in seguito (tra il livello di visualizzazione e quello di analisi descrittivo-analitica), la stessa immagine permette di dedurre quali siano le caratteristiche di una figura data;
2. *analisi descrittivo-analitica*: proprietà e caratteristiche di una figura rendono possibile la sua attribuzione a una determinata categoria o concetto.

Secondo il modello di Bishop (1983), nelle abilità visuo-spaziali si possono riconoscere due componenti, rispettivamente l'abilità di interpretare informazioni sulle figure geometriche e di manipolare rappresentazioni visive delle figure stesse. Il modello, assai più complesso, di Del Grande (1990), identifica invece un vasto numero di abilità spaziali coinvolte nella cognizione della geometria, tra cui le seguenti:

- Coordinazione oculomotoria
- Individuazione di figure su uno sfondo
- Percezione della costanza della forma (il cambiamento di punto di vista non ha effetto sulle proprietà caratteristiche di una figura)
- Percezione della posizione nello spazio (relazione spaziale oggetto-oggetto e oggetto-osservatore)

- Percezione delle relazioni spaziali
- Discriminazione visiva
- Memoria visiva.

Entra in gioco a questo punto il ruolo nell'apprendimento della geometria della memoria di lavoro visuo-spaziale, che ha trovato risalto nel modello di Baddeley e Hitch (1974). Questo identifica nella memoria di lavoro tre componenti: l'esecutivo centrale, il loop fonologico e il taccuino visuo-spaziale, il quale ha la funzione di mantenere temporaneamente le informazioni di tipo visuo-spaziale. Le modifiche successivamente apportate al modello di Baddeley e Hitch (Logie, 1995; Logie e Pearson, 1997) riconoscono all'interno del taccuino visuo-spaziale due componenti che si occupano rispettivamente del mantenimento di forme, colori, tessiture e orientamento di oggetti (*Visual cache*) e di movimenti o sequenze di movimento (*Inner scribe*). I due componenti hanno la funzione di mantenere le informazioni da cui l'esecutivo centrale ricava un'immagine mentale. Nei più recenti sviluppi (Pazzaglia e Cornoldi, 1999; Mammarella, Pazzaglia e Cornoldi, 2008), il modello della memoria di lavoro si articola nei seguenti componenti:

- compiti spaziali sequenziali (registrare posizioni presentate in successione temporale)
- compiti spaziali simultanei (ricordare posizioni presentate allo stesso tempo)
- compiti visivi (registrare forme e colori di oggetti).

Cognizione geometrica

Il presente lavoro pone la massima attenzione sull'utilizzo della «via visiva», riducendo al minimo l'apporto di informazioni di tipo verbale, evitando soprattutto il procedere per definizioni; le proprietà delle figure e delle misure emergono gradualmente, operando su pagine in cui le immagini sono organizzate sia per forma che per posizione sul foglio, allo scopo di sostenere il pensiero geometrico nel ricavare nuove informazioni sul filo del ragionamento. La via visiva è al centro del processo di apprendimento della geometria per costruire passo passo le conoscenze geometriche. «Mostrare, ma non dimostrare» significa privilegiare la via visiva rispetto a quella verbale: lo studente viene invitato a operare tramite confronti e riflessioni sulle informazioni visive che ricava dalle proposte di lavoro.

Dalla conoscenza degli elementi e delle figure geometriche si passa al calcolo semplice e, solo come formalizzazione finale, alla costruzione di formule con un semplice calcolo letterale.

PRIMA PARTE



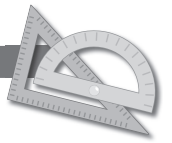
Unità di apprendimento

UNITÀ DI APPRENDIMENTO **1** GEOMETRIA PIANA

UNITÀ DI APPRENDIMENTO **2** TEOREMI

UNITÀ DI APPRENDIMENTO **3** GEOMETRIA ANALITICA

UNITÀ DI APPRENDIMENTO **4** GEOMETRIA SOLIDA



Nome o misura?

Una lettera può rappresentare un «nome»...

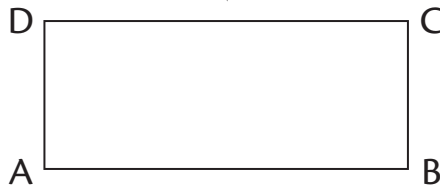
A cosa servono le lettere in geometria?



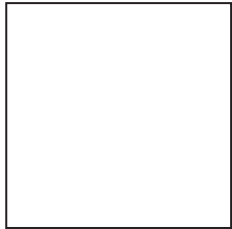
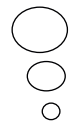
Io sono il segmento AB!



Io sono il rettangolo ABCD!

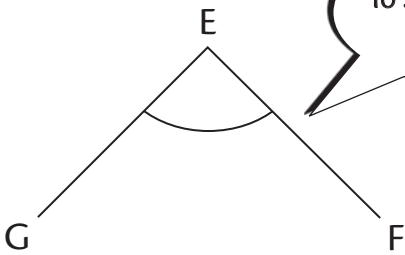


Una lettera può rappresentare una «misura» che non conosciamo...



l rappresenta la misura del lato!

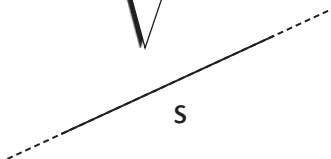
Io sono l'angolo $\hat{G} \hat{E} \hat{F}$!



