

AC·MT

11-14

CESARE CORNOLDI – CHIARA CAZZOLA

**TEST DI VALUTAZIONE DELLE ABILITÀ DI CALCOLO
E PROBLEM SOLVING DAGLI 11 AI 14 ANNI**



Erickson

L'AC-MT 11-14 per la valutazione delle abilità matematiche è uno dei pochi strumenti realizzati nel nostro Paese capaci di indagare le abilità di calcolo e problem solving in ragazzi dagli 11 ai 14 anni.

Il test prevede prove differenziate per la prima, la seconda e la terza media ed è strutturato in tre parti distinte: una parte collettiva, una individuale e una relativa a problemi aritmetici.

La parte collettiva indaga, attraverso otto prove, una serie di abilità aritmetiche: l'accuratezza nel calcolo, le abilità di comprensione e produzione dei numeri, il ragionamento logico-aritmetico, l'automatizzazione di fatti e procedure numerici e la capacità di ragionare per ordini di grandezza. La parte individuale permette di valutare l'accuratezza e la velocità nel calcolo mentale e scritto, l'abilità di produzione dei numeri e il possesso dei fatti numerici, mentre i problemi aritmetici verificano la capacità di problem solving dei singoli soggetti.

L'AC-MT 11-14 è stato standardizzato su un campione italiano di oltre 2.600 ragazzi.

Manuale + protocolli
indivisibili

ISBN 978-88-7946-586-1



9 788879 465861

Indice

7	CAP. 1	Presentazione del test
11	CAP. 2	Abilità e difficoltà di calcolo nella scuola media
21	CAP. 3	Costruzione delle prove
35	CAP. 4	Regole per la somministrazione
53	CAP. 5	Validazione del test
61	CAP. 6	Ricerche con le prove AC-MT 11-14
75	CAP. 7	L'uso delle prove AC-MT 11-14
113		Bibliografia
119		Le prove
181	<i>Appendice A</i>	– Prova Pilota di 2 ^a media
199	<i>Appendice B</i>	– Dati normativi test AC-MT 11-14
213	<i>Appendice C</i>	– Distribuzione di frequenza dei singoli subtest
231	<i>Appendice D</i>	– Distribuzione di frequenza delle macrovariabili

Presentazione del test

Nel panorama italiano non sono molti gli strumenti volti a indagare le abilità di calcolo e di problem solving nei ragazzi di scuola media.

Il nostro intento è stato quello di creare una continuazione del test di valutazione delle abilità di calcolo AC-MT (Cornoldi et al., 2002) che potesse essere agevolmente utilizzata nella fascia d'età dagli 11 ai 14 anni. Le procedure di somministrazione e di attribuzione dei punteggi sono semplicissime e possono essere ricavate dallo stesso materiale testistico, senza dover compiere complicate ricerche sul Manuale.

Abbiamo costruito il nostro strumento pensando di collocarlo a un livello intermedio tra i test di screening, che forniscono un quadro globale, e gli strumenti di tipo diagnostico.

Esistono molteplici dati a dimostrazione del fatto che la capacità aritmetica non è monolitica ma costituita da varie componenti tra cui: la conoscenza basilare dei numeri, la memoria dei fatti aritmetici, la comprensione dei concetti e la capacità di applicare adeguatamente le procedure. Il nostro test ha una varietà di prove proprio al fine di riuscire a indagare al meglio le diverse componenti dell'abilità matematica.

La conoscenza procedurale e probabilmente anche altre componenti dell'abilità aritmetica possono variare in funzione delle modalità di presentazione: visiva vs. uditiva; concreta vs. numerica. Dato che una subcomponente importante della capacità di calcolo può essere quella di tradurre da una di queste modalità

all'altra (Hughes, 1986), abbiamo pensato di proporre il materiale del nostro test differenziando le modalità. I numeri infatti, nelle diverse parti della batteria, vengono presentati sia in cifra che in parola, sia scritti che pronunciati oralmente dall'esaminatore.

La situazione e il contesto possono influire molto sulla prestazione; anche per questo motivo il nostro test indaga le abilità di calcolo in due contesti molto diversi: mentre i ragazzi sono in classe e anche fuori dalla classe, in un rapporto vis-à-vis con l'esaminatore.

