2

Guida agli strumenti

Nel presente capitolo vengono sinteticamente presentati gli strumenti proposti per attività aritmetiche con la Lavagna Interattiva Multimediale. Tali strumenti sono stati elaborati in profonda sintonia concettuale e metodologica con i materiali editi nella collana di testi e software *Nel mondo dei numeri e delle operazioni*, al fine di suggerire possibili sviluppi, integrazioni e articolazioni delle attività in essa descritte, sfruttando al contempo le potenzialità interattive offerte dalla LIM. In particolare, obiettivo comune a tutti gli strumenti è quello di sollecitare la costruzione sociale del sapere matematico in classe, ossia di favorire il confronto non soltanto dei risultati, ma soprattutto delle strategie di lavoro, delle procedure messe in atto, delle ipotesi formulate, delle verifiche condotte, delle osservazioni, delle congetture e delle deduzioni elaborate nell'uso degli strumenti, al fine di promuovere un apprendimento consapevole della matematica, apprendimento inteso come ricostruzione attiva di conoscenze, linguaggio, processi, meccanismi. La discussione collettiva promossa attraverso gli strumenti LIM consente, inoltre, di valorizzare la dimensione metacognitiva dell'apprendimento di ciascun alunno, dimensione intesa come riflessione sulle proprie conoscenze, sulla propria capacità di applicarle, sul proprio rapporto con la matematica, sulla opinione di sé come «autore» di sapere matematico.

Tabelle di numeri

La conoscenza del numero naturale comporta il possesso non soltanto delle sue funzioni — contare, ordinare, confrontare, misurare, ecc. — ma anche del suo aspetto formale, ossia della sua scrittura verbale e simbolica. Infatti, pur essendo i significati del numero naturale indipendenti dal sistema di numerazione adottato per rappresentarlo, tale sistema è, invece, condizione necessaria per operare in senso lato con i numeri (non solo naturali). Ad esempio, l'adozione del sistema di numerazione posizionale, in particolare decimale, consente di stabilire che tra due numeri naturali corrispondenti a due sequenze di cifre di «lunghezza» — in termini di numero di cifre — diversa è maggiore quello con la scrittura più «lunga», di utilizzare gli algoritmi in colonna per calcolare i risultati delle operazioni aritmetiche, di utilizzare la cosiddetta «prova del nove» come condizione necessaria per la correttezza del risultato di un'operazione aritmetica, di ricorrere ai criteri di divisibilità, ecc. In particolare, la ricorsività propria del concetto di numero naturale (ossia il fatto che la sequenza dei numeri naturali può essere generata a partire da un elemento iniziale, il numero zero, e con l'applicazione successiva di un operatore fondamentale, quello di successore formalizzato con +1) si intreccia con quella del sistema di numerazione posizionale decimale. Infatti, la scrittura dei numeri naturali si ottiene a partire dalle dieci cifre fondamentali, quelle scelte per i numeri da zero a nove, e iterando la formazione di gruppi di dieci unità di un certo ordine con il successivo cambio di ciascuno in un'unità di ordine superiore, in modo tale che il numero di gruppi di ogni ordine non sia superiore a nove. La struttura e la regolarità della scrittura dei numeri naturali può essere evidenziata raccogliendo i numeri in tabelle opportunamente impostate. Quelle proposte negli strumenti sono tabelle costituite da dieci righe ciascuna di dieci caselle, atte a contenere i numeri naturali raggruppati di cento in cento a partire da zero. Questo numero è a pieno titolo il primo numero naturale, per quanto sia anomalo rispetto agli altri, e la cifra corrispondente è fondamentale come «segnaposto» nella scrittura dei numeri. Prendendolo in considerazione, nelle tabelle la disposizione dei numeri consente di evidenziare regolarità e operatori fondamentali. Ad esempio, nella tabella dei numeri da 0 a 99, ciascuna riga contiene i numeri di una fissata decina — nella prima riga sono riportati i numeri con 0 decine, quindi le sole unità semplici, nella seconda riga vi sono i numeri con 1 decina, ecc. — e il passaggio da una casella a quella adiacente corrisponde all'applicazione degli operatori +1 (o

Fig. 1 La tabella dei numeri compresi tra 500 e 599.

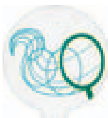
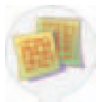
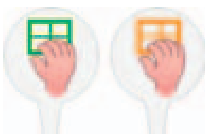
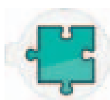
immediatamente successivo) e -1 (o immediatamente precedente). Ciascuna colonna contiene, invece, i numeri uguali rispetto alla cifra delle unità e il passaggio da una casella a quella adiacente corrisponde all'applicazione degli operatori +10 (o +1da o decina successiva) e -10 (o -1da o decina precedente). È così possibile leggere ogni spostamento nella tabella come composizione successiva dei suddetti passi fondamentali, quindi interpretarlo come operatore aritmetico additivo applicato al numero contenuto nella casella di partenza. Viceversa, ogni addizione tra due numeri naturali può essere intesa come la descrizione di un percorso in tabella, percorso di cui un addendo corrisponde al numero iniziale e l'altro addendo alla sua trasformazione mediante spostamento in tabella. La visualizzazione in tabella può favorire la costruzione personale da parte di ciascun alunno di strategie di calcolo a mente, strategie da applicare poi senza il supporto visivo della tabella stessa, che l'insegnante può sollecitare di «immaginare». La ricorsività dell'aspetto formale dei numeri naturali può essere consolidata e ampliata lavorando con le tabelle di numeri con passo per righe diverso da 1; infatti, lo strumento digitale consente la compilazione di tabelle a partire da zero e con numerazione per 10 e per 100.

