LINO PINNA

PROF IN BARATTOLO

FRAZIONI E POTENZE

Erickson

ISTRUZIONI

11+ ANNI

20-40 MINUTI

2+ GIOCATORI

CONTENUTO

- **30 Carte-Numero ESPLORATORI** (livello 1 di difficoltà)
- **30 Carte-Numero AVVENTURIERI** (livello 2 di difficoltà)
- **30 Carte-Numero EROI DEI NUMERI** (livello 3 di difficoltà)

  In ogni carta c'è un numero (naturale, relativo, decimale, frazione, elevato a potenza, ecc. in base al livello di difficoltà relativo a ciascun mazzo). In ciascun mazzo da 30 carte sono incluse anche **4 carte speciali *Indovina il numero***, da usarsi solo nelle partite a squadre.

- **1 Dado**

  + ➜ addizione

  – ➜ sottrazione

  × ➜ moltiplicazione

  ÷ ➜ divisione

  ^2 ➜ elevare alla seconda

  ? ➜ operazione a scelta del giocatore

- **1 Clessidra da 1 minuto**

  In questo libretto, nella sezione Spiega la regola, sono consultabili le regole di aiuto al gioco, divise nei tre rispettivi livelli di difficoltà.


-0,5
EROI DEI NUMERI
AVVENTURIERI
INDOVINA IL NUMERO
2
ESPLORATORI
÷

DA PROCURARSI

- Una calcolatrice per ciascun giocatore (o gruppo di giocatori), da usare nei livelli di gioco 2 e 3.
- Fogli e penne per svolgere i calcoli.

GIOCATORI: da 2 a 5, oppure divisi in squadre
(in classe/gruppo).

DURATA DEL GIOCO: 20 – 30 minuti

OBIETTIVI DIDATTICI:

- livello 1 – Esploratori: consolidare le regole di calcolo con numeri naturali, frazioni, potenze, e radici quadrate semplici.
- Livello 2 – Avventurieri: operare anche con numeri relativi, frazioni più complesse e numeri decimali.
- Livello 3 – Eroe dei numeri: padroneggiare le operazioni con i numeri razionali, le proprietà delle potenze e le radici complesse.

OBIETTIVO DEL GIOCO: ottenere il punteggio più alto risolvendo le operazioni matematiche proposte.

STRUTTURA DEL GIOCO: 4 giri completi + 1 prova finale creativa.

PREPARAZIONE

- Si decide a quale livello giocare. Si mescola il mazzo scelto (in base alla preparazione dei giocatori) e lo si pone al centro del tavolo. In caso di giocatori singoli, togliere dal mazzo le carte «Indovina il numero».

- Si pone accanto il libretto per poter consultare le regole di aiuto.
- Ogni giocatore ha davanti a sé un foglio e una penna.
- Si tengono a portata di mano il dado e la clessidra.

SVOLGIMENTO

PRIMA FASE DEL GIOCO

1. Il giocatore pesca la **prima carta** e scrive il numero sul proprio foglio.
2. Lancia il **dado delle operazioni**, che dirà quale operazione effettuare.
3. Pesca la **seconda carta** e scrive quest'altro numero.
4. Deve svolgere sul foglio l'operazione risultante entro 1 minuto di clessidra.

   Esempio: prima carta = $\frac{3}{4}$, tira il dado ed esce il segno **+** (addizione), seconda carta = 3^2 ➜ operazione = $\frac{3}{4} + 9 = \frac{39}{4}$
5. In caso di difficoltà il giocatore potrà consultare le regole di aiuto (nella sezione Spiega la regola), in cui troverà la regola relativa all'operazione che gli è stata chiesta di eseguire, corredata da esempi pratici.

REGOLE DI GIOCO

Se si gioca al livello 1 (ESPLORATORI), poiché la maggioranza dei ragazzi non ha ancora dimestichezza con l'algebra e non è in grado di eseguire operazioni con numeri relativi (es: $\frac{2}{3} - 4$, ecc.), applichiamo la **Regola del Maggiore** (nei seguenti casi):

- **Sottrazione:** si mette sempre il numero più grande come minuendo e quello più piccolo come sottraendo.
  Es: carte $\frac{2}{3}$ e 4 ➜ l’operazione diventa: $4 - \frac{2}{3}$.
- **Divisione:** si mette sempre il numero più grande come dividendo e quello più piccolo come divisore.
  Es: carte 2 e 5 ➜ l’operazione diventa: $5 \div 2$.
- **Eccezione divisione per zero:** se uscisse lo **0** come divisore, il giocatore rilancia il dado, poiché l’operazione è «impossibile».