Il test si differenzia per le classi prima, seconda e terza media ed è formato da tre parti distinte, che vengono somministrate in momenti diversi:

1. Parte Collettiva
2. Parte Individuale
3. Problemi Aritmetici.

La prima e la terza parte del test possono essere svolte da più studenti contemporaneamente, ad esempio in classe, mentre la Parte Individuale va somministrata singolarmente in un ambiente il più possibile silenzioso e rassicurante. Tuttavia, al fine di facilitare la somministrazione della parte individuale, si è predisposta una procedura rapida e semplice.

La *Parte Collettiva*, che indaga una serie di abilità aritmetiche, può così essere utile, in un contesto scolastico, a compiere una sorta di screening volto a individuare gli eventuali soggetti a rischio, in relazione non solo alla media delle prestazioni dei coetanei, ma anche al livello della classe. Con le sue otto prove la Parte Collettiva ha lo scopo di indagare l'accuratezza nel calcolo aritmetico, le abilità di comprensione e produzione dei numeri, il ragionamento logico-aritmetico, l'automatizzazione di fatti e procedure numerici e la capacità di ragionare per ordine di grandezza.

La *Parte Individuale* indaga, nello specifico, l'accuratezza e la velocità nel calcolo mentale e scritto dello studente, la sua abilità di produzione dei numeri e il possesso dei fatti numerici. L'esaminatore ha qui l'occasione di concentrare la sua attenzione su un singolo ragazzo, può annotare le strategie utilizzate, le modalità della procedura (per esempio la capacità di incolonnare correttamente i numeri) e il grado di assimilazione e automatizzazione dei fatti numerici. L'esaminatore dovrà inoltre considerare l'impatto emotivo che ogni compito ha sui diversi ragazzi e tutte le variabili che possono influenzare la prova.

I *Problemi Aritmetici* vanno a indagare le capacità di problem solving dei singoli ragazzi. Per eseguire correttamente la prova, i ragazzi dovranno ricorrere a diverse abilità, come ad esempio comprensione linguistica, comprensione della situazione, capacità di individuare le procedure adeguate e abilità computazionali per risolvere il problema stesso.

Gli insegnanti di matematica che hanno collaborato con noi hanno accolto con piacere la nostra «intrusione» nelle loro ore di lezione, interessati a ottenere una valutazione oggettiva delle abilità dei propri alunni che esulasse dal programma spiegato in classe e dal soggettivo giudizio personale. Abbiamo percepito la loro esigenza di poter usare uno strumento che desse l'opportunità di valutare oggettivamente il livello della classe, le abilità di ogni singolo alunno e i problemi specifici di eventuali soggetti a rischio. L'intento del nostro test è poter soddisfare questi bisogni.

La costruzione e la standardizzazione del test sono nate nel contesto delle discussioni con colleghi del gruppo MT e rese possibili grazie al prezioso aiuto di numerosi insegnanti, operatori, ricercatori e laureandi e, in particolare, al contributo ideativo e organizzativo di Barbara Cavaliere e Giovanni Colpo. A tutti va il nostro più sentito ringraziamento.

Costruzione delle prove

Descrizione delle Prove e dei Subtest

Come già detto, nel panorama italiano sono ancora pochi gli strumenti volti a indagare, nei ragazzi che hanno terminato le scuole elementari, l'apprendimento specifico della matematica. Il nostro test è nato proprio dall'esigenza di poter usufruire di una prova oggettiva che indagasse le abilità di calcolo e di problem solving nella scuola media italiana. L'AC-MT 11-14 è stato pensato per essere agevolmente usato sia nelle scuole, per l'accertamento delle competenze di base, che nei Servizi, nella routine valutativa.

Il lavoro si è svolto in due fasi principali:

1. fase preliminare in cui abbiamo costruito la Prova Pilota, l'abbiamo somministrata a un gruppo sperimentale di 107 ragazzi per poi analizzarla nel suo complesso e nei suoi singoli item;
2. costruzione e standardizzazione della prova vera e propria, fase in cui abbiamo ampiamente modificato il test della prova pilota e somministrato la versione definitiva a un gruppo normativo per la standardizzazione della batteria.

I nostri riferimenti iniziali sono stati il test AC-MT (quindi anche il test ABCA) e i modelli cognitivi di apprendimento della matematica (Cornoldi et al., 2002; Lucangeli et al., 1998).

Come già accennato abbiamo costruito tre versioni distinte del test per adattarlo al livello cognitivo e al livello di apprendimento dei ragazzi che frequentano le tre diverse classi della scuola media (6°, 7°, 8° grado). Per fare ciò ci siamo serviti dei programmi ministeriali di quinta elementare e prima, seconda e terza media e anche di numerosi testi di matematica per le scuole medie (tra cui Zwirner e Scaglianti, 1991; Linardi, Negri e Regale, 1997).