La tabella dei numeri da 0 a 99 è, inoltre, un utile strumento per la selezione dei numeri multipli di un certo numero naturale *n*, multipli visti come il risultato dell'applicazione successiva dell'operatore +*n*, a partire da 0, che è multiplo di ogni numero naturale. I multipli sono, dunque, i termini della progressione aritmetica con elemento iniziale 0 e di ragione *n*. La strategia di individuazione dei multipli può essere estesa anche ad altre tabelle di numeri con passo unitario a patto di prendere come elemento iniziale della progressione un numero che si sa già essere multiplo. La tabella dei numeri è, inoltre, una forma di rappresentazione alternativa rispetto a quella classica con i diagrammi di Eulero-Venn delle relazioni

Fig. 2 Confronto tra tabelle.

di intersezione e di inclusione tra multipli di numeri distinti. Ad esempio, se nella tabella con i numeri da 0 a 99 si evidenziano in rosso le caselle con i multipli di 3 e in giallo quelle con i multipli di 2, risultano colorate in entrambi i modi le caselle contrassegnate con i multipli di 6 e solo quelle; se si usa la campitura bianca per le celle con i multipli di 9 si osserva che tutte le caselle colorate di bianco già erano colorate di rosso — visualizzazione del fatto che tutti i multipli di 9 sono multipli di 3 — ma non tutte le caselle rosse devono essere tinte di bianco — prova che non tutti i multipli di 3 sono multipli di 9.

Spiegazione dei pulsanti

	per visualizzare nella tabella un set numerico già compilato
	sposta e ridimensiona la tabella
	mostra/nascondi i numeri
	attivo solo quando sono visibili i numeri, nasconde/scopre i numeri nelle celle cliccate
	per compilare la tabella con il tastierino numerico
	per confrontare due tabelle
	per spostarsi da una tabella all'altra nella modalità «confronta»
	per accedere alla funzione che permette di svuotare una tabella dalle tessere con i numeri e di trascinarle poi all'interno della tabella stessa (senza il controllo del pc)

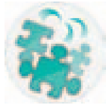
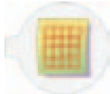
	per scomporre la tabella in modalità puzzle
	per tornare dal puzzle alle funzioni classiche

Tabelle di operazioni

La rappresentazione dell'azione di un'operazione aritmetica mediante una tabella a doppia entrata rimanda all'interpretazione dell'operazione stessa come funzione binaria, ossia «legge» che associa a una coppia ordinata di numeri naturali uno e un solo numero naturale. L'utilizzo di questo strumento ha presupposti anche di tipo geometrico, dato che comporta l'individuazione della casella determinata dall'intersezione di una riga con una colonna. Inoltre, è necessario esplicitare il verso di lettura della tabella stessa, verso che convenzionalmente è fissato da sinistra verso destra, ossia dalla colonna alla riga di intestazione. L'osservazione della tabella di un'operazione aritmetica applicata ai numeri da 0 a 10 consente di formulare ipotesi sulle proprietà valevoli per l'operazione, ipotesi che spetta all'insegnante validare ed eventualmente generalizzare, in quanto nella tabella è presente soltanto un numero finito di casi e ciò non consente di affermare che la proprietà valga per tutte le possibili coppie ordinate di numeri naturali, cioè che sia una proprietà dell'operazione, indipendente dai numeri. Dalla tabella si possono, invece, ricavare i cosiddetti controesempi, ossia esempi di non validità di una

Fig. 3 La tabella della moltiplicazione.

certa proprietà: se esiste anche una sola coppia di numeri sulla quale l'operazione considerata non verifica quella proprietà, allora l'operazione in sé non gode della proprietà in questione. In particolare, sulla tavola di composizione di un'operazione si può intuire se tale operazione è definita su tutte le coppie ordinate di numeri naturali, essendo la tabella compilata in tutte le caselle, e se per essa vale ad esempio:

– la proprietà commutativa, rilevando se i risultati sono disposti in modo simmetrico rispetto alla diagonale uscente dal vertice in alto a sinistra della tabella;
– l'esistenza dell'elemento neutro, osservando se nella tabella vi è una riga uguale a quella di intestazione (il numero che intesta la riga a sinistra è elemento neutro) e una colonna uguale a quella di intestazione (il numero che intesta la colonna a destra è elemento neutro);
– l'esistenza di un elemento «assorbente», qualora nella tabella vi sia una riga contenente in ciascuna casella il numero che intesta la riga e lo stesso per una colonna.