Se, dopo aver pescato la prima carta, al tiro del dado esce ***elevare alla seconda*** **(^2)**, si eseguirà tale operazione e **non ci sarà bisogno di pescare la seconda carta**, in quanto l’elevazione a potenza è già una operazione matematica a tutti gli effetti.

Quando, tirando il dado, esce ***operazione a scelta***, il giocatore sceglierà a piacere una delle quattro operazioni: **(+, −, ×, ÷)**.

Ad ogni operazione eseguita sul foglio, i giocatori dovranno scrivere, oltre al risultato ottenuto, anche **il procedimento** che li ha portati al risultato
(a prescindere dall’uso o meno della calcolatrice).

CARTA SPECIALE *Indovina il numero*
(da utilizzare solo nelle partite a squadre)

Quando un giocatore pesca questa carta dovrà pensare un numero e farlo **indovinare** ai suoi compagni di squadra tramite affermazioni o domande, ma senza **mai nominare quel numero e nessun altro numero**. Per esempio, se il numero da far indovinare è il 4, lui potrebbe chiedere ai suoi compagni: «quante sono le ruote dell'automobile?» Attenzione: non «le ruote di UNA automobile», perché la frase contiene la parola «UNA» che è un numero! Oppure, se pensa al numero «7», domanderà: «quante sono le note musicali? O i giorni della settimana?» Non bisogna MAI citare numeri ma solo farli capire! Il numero andrà indovinato entro un minuto di clessidra.

PUNTEGGIO

- Se il giocatore risolve l'operazione **entro il tempo di un giro di clessidra (1 minuto)** ottiene **3 punti**.
- Se il giocatore risolve l'operazione **entro il tempo, ma consultando la regola di aiuto** ottiene **2 punti**.
- Se il giocatore risolve l'operazione **consultando la regola, ma entro 2 minuti** ottiene **1 punto**.
- Se il giocatore **non risolve l'operazione** né consultando la regola né entro 2 minuti, ottiene **zero punti**.

La prima fase della partita termina quando i giocatori hanno completato 4 giri.

SECONDA FASE DEL GIOCO

1. Solo per gli ESPLORATORI: Si tolgono dal mazzo **le frazioni** e si tolgono anche le carte speciali **«indovina il numero»**. Per AVVENTURIERI e EROI DEI NUMERI, invece, si lasciano tutte le carte tranne le 4 speciali: «indovina il numero».
2. Si pescano a caso **5 carte**, si dispongono sul tavolo ben visibili, e ciascun giocatore copierà i 5 numeri sul suo foglio.
3. Entro **3 minuti di tempo**, ogni giocatore (o squadra) dovrà comporre un'espressione matematica usando **tutte e 5 le carte, ognuna una sola volta**, e le 4 operazioni di base **(+, −, ×, ÷)**, anch'esse ognuna una sola volta, cercando di ottenere come risultato il **numero più grande**.

Esempio:

Le 5 carte pescate sono: **1, 5, 3^2, 4, 4^2**.

Un giocatore scrive: $(3^2 \times 4^2) + (5 : 1) - 4 = 144 + 5 - 4 =$ **145**

Un altro giocatore scrive: $(4^2 \times 5) + 3^2 - (4 : 1) = 80 + 9 - 4 =$ **85**

Vince il giocatore col risultato **145**.

Punteggio:

- **5 punti** al giocatore che otterrà per primo il numero più grande.

- **4 punti** al giocatore che otterrà comunque il numero più grande, ma non per primo.
- **3 punti** al giocatore che otterrà il secondo numero più grande, e così via, fino a:
- **0 punti** al giocatore che: A) **non ha svolto e concluso** l'operazione; B) ha ottenuto un **risultato sbagliato** poiché ha commesso errori nello svolgimento delle operazioni.

FINE DELLA PARTITA

I giocatori sommano i punti ottenuti nella prima fase più quelli guadagnati nella seconda fase. **Vince chi ottiene il punteggio totale più alto**.

SPIEGA LA REGOLA

LIVELLO ESPLORATORI

FRAZIONI: ADDIZIONE

«L'unione fa la Torta!»

Regola: Per sommare frazioni bisogna **avere lo stesso denominatore**.

- Se il denominatore è già lo stesso, rimarrà uguale e si sommeranno solo i numeratori.

Esempio: $\frac{2}{4} + \frac{1}{4}$ ➜ il denominatore è uguale: **4**. Ora sommiamo i numeratori: $2 + 1 =$ **3**. Il risultato sarà dunque: $\boldsymbol{\frac{3}{4}}$ Facile, vero?