Il nostro strumento nel dettaglio si compone di Parte Collettiva, Parte Individuale, Problemi Aritmetici.

Parte Collettiva

Questa parte è stata pensata per essere somministrata a più allievi contemporaneamente, ad esempio in una classe. Il suo scopo è permettere un accertamento generale delle abilità di calcolo sia dei singoli ragazzi che della classe.

Ai ragazzi viene spiegato che tutte le indicazioni riportate nel fascicolo vanno lette con estrema cura e che una regola importante di questa parte del nostro test è quella che le pagine devono essere girate solo quando l'esaminatore lo richiede. Questa norma ha lo scopo di assicurare che tutti i ragazzi in una classe svolgano l'intero test e che ascoltino e comprendano le istruzioni delle singole prove.

Questa parte è composta da 8 esercizi:

1. esegui le seguenti operazioni
2. espressioni aritmetiche
3. qual è il più grande
4. trasforma in cifre scritte
5. completa la serie
6. trascrivi in cifre i seguenti numeri
7. calcolo approssimativo
8. fatti, procedure e principi.

Con gli esercizi «Qual è il più grande», «Trasforma in cifre scritte», «Trascrivi in cifre i seguenti numeri» abbiamo voluto indagare le abilità sottostanti alla comprensione e alla produzione dei numeri. Gli stessi programmi ministeriali per la scuola media statale suggeriscono di occuparsi degli insiemi numerici approfondendo i seguenti contenuti:

- a) «Ampliare il concetto di numero: dai naturali agli interi relativi; dalle frazioni ai numeri razionali. Proseguire insegnando i rapporti, le percentuali, le proporzioni e la rappresentazione dei numeri sulla retta orientata.
- b) Scrittura decimale e ordine di grandezza.

- c) Operazioni dirette e inverse e loro proprietà nei diversi insiemi numerici. Potenze e radici. Minimo comune multiplo e Massimo comune divisore. Scomposizione in fattori primi. Esercizi di calcolo, esatto e approssimato. Approssimazioni successive come avvio ai numeri reali. Uso ragionato di strumenti di calcolo (ad es. tavole numeriche, calcolatori tascabili, ecc.).¹

In linea con il punto c) del Programma ministeriale riguardante gli insiemi numerici, vari studi (ad esempio Montague e Van Garderen, 2003; Cawley, Parmar, Yan e Miller, 1998) hanno dimostrato che nella scuola media ciò che maggiormente differenzia gli studenti con capacità matematiche nella norma dai colleghi con ottime capacità (e dai ragazzi con difficoltà di apprendimento in matematica) sono le strategie di calcolo e la capacità di fare stime. Proprio per tale motivo in questa parte abbiamo inserito un esercizio, «Esegui le seguenti operazioni», che indaga le strategie di calcolo basilari sottostanti le 4 operazioni, un esercizio di «Espressioni Aritmetiche» in cui le abilità richieste sono più complesse e l'esercizio «Fatti, Procedure e Principi» che valuta il grado con cui il ragazzo sa applicare principi di calcolo in modo elastico e veloce.

Vediamo ora nel dettaglio le abilità indagate da ogni esercizio contenuto nella Parte Collettiva:

1. *Esegui le seguenti operazioni*: anche il nostro strumento, come i suoi due predecessori, comincia con il calcolo scritto. Questo esercizio ha lo scopo di indagare la capacità di applicare le procedure di calcolo nelle quattro operazioni e offre una misura oggettiva delle capacità di calcolo di ogni singolo ragazzo. In alcuni item i numeri sono con la virgola e in altri no; questo permette all'esaminatore di capire se gli eventuali errori sono dovuti all'incapacità a trattare numeri non interi o ad altri fattori. Al ragazzo viene chiesto di svolgere tutti i passaggi necessari alla soluzione di ciascuna operazione in un riquadro: in questo modo l'esaminatore è facilitato nel capire a che categoria di difficoltà è dovuto l'eventuale errore compiuto.
2. *Espressioni aritmetiche*: questo esercizio ripropone, in modo essenziale, una delle attività più tipicamente proposte nelle scuole medie. Esso dà importanti informazioni non solo sulle abilità del ragazzo con le quattro operazioni, ma anche su come varia la sua prestazione se addizioni, moltiplicazioni, sottrazioni e divisioni sono combinate assieme. Valuta anche la conoscenza e la capacità di applicare importanti regole procedurali, come svolgere le diverse operazioni

¹ Tratto da Ministero della Pubblica Istruzione, Direzione Generale Istruzione Secondaria di 1° grado, *Scuola Media Statale, programmi e orari di insegnamento, criteri orientativi per le prove d'esame di licenza e relative modalità di svolgimento*, Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato, Roma, 1994.

nell'ordine corretto e usare adeguatamente le parentesi. Tale esercizio non è presente nella prova di Prima media.