Inoltre, la tabella di un'operazione costituisce un utile supporto per evidenziare alcune coppie di numeri amici rispetto a tale operazione, ossia coppie di numeri che danno lo stesso risultato, di vedere la loro distribuzione e di ipotizzare la «legge» che permette di generare tali coppie. Ad esempio, affinché una somma rimanga costante è sufficiente addizionare a un addendo un numero e sottrarre all'altro addendo lo stesso numero; affinché una differenza rimanga costante è sufficiente addizionare o sottrarre sia al minuendo sia al sottraendo lo stesso numero, regolarità nota come proprietà invariantiva della sottrazione.

Lo strumento offre sia la tabella della divisione esatta, rappresentata con il simbolo classico «:», sia la tabella della divisione euclidea o con resto, rappresentata con il simbolo «÷» e il cui risultato è costituito sia dal quoziente intero

Fig. 4 Tabella animata con le proprietà della moltiplicazione.

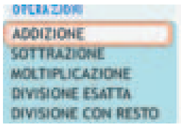
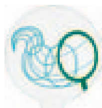
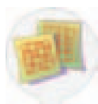
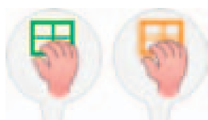
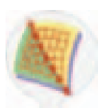
sia dal resto. La divisione euclidea comprende in sé anche quella esatta quando si ottenga 0 come resto.

Il confronto delle tavole di composizione delle diverse operazioni aritmetiche consente di evidenziare analogie e differenze strutturali, importante passo nella costruzione del concetto generale di operazione. Ad esempio:

- le tabelle della moltiplicazione e dell'addizione hanno forti somiglianze nella regolarità dei risultati, ossia nelle proprietà, così come tra loro le tabelle della sottrazione e della divisione;
- la tabella dell'addizione consente di ricavare differenze, se letta in modo opportuno, così come quella della moltiplicazione permette di determinare quozienti.

La personalizzazione delle tabelle consente di proporre l'esecuzione di operazioni in tabella al fine di sollecitare il calcolo a mente; essa può rivelarsi, inoltre, un vero e proprio problema, come esemplificato nelle schede relative a tale strumento e proposte nella seconda sezione della guida.

Spiegazione dei pulsanti

	per visualizzare nella tabella l'operazione desiderata
	sposta e ridimensiona la tabella
	mostra/nascondi i numeri
	attivo solo quando sono visibili i numeri, nasconde/ scopre i numeri nelle celle cliccate
	per compilare la tabella con il tastierino numerico
	per confrontare due tabelle di operazioni
	per spostarsi da una tabella all'altra nella modalità «confronta»
	per visualizzare una breve animazione in cui si evidenziano le particolarità dell'operazione settata (disattivato nella divisione con resto)

Decanomio

La moltiplicazione tra due numeri naturali può essere intesa come la descrizione di uno schieramento, ossia di una disposizione ordinata su righe e colonne di elementi. Questa interpretazione applicata alle moltiplicazioni fondamentali note come tabelline sta a fondamento del decanomio: lo strumento consiste in un quadrato costituito da quadratini congruenti disposti su 55 righe e 55 colonne e raggruppati in rettangoli, tali che le misure della lunghezza, in lati quadretto, di due lati consecutivi corrispondano ai due fattori delle tabelline, quindi la misura dell'area, rispetto al quadratino unitario, sia il prodotto. Nel decanomio, dunque, l'aspetto aritmetico e quello geometrico sono strettamente connessi, per cui nozioni e relazioni aritmetiche sono interpretabili in ambito geometrico e viceversa. Ad esempio, lo strumento consente di avviare, in modo intuitivo, questioni relative all'equiestensione e all'area, di sperimentare la differenza tra la relazione di equiestensione e quella di congruenza, di visualizzare sul «continuo» considerazioni affrontate con schieramenti e incroci e di dare significato geometrico pregnante a denominazioni come quella dei numeri quadrati. In particolare, considerato un rettangolo non quadrato, nel decanomio ne esiste uno e uno solo a esso congruente, ossia sovrapponibile mediante un movimento rigido; tale movimento è la simmetria ortogonale rispetto alla diagonale del decanomio uscente dal vertice in alto a sinistra. Questa caratteristica geometrica visualizza la proprietà commutativa della moltiplicazione.

Si possono, poi, trovare nel decanomio più di due rettangoli tra loro non congruenti, ma con la stessa area: le misure dei loro lati, rispetto al lato quadretto, sono tutte le coppie di numeri amici di un certo prodotto, ossia tutte le coppie di numeri naturali che hanno un prodotto fissato.

Fig. 5 Il decanomio.

Fig. 6 Compilazione del decanomio.