- Se invece i denominatori sono diversi, bisogna **ridurre le frazioni allo stesso denominatore**. Non puoi sommare fette di torte tagliate in modo diverso! Devi prima renderle tutte uguali! **Come si fa?**

1. Trova il **denominatore comune**, cioè il numero più piccolo che sia divisibile per entrambi i denominatori, il famoso **minimo comune multiplo** (m.c.m.).
2. Trasforma ogni frazione in una nuova frazione con il nuovo denominatore.
3. Ora che le «fette» sono uguali, **somma solo i numeri sopra** (i numeratori). Il denominatore non cambia!

Esempio: $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ ➜ il denominatore comune tra 3 e 4 è **12**, quindi procediamo! Dividiamo il denominatore comune 12 per il denominatore della prima frazione e otteniamo **4**. Ora moltiplichiamo 4 per il numeratore della prima frazione (**2**) e otteniamo **8**. Poi facciamo lo stesso per la seconda frazione.
$(12 \div 3) = \mathbf{4}$ ➜ $4 \times 2 = 8$ ➜ la prima frazione diventa $\frac{8}{12}$
$(12 \div 4) = \mathbf{3}$ ➜ $3 \times 1 = 3$ ➜ la seconda frazione diventa $\frac{3}{12}$
Ora sommiamo: $\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \mathbf{\frac{11}{12}}$ Fatto!

FRAZIONI: SOTTRAZIONE

«La fetta che manca!»

Regola: Come per le addizioni, per sottrarre frazioni bisogna **avere lo stesso denominatore**.

- Se il denominatore è già lo stesso, rimarrà uguale e si sottrarranno solo i numeratori.

Esempio: $\frac{4}{5} - \frac{1}{5}$ ➜ il denominatore è uguale: **5**. Ora sottraiamo i numeratori: $4 - 1 = \mathbf{3}$. Il risultato sarà dunque: $\mathbf{\frac{3}{5}}$
Facile, vero?

- Se invece i denominatori sono diversi, bisogna **ridurre le frazioni allo stesso denominatore**. Non puoi sottrarre fette di torte tagliate in modo diverso! Devi prima renderle tutte uguali! **Come si fa?**

- Trova il **denominatore comune**, cioè il numero più piccolo che sia divisibile per entrambi i denominatori, il famoso **minimo comune multiplo** (m.c.m.).
- Trasforma ogni frazione in una nuova frazione con il nuovo denominatore.
- Ora che le «fette» sono uguali, **sottrai solo i numeri sopra** (i numeratori). Il denominatore non cambia!

Esempio: $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ → Il denominatore comune tra **4** e 2 è 4, quindi procediamo! Dividiamo il denominatore comune **4** per il denominatore della prima frazione e otteniamo **1**. Ora moltiplichiamo 1 per il numeratore della prima frazione (**3**) e otteniamo **3**. Poi facciamo lo stesso per la seconda frazione.

(4 ÷ 4) = **1** → 1 x 3 = 3 → la prima frazione diventa $\frac{3}{4}$

(4 ÷ 2) = **2** → 2 x 1 = 2 → la seconda frazione diventa $\frac{2}{4}$

Ora sottraiamo: $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \mathbf{\frac{1}{4}}$ Fatto!

FRAZIONI: MOLTIPLICAZIONE

«Una Fetta... di Fetta!»

Regola: Moltiplicare due frazioni significa prendere una «parte di una parte». È la regola più facile di tutte! **Come si fa?**

1. Moltiplica il **numeratore con il numeratore** (sopra per sopra).
2. Moltiplica il **denominatore con il denominatore** (sotto per sotto).

Esempio: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{(2 \times 4)}{(3 \times 5)} = \mathbf{\frac{8}{15}}$.

Consiglio: Prima di moltiplicare, controlla se puoi **semplificare in croce**! Rende i calcoli molto più veloci.

Esempio: $\frac{2}{9} \times \frac{3}{4}$. Il 2 e il 4 si semplificano (diventano 1 e 2), il 3 e il 9 anche (diventano 1 e 3). L'operazione diventa $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \mathbf{\frac{1}{6}}$. Molto più facile!

FRAZIONI: DIVISIONE

«Il Mondo Sottosopra!»

Regola: Dividere per una frazione è come... fare una capriola! Trasforma la divisione in una moltiplicazione e **capovolgi la seconda frazione. Come si fa?**

1. Ricopia la prima frazione.
2. Trasforma il segno (÷)in (x).
3. **Capovolgi la seconda frazione** (il numeratore va sotto e il denominatore va sopra).
4. Esegui la moltiplicazione come hai imparato!

Esempio: $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$ diventa $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{6}$, che semplificato fa $\frac{2}{3}$.

LE REGOLE DELLO ZERO

«Zero, Amico o Nemico?»