3. *Qual è il più grande?*: al ragazzo vengono presentate alcune serie di numeri e gli viene chiesto di cerchiare in ciascuna di esse il numero più grande. Per eseguire correttamente questa prova è richiesta una corretta rappresentazione sia lessicale che semantica dei numeri proposti.
4. *Trasforma in cifre scritte*: vengono presentati alcuni numeri scomposti con le proprie categorie posizionali. Il ragazzo deve ricordare in che posizione vanno messe rispettivamente tra loro migliaia, centinaia, decine, unità, decimi e centesimi e così ricomporre il numero. Questa prova dà la possibilità di valutare le abilità nell'elaborare la struttura sintattica del numero.
5. *Completa la serie*: quest'esercizio, diversamente da tutti gli altri, non indaga l'abilità di calcolo in senso stretto, ma le capacità del ragazzo di compiere ragionamenti logici sulle proprietà di serie di numeri. Il nostro intento è stato quello di creare serie di numeri che si completassero con logiche il più possibile diverse tra loro. Pur indagando un costrutto apparentemente diverso dagli altri esercizi, *completa la serie* ha alte correlazioni con pressoché tutte le altre parti del test; ciò indica che capacità di calcolo e logico-numeriche sono in stretta relazione reciproca, tanto da essere a volte difficilmente distinguibili.
6. *Trascrivi in cifre i seguenti numeri*: quest'esercizio indaga in modo specifico gli errori d'origine sintattica e lessicale. A tale proposito, si deve rilevare che un caso significativo è rappresentato dallo zero che dà adito a una tipologia particolare d'errore a base sintattica, poiché è particolarmente difficile riconoscere il suo valore posizionale. Lo studente può incorrere in diversi tipi di errore. Negli errori di «lessicazione» (Seron e Deloche, 1987), il valore posizionale dello zero può essere appreso ma usato troppo, ogni volta che si incorre nei moltiplicatori «mila» e cento. Ad esempio, nell'item «ventitremilauno» alcuni ragazzi hanno scritto 230001 al posto di 23001. Inoltre elementi del lessico dei numeri come «-mila» e «-cento» innescano non solo reazioni moltiplicative (duecento = 2×100) ma anche additive (nel numero duecentouno il cento moltiplica il due mentre l'uno è addizionato). Questo carattere semantico differenziato può confondere e portare a rendere moltiplicative relazioni additive e viceversa. Ad esempio alcuni ragazzi all'item «centomiladiciassette» potrebbero rispondere 170'000 anziché 100'017.
7. *Calcolo approssimativo*: quest'esercizio indaga, come dice il titolo, le capacità del ragazzo nel calcolo approssimativo. Ai ragazzi vengono presentate 16 operazioni in seconda e terza e otto operazioni in prima media e viene loro chiesto di scegliere tra tre possibili risultati. Per assicurarci che non svolgano i calcoli ma eseguano una stima del risultato, abbiamo dato agli alunni un

tempo massimo di due minuti per completare l'esercizio; se, in questo tempo, essi svolgono meno di cinque item, si può pensare che non abbiano stimato ma calcolato il risultato. Va rilevato che quest'esercizio è di difficile comprensione. Pertanto, chi somministra il test deve essere molto accurato nello svolgere l'esempio, ponendo l'accento sulla necessità di ragionare per *ordine di grandezza*.

L'abilità di fare stime è stata molto studiata dalla recente ricerca e si è dimostrata influente in varie aree dell'abilità matematica. Crites (1992), per esempio, ha studiato le strategie di calcolo in studenti del terzo, quinto e settimo grado di scuola (che in Italia corrisponderebbero a 3^a e 5^a elementare e 2^a media) dividendoli in esperti e non esperti nelle stime. I suoi risultati indicarono che (a) gli studenti esperti nelle stime tendevano maggiormente a usare unità di misura avanzate e strategie di scomposizione-composizione; (b) gli studenti meno esperti, se usavano delle strategie, tendevano a basarsi maggiormente sulla percezione; (c) gli alunni esperti nelle stime avevano maggior successo nelle operazioni con numeri grandi, facevano calcoli più soddisfacenti e prestavano più attenzione nel separare i problemi in parti.