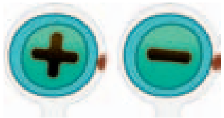
Ancora si osserva che i rettangoli attraversati dalla diagonale principale sono particolari: hanno quattro lati congruenti, quindi sono quadrati; essi corrispondono nella tavola pitagorica ai numeri che sono stati denominati quadrati in forza della configurazione che possono assumere le loro unità.

Operando la scomposizione/composizione dei rettangoli del decanomio è, inoltre, possibile far sperimentare la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto alla addizione, proprietà secondo la quale il prodotto di un numero per una somma è uguale alla somma dei prodotti di quel numero per ciascuno degli addendi.

L'efficacia dello strumento digitale è strettamente connessa proprio alla possibilità di operare direttamente sulla LIM per selezionare rettangoli, confrontarli rispetto alla congruenza e rispetto all'area, suddividendoli nei quadratini costituenti.

Spiegazione dei pulsanti

	sposta e ridimensiona la tabella
 	mostra/nascondi i numeri
	per compilare il decanomio con il tastierino numerico

	zoom del 50%
	per trascinare blocchi di celle
	per trascinare celle singole
	di default, colorazione dei singoli blocchi; clic su icona a destra per colorazione di coppie di blocchi

Linea dei numeri

La linea dei numeri è il modello digitale di una semiretta orientata, la cui origine viene fatta corrispondere al numero zero, sulla quale è fissata un'unità di misura di lunghezza che, riportata in successione a partire dall'origine, permette di individuare alcuni punti. A ciascuno di essi viene associato il numero naturale che esprime la misura, rispetto all'unità, del segmento avente per estremi l'origine e il punto stesso. Non si tratta, quindi, della semplice disposizione ordinata dei numeri naturali a partire da zero, ma la linea dei numeri comporta l'uso del numero naturale come misura; proprio per questo è essenziale l'uso del numero zero: ogni numero disposto sulla semiretta non esprime la «quantità» di punti evidenziati dall'origine sino a quello contrassegnato dal numero, ma la «quantità» di unità di misura, di passi, che dall'origine portano a quello considerato. Con questi presupposti, la linea dei numeri può essere uno strumento di calcolo del risultato di un'operazione aritmetica:

– per l'addizione, se si considera come punto di partenza sempre l'origine, entrambi gli addendi sono da intendersi come numero di passi unitari da eseguire in successione nel verso della linea; è pure possibile considerare uno degli addendi (la scelta è indifferente per la proprietà commutativa) come contrassegno del punto di partenza e interpretare come spostamento l'altro addendo; in entrambi i casi la somma è il numero attribuito al punto di arrivo;
– per la sottrazione, il minuendo corrisponde al punto di partenza e il sottraendo fornisce il numero di passi unitari da eseguire nel verso contrario a quello della linea; la differenza è il numero che contrassegna il punto di arrivo;
– per la moltiplicazione, un fattore (non importa quale, per la proprietà commutativa) fornisce il numero di passi da effettuare a partire dall'origine e nel verso

Fig. 7 La linea dei numeri con numeri interi.

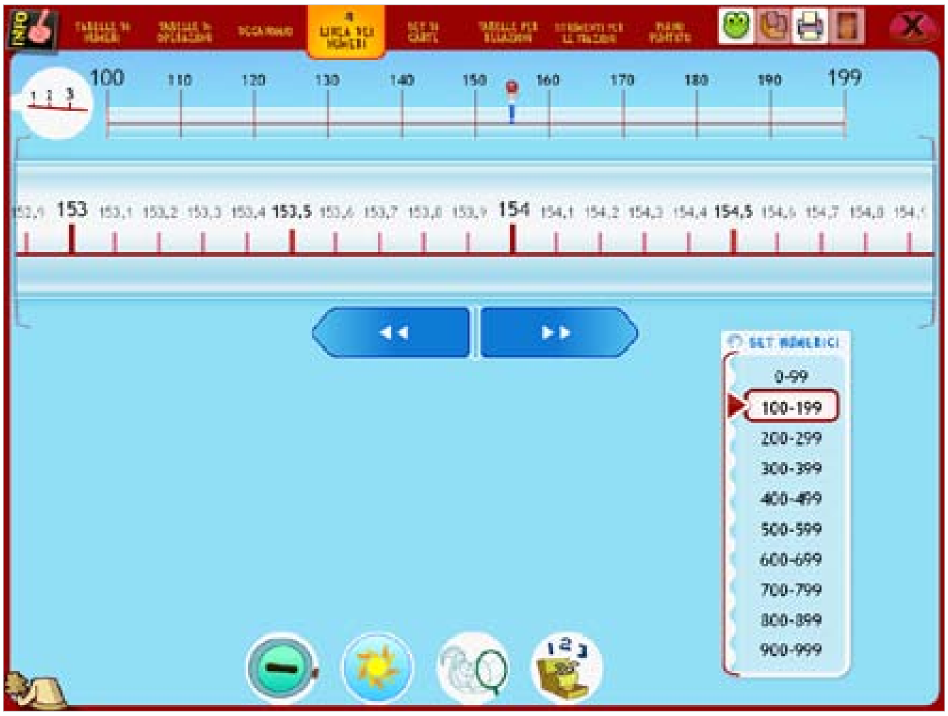


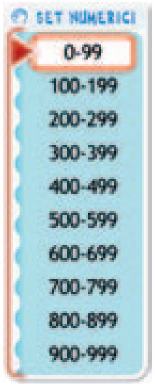
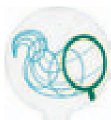
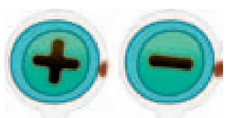
Fig. 8 La linea dei numeri con numeri decimali.