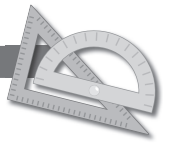
l rappresenta la misura della base!

h rappresenta la misura dell'altezza!

Io sono la retta s !



continua



Il cerchio

» LA CIRCONFERENZA

La circonferenza è il contorno del cerchio!

La corda unisce due punti qualsiasi della circonferenza!

Anche la ruota della bicicletta ha i «raggi» tutti lunghi uguali!

La corda massima si chiama diametro!

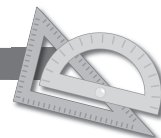
Il raggio unisce il centro a un punto della circonferenza!

Misura la lunghezza del diametro.

Poi, apri il contorno del cerchio, stendilo dritto e misura la sua lunghezza.

La circonferenza è lunga un po' più di 3 diametri!

continua



Primo teorema di Euclide

Calcola l'area delle due figure in grigio: quanto misurano rispettivamente?



Con le misure delle figure in grigio...

$$b = \overline{BC} = \text{cm } 3$$

$$a = \overline{AC} = \text{cm } 4$$

$$p_1 = \overline{BH} = \text{cm } 1,8$$

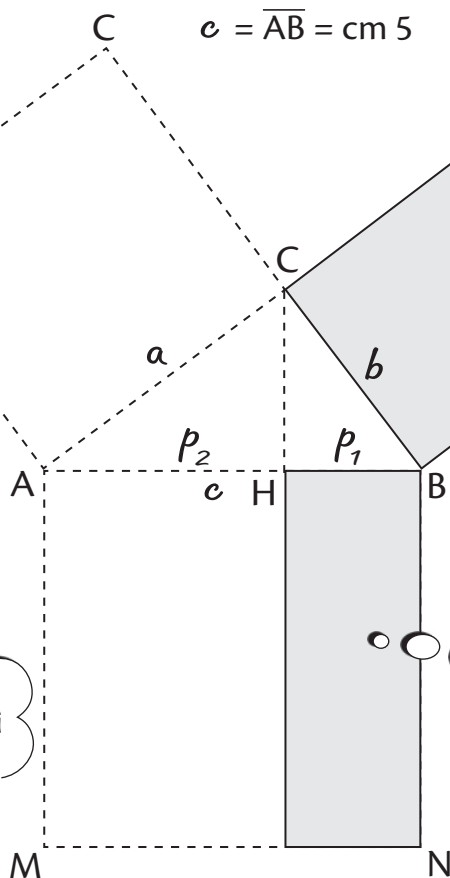
$$p_2 = \overline{AH} = \text{cm } \dots\dots\dots$$

$$c = \overline{AB} = \text{cm } 5$$

3^2
è l'area del quadrato del cateto.

p_1 e p_2 sono le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa.

$1,8 \cdot 5$
è l'area del rettangolo.



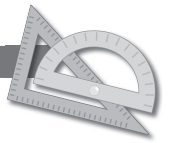
... puoi calcolare due aree uguali!



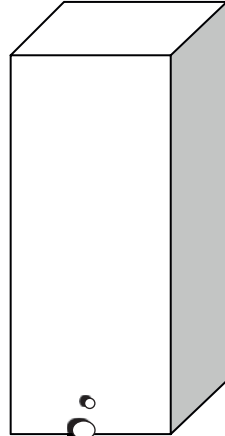
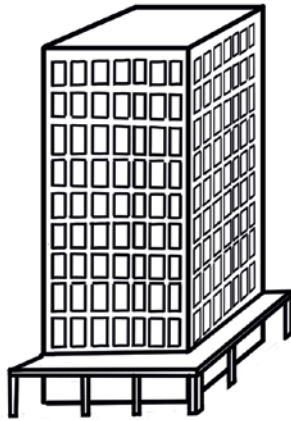
Area quadrato = cm^2

Area rettangolo = cm^2

continua



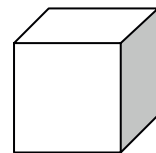
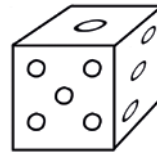
Poliedri e solidi di rotazione



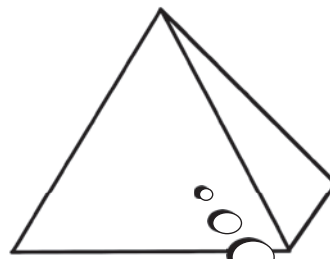
Nello spazio intorno a te puoi riconoscere tante figure solide...



Il parallelepipedo retto...



Il cubo!



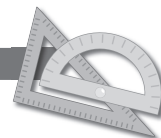
La piramide di Cheope!



La palla di specchi per la discoteca!

Un poliedro con... tantissime facce!

continua



Dalle linee rette alle figure

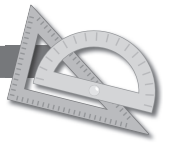
Traccia 5 rette incrociandole come preferisci, in modo da formare alcune figure.



Chiama con una lettera maiuscola gli incroci e completa la tabella.

CONTORNO	NUMERO DI LATI
.....
.....
.....
.....
.....





Gli angoli

Le semirette hanno origine dal vertice dell'angolo...



A partire dai vertici traccia due semirette a e b, costruendo:

> angolo acuto e ottuso

Vertice O ●

Vertice A ●

> angolo retto, piatto e giro

Vertice R ●

Vertice G ●

Vertice P ●

> angolo concavo e convesso

Vertice V ●

Scrivi all'interno di ogni angolo la sua denominazione e coloralo!



Vertice S ●

continua