8. *Fatti, procedure e principi*: questa prova permette di indagare se lo studente possiede una sufficiente conoscenza e automazione delle procedure e dei principi basilari dell'aritmetica. Vengono presentate in una colonna sedici operazioni già svolte (ad esempio, $54+30 = 84$), le quali forniscono un prezioso aiuto nel calcolo delle altre sedici operazioni da calcolare nella seconda colonna (nell'esempio precedente $30+54 = \dots$). I ragazzi hanno ancora una volta un tempo limitato di due minuti per svolgere tutti gli item: riusciranno con successo, quindi, solo se possiedono sufficienti conoscenze automatizzate di fatti, procedure e principi e/o se sono in grado di applicarle secondo un ragionamento analogico. Se ci soffermiamo infatti sull'esempio sopra riportato, possiamo notare che è ovviamente molto più rapido risolvere quest'item applicando la proprietà commutativa a $54+30$ che calcolare nuovamente $30+54$.

Parte Individuale

Questa parte del test è costituita da 4 prove («Calcolo a mente», «Calcolo scritto», «Dettato di numeri», «Fatti numerici») e ha una durata indicativa di 10 minuti circa.

La parte individuale costituisce un momento molto importante nella valutazione delle abilità di calcolo, in quanto in questa sede l'esaminatore ha la possibilità di osservare da vicino le strategie e i comportamenti utilizzati dai ragazzi di

fronte a diversi esercizi matematici. Si ha qui non solo un importante indice di accuratezza nel calcolo ma viene anche misurata la velocità.

La prova nel dettaglio si compone di:

- *Calcolo a mente*: si chiede al ragazzo di svolgere a mente alcune operazioni e si annotano il tempo necessario per l'esecuzione, la correttezza e le strategie utilizzate.
- *Calcolo scritto*: questo esercizio permette all'esaminatore di approfondire l'analisi delle procedure utilizzate dal ragazzo nel calcolo scritto. Tale prova è presente anche nella Parte Collettiva, ma qui l'esaminatore può osservare lo studente durante lo svolgimento delle operazioni e annotare come mette in colonna i numeri e l'ordine di partenza per l'esecuzione dei calcoli.
- *Dettato di numeri*: il ragazzo deve tradurre in codice arabo gli stimoli che gli vengono dettati nel modo più chiaro possibile. La prova ci fornisce importanti indicazioni riguardanti il funzionamento dei meccanismi sintattici e lessicali di comprensione e produzione dei numeri.
- *Recupero di fatti numerici*: questo esercizio indaga se la conoscenza dei fatti numerici (ma anche di risultati di operazioni basilari, basate su conoscenze di regole) è depositata in memoria a lungo termine. Lo studente ha cinque secondi per rispondere a ciascuno dei semplici calcoli che l'esaminatore richiede. Se questo tempo non è sufficiente, si presume che il ragazzo abbia calcolato l'operazione senza recuperare in memoria a lungo termine il dato e la risposta non viene considerata valida.

Problemi Aritmetici

Questa prova è volta a indagare le diverse abilità tipicamente implicate nella soluzione di problemi aritmetici, quali per esempio la capacità di comprensione del testo scritto, la capacità di pianificare un percorso di soluzione e di tenere sotto controllo le operazioni da svolgere. In particolare stimola gli aspetti metacognitivi implicati negli apprendimenti complessi, come la verifica della comprensione e la previsione degli elementi di difficoltà presentati dal problema.

Le difficoltà incontrate da molti ragazzi nella risoluzione dei problemi aritmetici possono essere dovute alla numerosità e alla complessità delle tappe che portano alla soluzione:

- analizzare e interpretare i dati proposti;
- comprendere le relazioni che intercorrono tra i dati;
- distinguere i dati necessari da quelli secondari;
- definire le operazioni da compiere;

- programmare la sequenza temporale delle operazioni da eseguire;
- individuare il risultato finale.

Si possono riscontrare, ad esempio, errori nell'analizzare i dati del problema e di conseguenza nell'impostare le operazioni necessarie alla risoluzione del quesito stesso. Inoltre non è raro riscontrare in questo tipo di prestazione errori di conteggio aritmetico, i quali pregiudicano inevitabilmente i risultati parziali o finali della prova.