della semiretta e l'altro fattore la lunghezza di ciascun passo; il numero associato al punto di arrivo è il prodotto cercato;

– per la divisione, il dividendo individua il punto di partenza e il divisore la lunghezza dei passi da effettuare, nel verso opposto a quello della linea, fino a che questo è possibile; il numero di passi è il quoziente e il numero associato al punto di arrivo è il resto della divisione.

Lo strumento digitale consente di attribuire diverso valore al passo unitario e di procedere per sottograduazioni successive, passando pure dai numeri naturali ai numeri decimali. In tal modo, si può dare l'intuizione della maggiore «densità» dei numeri razionali assoluti rispetto ai numeri naturali: tra un numero naturale e il suo successivo non ci sono altri numeri naturali, ma infiniti numeri razionali, e il discorso può essere iterato anche a due numeri decimali.

Spiegazione dei pulsanti

	per impostare sulla retta un set precompilato
	per personalizzare la retta inserendo i numeri che si desiderano
	clic singolo per spostarsi di un'unità sulla retta, doppio clic per spostarsi di 10 unità
	visualizzatore del tratto su cui si sta lavorando rispetto alla retta intera; trascinare la barra verde (o l'indicatore se si lavora con decimali) per spostarsi rapidamente sulla retta
	mostra/nascondi i numeri
	attivo solo quando sono visibili i numeri, nasconde/scopre i numeri nelle celle cliccate sulla retta
	per compilare la tabella con il tastierino numerico
	zoom per trasformare la retta con numeri interi in retta con numeri decimali e viceversa

Set di carte

Le carte da gioco sono un utile strumento per «mettere in gioco» i numeri naturali in diversi loro aspetti. Le carte aventi per semi i pallini favoriscono le attività di conteggio dapprima uno a uno, poi per gruppi sino al riconoscimento globale

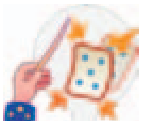
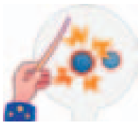
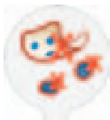
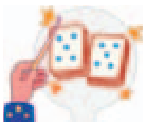
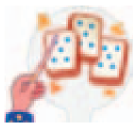
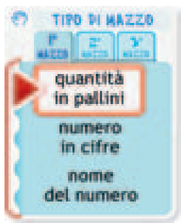
Fig. 9 Mazzo di carte con numeri in cifre.

Fig. 10 Confronto di più mazzi.

di quantità grazie a configurazioni geometriche particolari dotate di simmetrie o comunque regolarità spaziali. Lo strumento digitale consente inoltre di modificare la disposizione dei pallini, al fine di far sperimentare la conservazione della quantità e di sollecitare la costruzione personale di configurazioni significative. Le carte con i numeri in cifre e con i nomi dei numeri comportano un maggiore livello di astrazione, dato che non vi è un riferimento esplicito alla quantità designata dai numeri.

Le carte consentono di creare coinvolgenti situazioni di gioco nelle quali contestualizzare e dare significato alle operazioni di addizione e di sottrazione, alla scoperta di alcune proprietà di tali operazioni e al confronto di quantità.

Spiegazione dei pulsanti

	sposta e ridimensiona le carte/i pallini
	duplica carta
	duplica pallino
	elimina carta/pallino
	per visualizzare un mazzo
	per visualizzare due mazzi
	per visualizzare tre mazzi
	per impostare il seme del mazzo selezionato (clic sulla linguetta con 1°, 2° o 3° mazzo e poi sulla tipologia del seme)

pannello per selezionare il colore del seme (a differenza dei semi «nome del numero» e «numero in cifre», la gestione del colore dei pallini avviene cliccando o la carta — e in questo caso tutti i pallini presenti in quella carta assumeranno il colore scelto — o cliccando su ogni singolo pallino — sarà così possibile avere pallini di colori diversi all'interno di una stessa carta)

Tabelle per relazioni

Una relazione tra gli elementi di due insiemi, qualunque essi siano, può essere rappresentata in una tabella a doppia entrata apponendo un simbolo-contrassegno nella casella ottenuta intersecando la riga e la colonna individuate dai due elementi in relazione. Questa forma di rappresentazione permette la lettura di alcune delle proprietà di una relazione su un insieme; in particolare:

– una relazione è *riflessiva* quando ciascun elemento dell'insieme è in relazione con se stesso; questo significa che nella tabella, se si dispongono gli elementi dell'insieme nello stesso ordine sia nella riga sia nella colonna di intestazione, devono essere contrassegnate tutte le caselle della diagonale uscente dal vertice in alto a sinistra;

mcm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	2	6	4	10	6	14	8	18	10
3	0	3	6	3	12	15	6	21	24	9	30
4	0	4	4	12	4	20	12	28	8	36	20
5	0	5	10	15	20	5	30	35	40	45	10
6	0	6	6	6	12	30	6	42	24	18	30
7	0	7	14	21	28	35	42	7	56	63	70
8	0	8	8	24	8	40	24	56	8	72	40
9	0	9	18	9	36	45	18	63	72	9	90
10	0	10	10	30	20	10	30	70	40	90	10

Fig. 11 La tabella con il minimo comune multiplo.

MCD	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	3	1	1	3	1	1	3	1	1	3	1
4	4	1	2	1	4	1	2	1	4	1	2
5	5	1	1	1	1	5	1	1	1	1	5
6	6	1	2	3	2	1	6	1	2	3	2
7	7	1	1	1	1	1	1	7	1	1	1
8	8	1	2	1	4	1	2	1	8	1	2
9	9	1	1	3	1	1	3	1	1	9	1
10	10	1	2	1	2	5	2	1	2	1	10

Fig. 12 La tabella con il Massimo Comune Divisore.

– una relazione è *simmetrica* quando, se un elemento *a* è in relazione con un elemento *b*, allora anche *b* è in relazione con *a*; in termini grafici, questo comporta che nella tabella le caselle evidenziate sono disposte simmetricamente rispetto alla diagonale principale.

Pur senza un esplicito riferimento alle proprietà delle relazioni, con lo strumento digitale è possibile operare confronti di relazioni rappresentate in tabella per metterne in evidenza le analogie strutturali. Ad esempio, le tabelle delle relazioni di «… essere multiplo di …» e «… essere divisore di …» hanno una struttura simile alle tabelle delle relazioni «… essere maggiore di …» e «… essere minore di …»: si tratta, infatti, di relazioni d'ordine pur se quelle di multiplo e di divisore non sono applicabili a ogni coppia di numeri naturali, come invece lo sono quelle di maggiore e minore.

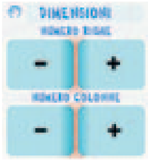
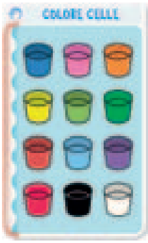
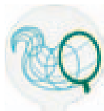
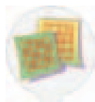
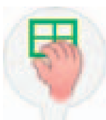
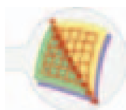
Così pure le relazioni di

– uguaglianza su un insieme di numeri;
– equivalenza su un insieme di frazioni;
– equivalenza su un insieme di scritture di numeri diverse rispetto all'unità di riferimento;
– congruenza su un insieme di poligoni;
– equiestensione su un insieme di poligoni;
– equivalenza su un insieme di lunghezze, oppure aree, oppure capacità, ecc.

hanno rappresentazioni in tabella del tutto simili, essendo tutte relazioni di equivalenza.

Operare con le tabelle delle relazioni consente, quindi, di avviare la costruzione del concetto di relazione e l'individuazione di tipi particolari di relazioni.

Spiegazione dei pulsanti

	pannello per impostare le dimensioni della tabella (n. righe e n. colonne)
	pannello per selezionare il colore delle celle
	sposta e ridimensiona la tabella
 	mostra/nascondi i numeri
	attivo solo quando sono visibili i numeri, nasconde/scopre i numeri nelle celle cliccate
	per compilare la tabella con il tastierino numerico
	per confrontare due tabelle
 	per spostarsi da una tabella all'altra nella modalità «confronta»
	per visualizzare la tabella del minimo comune multiplo
	per visualizzare la tabella del Massimo Comune Divisore
	per visualizzare le proprietà delle tabelle del minimo comune multiplo e del Massimo Comune Divisore

Strumenti per le frazioni

Tutti gli strumenti per le frazioni rimandano prima di tutto alla nozione di frazione come espressione di una parte rispetto a un tutto assunto come intero: il denominatore della frazione indica il numero di parti uguali in cui l'intero è stato diviso e il numeratore il numero di parti prese in considerazione. L'uguaglianza delle parti è dipendente dalla natura dell'intero: nel caso di figure piane limitate, come lo sono i poligoni e il cerchio, l'uguaglianza è rispetto all'area, non alla forma; nel caso di un insieme di elementi unitari separabili l'uno dall'altro, l'uguaglianza è rispetto alla quantità.