Regola: Lo zero è un numero **speciale** con le sue regole. A volte è un amico che non cambia nulla, altre volte è un «nemico» che azzera tutto o crea problemi! Dai un'occhiata agli esempi:

- **Addizione:** 7 + 0 = 7 (Amico: non cambia nulla).
- **Sottrazione:** 7 – 0 = 7 (Amico: non cambia nulla).
- **Moltiplicazione:** 7 x 0 = 0 (Nemico: annulla tutto!). Qualsiasi numero moltiplicato per zero fa sempre zero!
- **Divisione:**
  - 0 ÷ 7 = 0 (Se hai zero caramelle da dividere, ognuno riceve **zero** caramelle).
  - 7 ÷ 0 = **IMPOSSIBILE!** (Nemico: non si può dividere per zero! È una regola sacra della matematica). Se ti capita, devi rilanciare il dado.
- **Potenza:** 0^2 (o elevato a qualsiasi numero) fa sempre **0**. **Perché?** Semplice: perché 0^2 è come fare 0 x 0, che come sappiamo fa sempre **0**.

NUMERO NATURALE + FRAZIONE

«Mele Intere e Spicchi insieme!»

Regola: Quando dobbiamo sommare un numero naturale e una frazione, conviene trasformare anche il numero naturale in una frazione con denominatore **1**. Così possiamo lavorare con le regole delle frazioni!

Esempio: $\mathbf{2 + \frac{3}{4}}$.

Scriviamo 2 come $\mathbf{\frac{2}{1}}$. Ora cerchiamo un denominatore comune tra 1 e 4, cioè **4**.

La frazione $\frac{2}{1}$ diventerà $\frac{8}{4}$.

Quindi facciamo: $\frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \mathbf{\frac{11}{4}}$.

Esempio: $\mathbf{5 + \frac{2}{3}}$. Scriviamo 5 come $\mathbf{\frac{5}{1}}$. Il denominatore comune tra 1 e 3 è **3**.

La frazione $\frac{5}{1}$ diventa $\frac{15}{3}$.

Quindi faremo: $\frac{15}{3} + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$.

Consiglio: Trasforma sempre il numero naturale in una frazione con denominatore 1. Poi trova il denominatore comune e somma solo i numeratori!

NUMERO NATURALE – FRAZIONE

«Mele intere e Spicchi che se ne vanno!»

Regola: Quando dobbiamo fare una sottrazione tra un numero naturale e una frazione, conviene trasformare anche il numero naturale in una frazione con denominatore **1**. In questo modo possiamo applicare facilmente le regole delle frazioni!

Esempio: $\mathbf{2 - \frac{3}{4}}$.

Scriviamo 2 come $\mathbf{\frac{2}{1}}$. Ora cerchiamo un denominatore comune tra 1 e 4, cioè **4**.

La frazione $\frac{2}{1}$ diventa $\frac{8}{4}$.

Quindi facciamo: $\frac{8}{4} - \frac{3}{4} = \mathbf{\frac{5}{4}}$.

Esempio: $\mathbf{5 - \frac{2}{3}}$.

Scriviamo 5 come $\mathbf{\frac{5}{1}}$. Il denominatore comune tra 1 e 3 è **3**.

La frazione $\frac{5}{1}$ diventa $\frac{15}{3}$.

Quindi facciamo: $\frac{15}{3} - \frac{2}{3} = \mathbf{\frac{13}{3}}$.

Consiglio: Trasforma sempre il numero naturale in una frazione con denominatore 1. Poi trova il denominatore comune e sottrai solo i numeratori!

POTENZA: CHE COS'È?

«Il Super-Numero con l'Occhiello!»

Regola: La potenza è un modo veloce per scrivere **moltiplicazioni ripetute dello stesso numero**.

- Il **numero in basso** si chiama **base**: è il numero che viene moltiplicato.
- Il **numero in alto** si chiama **esponente**: indica **quante volte** moltiplichiamo la base con se stessa.

Esempi:

- $\mathbf{2^3}$ significa: $2 \times 2 \times 2 =$ **8**
- $\mathbf{5^2}$ significa: $5 \times 5 =$ **25**
- $\mathbf{10^4}$ significa: $10 \times 10 \times 10 \times 10 =$ **10.000**

Come chiamarle:

- Se l'esponente è **2**, si chiama **quadrato** (es. 7^2 = «7 al quadrato»).
- Se l'esponente è **3**, si chiama **cubo** (es. 4^3 = «4 al cubo»).
- Per esponenti più grandi, si legge normalmente: 2^5 = «2 alla quinta» ecc.

POTENZE: LE 4 OPERAZIONI

«Le Potenze in azione!»

Ricorda: una potenza è solo un modo più veloce di scrivere una **moltiplicazione ripetuta**.