Nei programmi ministeriali si sottolinea come i ragazzi dovrebbero imparare a individuare dati e variabili significative nei problemi e a risolverli tramite diversi procedimenti. Ciò non significa, secondo il Ministero della Pubblica Istruzione, applicare soltanto regole fisse a situazioni standard, ma vuol dire anche affrontare problemi allo stato grezzo per cui si chiede all'allievo di compiere una «traduzione» in termini matematici. Su queste basi abbiamo individuato una serie di problemi prototipici di quelli che vengono proposti nelle Scuole Medie Italiane e li abbiamo riformulati, in modo da garantirne l'originalità e l'attualità dei contesti.

Nella prova pilota c'erano due distinte versioni di questa parte per ogni classe, ognuna composta da 15 item. Con un criterio casuale veniva consegnata a metà della classe la versione «A» di Problemi Aritmetici e all'altra metà la versione «B». In questo modo abbiamo potuto valutare tra 30 problemi aritmetici quali fossero i più idonei per la prova finale.

Dalla prova pilota a quella definitiva

Il progetto di costruzione delle prove AC-MT 11-14 è cominciato a maggio 2001 con la Prova Pilota, ideata in collaborazione con B. Cavalieri e G. Colpo, e grazie anche ai suggerimenti di D. Lucangeli, L. Girelli, e somministrata — insieme con B. Cavalieri — a 107 alunni dell'Istituto Comprensivo Vicenza 9 (Scuola Media G. Ambrosoli). Si tratta di una scuola situata nella periferia urbana di Vicenza. Molti dei ragazzi che la frequentano provengono da famiglie di ceto medio o medio-basso e i loro genitori sono in genere lavoratori dipendenti che hanno come titolo di studio il diploma di scuola superiore. Questa è una zona che ha accolto negli ultimi anni un forte flusso migratorio sia da paesi extracomunitari sia soprattutto da regioni del sud Italia.

Sono stati esclusi dal campione i ragazzi con certificazione di disabilità mentale e quelli provenienti da paesi stranieri (qualora il loro livello di comprensione della lingua italiana non fosse sufficiente per capire le indicazioni degli esercizi o il testo dei problemi aritmetici).

Il campione è stato suddiviso nelle tre classi della scuola media, alle quali sono state somministrate prove diverse. Quindi:

- a 41 ragazzi è stata somministrata la prova di prima media
- a 32 ragazzi è stata somministrata la prova di seconda media
- a 34 ragazzi è stata somministrata la prova di terza media.

A seguito della somministrazione della prova pilota, in base ai risultati ottenuti, sono state apportate importanti modifiche al test. In particolare sono state valutate principalmente due cose: la frequenza di risposte corrette per ogni item e le correlazioni di Pearson tra gli item di ciascun subtest e il totale di risposte corrette nello stesso. In Appendice A riportiamo l'intera prova pilota di seconda media, con i valori di correlazione item-totale e di frequenza di risposte corrette per ogni item.

Il nostro fine era quello di semplificare e migliorare i subtest togliendo dal nostro strumento gli item meno informativi e di pervenire alla costruzione di una prova definitiva più robusta psicometricamente e più agevole da somministrare.

Si è iniziata la rielaborazione del test dalla Parte Collettiva; abbiamo cominciato col ridurre notevolmente il primo esercizio «Esegui le seguenti operazioni»; esso era inizialmente composto da tre addizioni, tre sottrazioni, tre moltiplicazioni e tre divisioni e in questa forma richiedeva troppo tempo per l'esecuzione. Nella prova definitiva invece ora ci sono due item per ogni segno di operazione. In questa forma la prova richiede circa 20-25 minuti per essere completata (il tempo necessario è in relazione con il livello della classe). Essa rimane un esercizio impegnativo, ma è una prova fondamentale per rilevare le abilità di calcolo e, se ridotta ulteriormente, non ci darebbe sufficienti informazioni. Il secondo esercizio, «Espressioni aritmetiche», era inizialmente composto da tre item che sono stati ridotti a due; «Qual è il più grande», invece, è stato dimezzato e le sue otto serie di numeri sono diventate quattro nella prova definitiva. Ai dieci item di «Trasforma in cifre scritte» ne sono stati tolti solo due, lasciandone quindi otto. Gli esercizi «Completa la serie» e «Trascrivi in cifre i seguenti numeri» invece sono stati dimezzati: i loro sedici item sono stati ridotti a otto. Gli ultimi due esercizi, «Calcolo Approssimativo» e «Fatti, Procedure e Principi» a causa dei loro particolari scopi non sono stati ridotti, rimanendo entrambi composti da sedici item.