Strisce frazionabili

La striscia di carta rettangolare è uno strumento classico da manipolare per effettuare esperienze di piegatura per la costruzione di parti frazionarie. La traduzione digitale intende fornire un rinforzo, un potenziamento e un approfondimento di queste esperienze di piegatura, ma non sostituirle, per consentire la valorizzazione delle potenzialità e il superamento dei limiti di ciascuna delle due versioni della striscia; ad esempio, con la striscia digitale il frazionamento è più preciso rispetto alla piegatura di quella di carta, ma questa ultima attività dà «concretezza» al frazionamento, stimola la ricerca di strategie, basate anche sull'intuizione di regolarità geometriche dell'intero, valorizza le mani come mediatore di apprendimento in matematica. Lo strumento consente di operare con set di frazioni predeterminati, ma anche di personalizzare il frazionamento attraverso il supporto di un righello. In particolare, se si fissa una striscia e si fa variare il frazionamento — inteso come

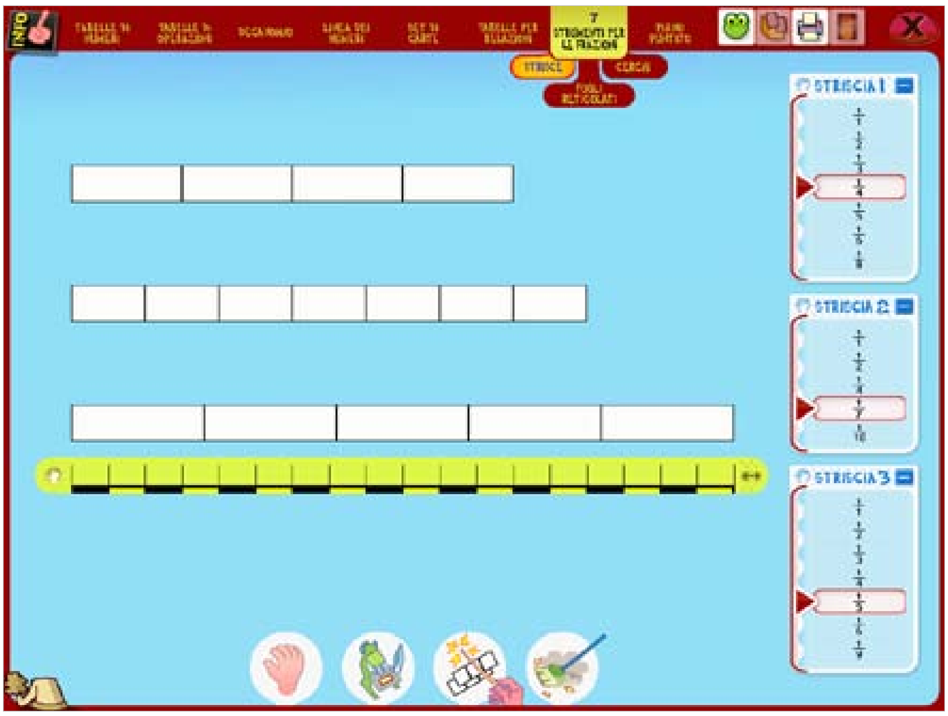


Fig. 13 Strisce frazionabili.

denominatore o numeratore — è possibile far sperimentare per sovrapposizione il confronto tra le parti frazionarie al fine di indurre le regole formali:

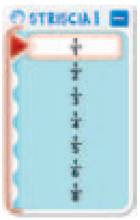
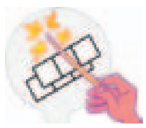
– tra due frazioni con uguale denominatore, è maggiore quella con il numeratore maggiore;
– tra due frazioni con uguale numeratore, è maggiore quella con il denominatore minore.

È anche possibile sperimentare il confronto tra due frazioni non rientranti nei casi precedenti, senza pretendere di formalizzare la regola, che rimanda alla costruzione di frazioni equivalenti aventi uguale denominatore.

Con lo strumento considerato, l'espressione «frazioni equivalenti» viene intesa come frazioni che permettono di ottenere strisce di uguale lunghezza, quando sono applicate al medesimo intero o a interi uguali.

Le strisce frazionabili consentono di operare anche con le frazioni intese come operatore, in quanto i comandi digitali permettono di duplicare un'unità frazionaria e di utilizzarla per la costruzione di un nuovo intero, che può essere maggiore, minore o uguale a quello iniziale. In questo modo si possono utilizzare tutti i tipi di frazioni (proprie, improprie e apparenti).

Spiegazione dei pulsanti

Strisce	
	per creare una striscia e deciderne il frazionamento
	righello estensibile per misurare le strisce
	per trascinare le strisce o i singoli segmenti
	per estrarre un segmento da una striscia
	per duplicare una striscia (massimo due strisce per tipologia) o un segmento
	per riposizionare i segmenti estratti nelle strisce di origine

Fogli reticolati

I fogli reticolati sono la traduzione digitale delle carte reticolate, ossia dei fogli piastrellati con poligoni tra loro congruenti, accostati tramite un lato — da vertice a vertice — in modo da non lasciare vuoti e non avere sovrapposizioni. I soli poligoni regolari che consentono di effettuare piastrellature sono il triangolo equilatero, l'esagono e il quadrato; questo può essere frazionato in parti congruenti (ad esempio tramite una o entrambe le diagonali, ottenendo così due o quattro triangoli rettangoli isosceli) che sono a loro volta maglie di un reticolato.