Quando fai operazioni tra potenze, prima calcola il valore di ciascuna potenza e poi esegui normalmente l'operazione che ti viene chiesta.

1. **Addizione (+)** Esempio: $2^3 + 3^2 = 8 + 9 = 17$
2. **Sottrazione (−)** Esempio: $5^2 - 2^2 = 25 - 4 = 21$
3. **Moltiplicazione (×)** Esempio: $2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72$
4. **Divisione (:)** Esempio: $4^3 : 2^2 = 64 : 4 = 16$

Consiglio: Non cercare scorciatoie! All'inizio è meglio risolvere un passo alla volta: prima le potenze, poi l'operazione!

RADICE QUADRATA

«Alla ricerca della Base Perduta!»

Regola: La radice quadrata di un numero è quel numero che, **moltiplicato per sé stesso**, ti dà proprio il numero di partenza. È l'operazione **inversa** dell'elevamento alla seconda. È come un detective che si chiede: «Quale numero, moltiplicato per se stesso, ha dato come risultato il numero che vedo qui sotto?»

Esempi:

- $\sqrt{9}$ = **3** (perché $3 \times 3 = 9$)
- $\sqrt{25}$ = **5** (perché $5 \times 5 = 25$)
- $\sqrt{36}$ = **6** (perché $6 \times 6 = 36$)

Consiglio: Pensa sempre alle **tabelline «al contrario»**. Chiediti quale numero, moltiplicato per sé stesso, ti dà il numero che hai sotto radice. Imparare a memoria i primi 10-15 quadrati perfetti (1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144...) ti darà una velocità incredibile nel gioco! La stessa logica varrà più avanti per la **radice cubica** ($\sqrt[3]{\ }$), dove cercherai il numero che, moltiplicato per se stesso **3 volte**, darà il risultato giusto. Es: $\sqrt[3]{27}$ = **3** perché $3 \times 3 \times 3$ = **27**.

L’ORDINE DELLE OPERAZIONI (ESPRESSIONI)

«La Piramide del Potere!»

Regola: Nelle espressioni matematiche non si può fare tutto in ordine come capita! C’è una gerarchia, una scala di potere. Si parte dalle operazioni più «protette» (dentro le parentesi) e si scende fino a quelle più semplici.

Come si fa? Segui sempre questa Piramide, dall’alto verso il basso:

1. **PARENTESI:** Risolvi PRIMA tutto ciò che trovi all’interno delle parentesi. Se ci sono più parentesi una dentro l’altra, parti da quelle più interne, le **tonde** (), poi le **quadre** [] e infine le **graffe** {}.
2. **POTENZE E RADICI:** Una volta liberate le parentesi, tocca a loro! Hanno la precedenza su tutto il resto.
3. **MOLTIPLICAZIONI E DIVISIONI:** Sono sullo stesso livello di potere. Le esegui nell’ordine in cui le incontri, **leggendo da sinistra a destra**.
4. **ADDIZIONI E SOTTRAZIONI:** Sono le ultime da eseguire. Anche loro hanno lo stesso potere e si svolgono nell’ordine in cui le trovi, **da sinistra a destra**.

Esempio: $10 + (3 + 1)^2 \div 8$

1. **Parentesi:** $(3 + 1) = 4$. L’espressione diventa $10 + 4^2 \div 8$.
2. **Potenze:** $4^2 = 16$. L’espressione

diventa 10 + 16 ÷ 8.

3. **Divisione:** 16 ÷ 8 = 2. L'espressione diventa 10 + 2.
4. **Addizione:** 10 + 2 = **12**. Risultato finale!

Ricorda questa piramide e nessuna espressione potrà mai sconfiggerti!

LIVELLO AVVENTURIERI

● NUMERI DECIMALI: LE 4 OPERAZIONI

«La Virgola al Comando!»

Quando lavori coi numeri decimali, la **virgola** è il «comandante». È lei che decide l'ordine e l'allineamento dei numeri! **Come si fa?**

Addizione e Sottrazione:

Metti i numeri in colonna assicurandoti che **le virgole siano una sotto l'altra**, come i bottoni di una camicia. Poi esegui l'operazione normalmente e metti la virgola nel risultato, sempre in colonna.

Esempio: 12,5 + 3,45 diventa:

12,50 + (al 12,5 aggiungiamo uno zero per comodità!)
  3,45 =
______
15,95

Moltiplicazione:

Dimenticati della virgola! Esegui la

moltiplicazione come se non ci fosse. Alla fine, **conta quante cifre decimali c'erano in totale** nei numeri di partenza e metti la virgola nel risultato contando tanti posti da destra.