Anche la Parte Individuale è stata ridimensionata: le operazioni da svolgere in «Calcolo scritto» che erano inizialmente otto (due per ogni segno), sono state ridotte a quattro (una per ogni segno) e il «Dettato di numeri», prima composto da otto item, nella prova definitiva è dato da quattro numeri (che comprendono potenze, frazioni e numeri interi). Abbiamo invece mantenuto tutti e quattro gli

item di «Calcolo a mente»: un'addizione, una sottrazione, una moltiplicazione e una divisione.

L'esercizio «Recupero di fatti numerici» non ha subito variazioni nella prova di prima media (gli item sono rimasti ventiquattro) mentre, nelle prove di seconda e di terza, i trenta item che le componevano erano troppi e i ragazzi non riuscivano a mantenere la concentrazione: sono stati così ridotti a ventiquattro.

La tabella 3.1 illustra in che modo sono stati ridotti gli item: i numeri a sinistra della freccia in ogni casella indicano quanti item per ogni esercizio erano presenti nella prova pilota mentre i numeri scritti a destra indicano quanti sono gli item nella prova definitiva.

TABELLA 3.1
**Schematizzazione della riduzione degli item
passando dalla prova pilota alla prova definitiva**

Esercizi	1 ^a media	2 ^a e 3 ^a media
Esegui le seguenti operazioni	12 → 8	12 → 8
Espressioni aritmetiche		3 → 2
Qual è il più grande	8 → 4	8 → 4
Trasforma in cifre scritte	10 → 8	10 → 8
Completa la serie	16 → 8	16 → 8
Trascrivi in cifre i seguenti numeri	16 → 8	16 → 8
Calcolo approssimativo	8 → 8	16 → 16
Fatti, procedure, principi	16 → 16	16 → 16
Calcolo a mente	8 → 4	8 → 4
Calcolo scritto	4 → 4	4 → 4
Dettato di numeri	10 → 4	10 → 4
Recupero di fatti numerici	24 → 24	30 → 24
Problemi aritmetici	15 → 10	15 → 10

I criteri di selezione degli item sono stati molteplici; il primo passo è stato quello di eliminare da tutte e tre le parti che compongono il test gli item troppo difficili (per esempio con frequenza molto bassa di risposte corrette) perché non significativi per il nostro strumento. Al contrario abbiamo tenuto alcuni degli item svolti correttamente da quasi tutti i ragazzi del gruppo pilota. Item facili come

questi non danno all'esaminatore molte informazioni utili, ma svolgono un'importante funzione di rinforzo (specialmente in un esercizio lungo e impegnativo come «Recupero di fatti numerici») e di verifica della comprensione del compito.

Per ogni singolo esercizio, il nostro scopo è stato quello di ridurlo tentando di mantenerlo il più completo possibile. I nostri criteri di selezione sono stati quindi principalmente tre:

- *Completezza*: ad esempio in «Esegui le seguenti operazioni» abbiamo mantenuto un pari numero di operazioni sia decimali che non per ogni segno; in «Completa la serie» si sono conservati gli item le cui strategie sottostanti si differenziavano il più possibile e in «Qual è il più grande» abbiamo fatto in modo che i risultati fossero di volta in volta numeri interi, decimali, elevati alla potenza e frazionari.
- *Correlazione di Pearson item-totale*: abbiamo selezionato gli item che avevano le correlazioni maggiormente significative con il totale dell'esercizio.
- *Percentuali di frequenze di risposte corrette*: abbiamo dato la precedenza agli item che sono stati svolti correttamente da una fascia compresa fra il 40% e il 70% dei ragazzi.

Oltre alla riduzione del numero di item sono state apportate altre importanti modifiche al test.

Innanzitutto, nella prova pilota tutti gli esempi dei singoli esercizi erano già svolti, ma si è notato che per facilitarne la comprensione era molto più utile che l'esaminatore li svolgesse in classe. Abbiamo quindi cancellato le soluzioni da molti esempi, permettendo così ai ragazzi di scriverle a penna.

Un'altra importante modifica è stata quella di variare l'ordine degli item all'interno della maggior parte degli esercizi. Confrontando le percentuali di frequenza delle risposte corrette, abbiamo ordinato gli item per difficoltà: dal più facile al più difficile. Gli item di «Calcolo Approssimativo» e di «Fatti, Procedure e Principi» non sono stati ordinati per difficoltà perché, essendo esercizi a tempo, non c'è modo di capire se un'operazione non è stata svolta perché più difficile di altre o perché i due minuti previsti non erano sufficienti. Anche gli item di «Recupero dei fatti numerici» non sono stati riordinati: infatti quest'esercizio richiede molta concentrazione ed è più indicato che item difficili siano alternati ad item facili per rinforzare il ragazzo.

Infine è stata fatta un'ulteriore modifica apparentemente banale: abbiamo cambiato il modo di scrittura del puntino separatore delle migliaia. Se «mille» nella prova pilota era scritto con il puntino in basso (1.000), nella prova definitiva lo abbiamo scritto con il puntino in alto (1'000). Anche se la posizione del puntino può sembrare irrilevante, dato che entrambi i modi sono corretti, abbiamo notato che se scritto in basso creava confusione nei ragazzi.

Standardizzazione della batteria

Il campione

La somministrazione della batteria definitiva si è svolta nei mesi di ottobre, novembre e dicembre degli anni 2001 e 2002 e ha coinvolto 18 scuole medie inferiori di 7 città diverse del centro e nord Italia:

1. Vicenza = 611 soggetti
2. Udine = 316 soggetti
3. Cremona = 255 soggetti
4. Milano = 127 soggetti
5. Imperia = 59 soggetti
6. Parma = 223 soggetti
7. Cagliari = 776 soggetti.

Le scuole coinvolte erano situate sia in zone centrali sia nella periferia urbana o agricola. Il numero totale dei ragazzi che compongono il campione è 2658 (1219 maschi e 1148 femmine) così ripartiti:

TABELLA 3.2
Distribuzione del campione per la prova collettiva

Classe	N	Maschi	Femmine	Età media in mesi	Zone interessate
1 ^a	780	409	371	136	Tutte
2 ^a	828	412	416	149	Tutte
3 ^a	760*	398	361	161	Tutte

Classe 1 ^a		Classe 2 ^a		Classe 3 ^a	
Vicenza	192	Vicenza	207	Vicenza	212
Cremona	80	Cremona	91	Cremona	84
Udine	112	Udine	110	Udine	94
Parma	81	Parma	68	Parma	74
Milano	44	Milano	45	Milano	29
Imperia	17	Imperia	22	Imperia	20
Cagliari	254	Cagliari	282	Cagliari	241

* Per alcuni soggetti non sono pervenuti dati relativi al sesso e alla città di provenienza.

TABELLA 3.3
Distribuzione del campione per la prova individuale

Classe	N	Maschi	Femmine	Età media in mesi	Zone interessate
1 ^a	539	273	266	136	1,2,3,6,7
2 ^a	575	279	296	149	1,2,3,6,7
3 ^a	544	282	262	161	1,2,3,6,7

Classe 1 ^a		Classe 2 ^a		Classe 3 ^a	
Vicenza	192	Vicenza	207	Vicenza	212
Cremona	80	Cremona	91	Cremona	84
Udine	112	Udine	110	Udine	94
Parma	80	Parma	68	Parma	74
Cagliari	75	Cagliari	99	Cagliari	80

TABELLA 3.4
Distribuzione del campione per i problemi aritmetici

Classe	N	Maschi	Femmine	Età media in mesi	Zone interessate
1 ^a	440	218	222	136	1,2,4,5,7
2 ^a	486	238	248	149	1,2,4,5,7
3 ^a	438	230	208	161	1,2,4,5,7

Classe 1 ^a		Classe 2 ^a		Classe 3 ^a	
Vicenza	192	Vicenza	207	Vicenza	212
Udine	112	Udine	110	Udine	94
Milano	44	Milano	48	Milano	32
Imperia	17	Imperia	22	Imperia	20
Cagliari	75	Cagliari	99	Cagliari	80

Come era stato fatto precedentemente con la prova pilota, anche da questo campione sono stati esclusi i bambini con disabilità mentale e i bambini stranieri nelle prime fasi dell'integrazione nel nostro Paese che non avevano una sufficiente conoscenza della lingua italiana per poter capire le consegne degli esercizi e il testo dei Problemi Aritmetici.