Esempio: 2,5 x 0,3. Fai 25 x 3 = 75. In totale c'erano 2 cifre dopo la virgola (una in 2,5 e una in 0,3). Quindi il risultato è **0,75**. Facile, vero?

Divisione: Quando dividi due numeri decimali, puoi semplificarti la vita **spostando la virgola** in modo da trasformare il divisore in un numero intero.

Esempi:

- 12,6 ÷ 0,3 =? Sposto la virgola di una cifra sia al dividendo (12,6 ➔ 126) sia al divisore (0,3 ➔ 3). **Risultato:** 126 ÷ 3 = **42**.
- 4,5 ÷ 1,5 =? Sposto la virgola di una cifra: 4,5 ➔ 45 e 1,5 ➔ 15. Risultato: 45 ÷ 15 = **3**.

Ricorda: se sposti la virgola nel divisore, devi spostarla nello stesso modo anche nel dividendo. Così la divisione rimane uguale, ma molto più semplice!

NUMERI RELATIVI: COSA SONO?

«Più o Meno... Dipende dal Segno!»

I numeri relativi sono **numeri con segno**:

- I numeri **positivi** (**+**) indicano guadagni, salite, temperature sopra lo zero, vittorie...
- I numeri **negativi** (**–**) indicano perdite, discese, temperature sottozero, sconfitte...

Si chiamano «relativi» perché il loro valore **dipende dal segno** che li precede.

Esempi:

- +5 significa **5 passi avanti**.
- −5 significa **5 passi indietro**.
- +20 °C = temperatura mite.
- −3 °C = freddo sottozero!
- +10 € = 10 euro guadagnati.
- −10 € = 10 euro spesi!

Consiglio: Pensa sempre a una **scala di temperatura** o a un **ascensore**: salire (**+**) o scendere (**–**). Ti aiuterà a capire subito se sei **sopra** o **sotto** lo zero!

NUMERI RELATIVI: LE 4 OPERAZIONI

«La Battaglia dei Segni!»

Immagina una battaglia tra soldati «+» e soldati «–».

Addizione e Sottrazione:

- **Segni Uguali:** I soldati sono **alleati!** Si sommano e mantengono il loro segno:
  - (−3) + (−5) = **−8** (3 «soldati **–** «e 5 «soldati **–** «si uniscono, diventando 8 «soldati **–**»).

- **Segni Diversi:** I soldati sono **nemici!** Fanno una battaglia: vince chi è di più, e resta in vita solo la differenza.
  - (−7) + (+4) = **−3** (7 «soldati **−**» combattono contro 4 «soldati **+**». Vincono i «**−**» e ne restano 3).

Moltiplicazione e Divisione:

- **+ per + = +** (L'amico di un amico è un amico).
  + diviso + = + (idem).
- **− per − = +** (Il nemico di un nemico è un amico)
  − diviso − = + (idem).
- **+ per − = −** (L'amico di un nemico è un nemico)
  + diviso − = − (idem).

Esempi:

(+4) x (+3) = **+12**; (+18) : (+3) = **+6**.
(-4) x (-3) = **+12**; (-18) : (-3) = **+6**.
(+4) x (-3) = **−12**; (+18) : (-3) = **−6**.

Consiglio: Per l'addizione e per la sottrazione, chiediti: «Sono alleati o nemici?». Per la moltiplicazione e per la divisione, ricorda: **segni uguali = risultato** «**+**», **segni diversi = risultato** «**−**».

FRAZIONI ELEVATE A POTENZA

«Una Fetta... Potente!»

Quando una frazione viene elevata a potenza, sia il **numeratore** che il **denominatore** vengono elevati a quella potenza.

Esempio 1 – Frazione semplice: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

Esempio 2 – Frazione impropria: $\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5^3}{2^3} = \frac{125}{8}$

POTENZE CON BASE NEGATIVA

«Meno per meno... Sorpresa!»

Quando la base di una potenza è un numero negativo, bisogna fare attenzione **all'esponente**. Il segno del risultato dipende se l'esponente è **pari** oppure **dispari**.

- Se l'esponente è **pari**, il risultato è **positivo**.
- Se l'esponente è **dispari**, il risultato è **negativo**.

Esempi:

1. $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = \mathbf{+4}$
2. $(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = \mathbf{-27}$
3. $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = \mathbf{+625}$

Ricorda sempre di scrivere le basi negative **tra parentesi**! Se scrivi -2^2 senza parentesi, il risultato è diverso:

- $-2^2 = -(2 \times 2) = \mathbf{-4}$
- $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = \mathbf{+4}$

Attenzione: Le parentesi possono cambiare completamente il risultato!

DA FRAZIONE A NUMERO DECIMALE

«Dalla Fetta al Numero con la Virgola!»

Una frazione può essere scritta anche come **numero decimale**. Basta fare la **divisione** tra il **numeratore** (sopra) e il **denominatore** (sotto).

Esempio 1 – Frazione semplice: $\frac{1}{2}$ = 1 ÷ 2 = **0,5**
($\frac{1}{2}$ e 0,5 sono la stessa cosa!)

Esempio 2 – Con denominatore 10:
$\frac{7}{10}$ = **0,7**
(il **10** ha **uno zero**: si sposta la virgola di **1 posto**).

Esempio 3 – Con denominatore 100:
$\frac{25}{100}$ = **0,25**
(il **100** ha **due zeri**: si sposta la virgola di **2 posti**).

Esempio 3 – Risultato con più cifre:
$\frac{3}{4}$ = 3 ÷ 4 = **0,75**

Esempio 4 – Risultato periodico:
$\frac{1}{3}$ = 1 ÷ 3 = **0,333...** (il **3** si ripete **all'infinito**. Il risultato si può scrivere anche col famoso «trattino periodico» posto in alto sopra la cifra dopo la virgola: $\mathbf{0,\bar{3}}$)

Attenzione: Alcune frazioni danno numeri decimali **«finiti»** (es. $\frac{1}{4}$ = **0,25**). Altre danno numeri che **non finiscono mai e si ripetono** (es. $\frac{10}{3}$ = **1,333...**) Anche in questo caso, possiamo scrivere il risultato così: $\mathbf{1,\bar{3}}$.

DA NUMERO DECIMALE A FRAZIONE

«Dalla Virgola... alla Fetta!»

Ogni numero decimale può essere scritto come **frazione**. Basta guardare quante cifre ci sono dopo la virgola e usare come denominatore 10, 100, 1000...

Se il numero ha:

- 1 cifra dopo la virgola → denominatore 10
- 2 cifre dopo la virgola → denominatore 100
- 3 cifre dopo la virgola → denominatore 1000, e così via.

Poi semplifica la frazione, se possibile.

Esempio 1 – Decimale con una cifra:
$0{,}7 = \frac{7}{10}$

Esempio 2 – Decimale con due cifre:
$0{,}25 = \frac{25}{100}$ (che semplificato dà $\frac{1}{4}$)

Esempio 3 – Decimale con tre cifre:
$0{,}125 = \frac{125}{1000}$ (che semplificato dà $\frac{1}{8}$)

Esempio 4 – Decimale periodico:
$0{,}333... = \frac{1}{3}$. Oppure: $0{,}666... = \frac{2}{3}$.

Consiglio: Quando è possibile, ricordati sempre di **semplificare** la frazione!

LIVELLO EROI DEI NUMERI

FRAZIONI RELATIVE: LE 4 OPERAZIONI

«Frazioni... più o meno!»

Ricordi i numeri relativi? Bene, le **frazioni relative** sono frazioni che possono avere un segno **positivo o negativo**. Le regole per le operazioni sono molto simili a quelle dei numeri interi relativi, con l'aggiunta delle regole specifiche per le frazioni.

Come si fanno le operazioni?
Dai un'occhiata qui sotto:

ADDIZIONE (+) e SOTTRAZIONE (−)

- **Denominatore UGUALE:** Somma/sottrai i numeratori e tieni il denominatore.
  - Esempio: $\frac{2}{5} + \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{(2-1)}{5} = \mathbf{\frac{1}{5}}$
- **Denominatore DIVERSO:** Trova il **m.c.m.** (minimo comune multiplo), cambia le frazioni,
  poi fai come sopra.
  - Esempio: $\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{6} + \left(-\frac{2}{6}\right) = \mathbf{\frac{1}{6}}$
- **SOTTRARRE:** è come **sommare l'opposto**.
  - Esempio: $\frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \mathbf{\frac{4}{4}}$
    (semplifichiamo) = **1**

MOLTIPLICAZIONE (x)

Moltiplica numeratore x numeratore e denominatore x denominatore.
Semplifica «in croce» prima se puoi!

Regole:

(+) x (+) = (+) Esempio: $\left(\frac{5}{2}\right) \times \left(\frac{2}{7}\right) = \frac{10}{14}$ → semplifichiamo: $= \mathbf{\frac{5}{7}}$

(−) x (−) = (+) Esempio: $\left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right)$ → semplifichiamo «in croce»: $\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) = \mathbf{\frac{1}{8}}$

(+) x (−) = (−) Esempio: $\left(\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{4}\right)$ → semplifichiamo «in croce»: $\left(\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = \mathbf{-\frac{5}{6}}$

(−) x (+) = (−) Esempio: $\left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(\frac{2}{5}\right) = \mathbf{-\frac{8}{15}}$

DIVISIONE (÷)

Trasformala in moltiplicazione: la prima frazione resta uguale, ricordi? Mentre la seconda «fa la capriola» e si **capovolge**. Ora fai come nella moltiplicazione.

Esempio: $\left(\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{2}{1}\right)$ → semplifichiamo «in croce»: $\left(\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{1}\right) = \mathbf{-\frac{3}{2}}$

POTENZE CON LA STESSA BASE: PRODOTTO E QUOZIENTE

«La Base è Sacra!»

Regola: Se le potenze hanno la **stessa base**, non devi calcolare nulla! Devi solo giocare con gli esponenti.
La base resta uguale, è sacra! **Come si fa?**

- **Moltiplicazione (Prodotto)**: Mantieni la base e **SOMMA gli esponenti**.
  - $3^4 \times 3^2 = 3^{(4+2)} = \mathbf{3^6}$
- **Divisione (Quoziente)**: Mantieni la base e fai la **SOTTRAZIONE tra gli esponenti**.
  - $5^7 \div 5^3 = 5^{(7-3)} = \mathbf{5^4}$

Questa regola è un superpotere per risparmiare tempo! Ma attenzione: funziona solo se la base è **identica**!

POTENZA DI UNA POTENZA

«Una Festa per gli Esponenti!»

Regola: Una potenza elevata a un'altra potenza?

Gli esponenti fanno festa e si **moltiplicano tra loro**! **Come si fa?**

1. Mantieni la base.
2. **Moltiplica gli esponenti** tra di loro.

Esempio: $(4^3)^2 = 4^{(3\times2)} = 4^6$

Attenzione! Ricorda che gli esponenti vanno **moltiplicati tra loro**, non sommati!

POTENZA CON ESPONENTE NEGATIVO

«L'Ascensore dei Numeri!»

Regola: L'esponente **negativo** è come un biglietto per un ascensore magico. Fa **cambiare** «piano» alla base e, una volta fatto, perde il segno «–» e diventa positivo. **Come si fa?**

1. **Capovolgi la base** (Se è un numero intero come 3, diventa $\frac{1}{3}$).
2. L'esponente **diventa positivo**.
3. Calcola la **potenza**.

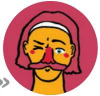
Esempio: 5^{-2} ➔ Capovolgi il 5 ($\mathbf{\frac{1}{5}}$) e l'esponente diventa positivo ➔ $(\frac{1}{5})^2 = \mathbf{\frac{1}{25}}$.

La stessa regola si applica alle FRAZIONI: se una frazione viene elevata a un **esponente negativo**, la frazione si **inverte** (numeratore e denominatore si scambiano) e l'esponente **diventa positivo**!

Esempio: $(\frac{2}{3})^{-3}$ ➔ Capovolgi la frazione ($\mathbf{\frac{3}{2}}$) e l'esponente diventa positivo ➔ $(\frac{3}{2})^3 = \mathbf{\frac{27}{8}}$.

Ricorda: L'esponente negativo non rende mai il risultato negativo!

● RADICE CUBICA



«3 volte lo stesso Amico!»

Regola: La radice cubica ($\sqrt[3]{\ }$) di un numero è quel numero che, **moltiplicato per sé stesso 3 volte**, dà come risultato il **numero di partenza**.

Esempio 1 – Radice cubica perfetta: $\sqrt[3]{8} = \mathbf{2}$ (perché $2 \times 2 \times 2 = 8$)

Esempio 2 – Altra Radice cubica perfetta: $\sqrt[3]{27} = \mathbf{3}$ (perché $3 \times 3 \times 3 = 27$)

Esempio 3 – Non sempre è un

numero intero! $\sqrt[3]{9} \approx$ **2,08** (il segno «≈» significa: «quasi uguale a». Infatti, in questo caso, 2,08 x 2,08 x 2,08 farebbe in realtà 8,99. Ma possiamo considerarlo «approssimativamente» un **9**). Qui il risultato (2,08) non è un numero intero, ma un **numero decimale**!

Ricorda: Non tutte le radici cubiche sono facili! Se il numero non è un «cubo perfetto», il risultato sarà un numero decimale!

CREDITI

Un gioco di **Lino Pinna**
Progettazione e editing: **Sara Lisa Di Mario**
Progetto grafico: **Leonardo Michelon**
Impaginazione: **Andrea Mantica**
Illustrazioni: **Sara Filippi Plotegher**
Direzione artistica: **Giordano Pacenza**
ISBN 978-88-590-5018-6

Edizioni Centro Studi Erickson S.p.a.

Via del Pioppeto 24 - 38121 TRENTO
Tel. 0461 951500 - www.erickson.it - info@erickson.it