Il supporto dei fogli reticolati per attività sulle frazioni permette di considerare come «intero» di riferimento poligoni non usuali — nel senso di non appartenenti a famiglie speciali, anche concavi — al fine di non indurre negli alunni l'errata convinzione che soltanto figure piane come il quadrato, l'esagono e il cerchio siano frazionabili. Inoltre, il fatto che un intero sia costituito da un numero finito di maglie del reticolo rende il foglio reticolato uno strumento adatto per riflettere sul frazionamento di un insieme discreto, ossia costituito di parti separabili, per cui l'uguaglianza delle parti è rispetto al numero di unità. Ciò corrisponde sul piano geometrico all'uguaglianza della misura dell'area rispetto alla maglia fondamentale del reticolo assunta come unità di misura. L'equiestensione delle parti ottenute in un intero costruito su un foglio reticolato è, quindi, esprimibile in forma numerica, così da rendere più evidente l'indipendenza del frazionamento dalla forma delle parti stesse. Nella costruzione di poligoni su foglio reticolato si suggerisce di prestare attenzione a non proporre soltanto casi in cui il numero di maglie costituenti il poligono sia uguale al denominatore della frazione, quindi ciascuna unità frazionaria sia una singola maglia, per far sperimentare agli alunni

Fig. 14 Un foglio reticolato.

la diversità concettuale tra numero di parti uguali — quindi il ruolo del denominatore — e numero di maglie unitarie costituenti una parte.

Spiegazione dei pulsanti

Fogli reticolati	
	lista delle matrici dei fogli reticolati
	per estrarre una cella dal foglio reticolato
	per riposizionare le celle estratte nel foglio reticolato
	pannello per selezionare il colore di un'area

Cerchio frazionabile

Il cerchio è una figura classica nella rappresentazione delle frazioni intese come espressione di una parte rispetto al tutto. La sua traduzione digitale intende valorizzare le possibilità di effettuare frazionamenti difficilmente ottenibili mediante piegatura, come in quinti, ma costruibili esattamente in quanto sottomultipli dell'angolo giro. A tal proposito, si osserva che se si intende confrontare le parti frazionarie ottenute in cerchi aventi uguale raggio, quindi congruenti, è possibile procedere mediante sovrapposizione con movimento rigido, ossia verificare il sussistere o meno della congruenza delle parti. Se invece si opera con cerchi di raggio diverso, il confronto è relativo all'ampiezza degli angoli individuati dai settori e rimanda al frazionamento dell'angolo giro al centro del cerchio.

Spiegazione dei pulsanti

Cerchi	
	aumenta/diminuisci numero cerchi

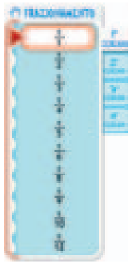
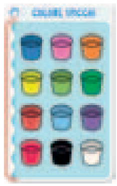
	per spostare e modificare la dimensione dei cerchi
	per estrarre uno spicchio dal cerchio
	per riposizionare gli spicchi estratti nei cerchi frazionati
	pannello per impostare il frazionamento dei cerchi
	pannello per selezionare il colore di uno spicchio

Fig. 15 Un cerchio frazionabile.

Piano puntato

Lo strumento consiste in uno schieramento di punti disposti su 10 righe e 10 colonne; sono contrassegnati da un numero, corrispondente al conteggio effettuato per righe a partire dal punto in alto a sinistra dello schieramento, soltanto i punti della prima e ultima riga e della prima e ultima colonna. Il numero associato a ciascun altro punto può essere ricostruito osservando che punti nella medesima colonna corrispondono a numeri uguali rispetto alla cifra delle unità, mentre punti nella medesima riga, tranne l'ultimo, corrispondono a numeri uguali rispetto alla cifra delle decine. Dal punto di vista geometrico, lo schieramento di punti è un piano finito e discreto, essendo i punti in numero determinato e separati l'uno dall'altro. In esso è possibile tracciare soltanto i segmenti aventi per estremi due punti dello schieramento. Il piano puntato può essere abbinato ad attività aritmetiche, ad esempio facendo individuare i punti corrispondenti a risultati di operazioni aritmetiche assegnate oppure richiedendo di scrivere operazioni il cui risultato individui i punti vertici di un disegno già tracciato sul piano. Se si prescinde dalla numerazione dei punti, il piano può essere considerato la rappresentazione di un geopiano ed essere utilizzato — anche in modo parziale — come supporto per attività geometriche; ad esempio, se si seleziona un sottoschieramento formato da tre righe e tre colonne, si può porre agli alunni il problema di costruire tutti i possibili quadrilateri aventi i vertici nei nove punti. I quadrilateri costruibili nel piano puntato sono sedici e costituiscono un insieme descrivibile rispetto a diversi criteri geometricamente significativi, come il parallelismo o la congruenza o la perpendicolarità dei lati, la presenza di angoli retti, l'essere concavo/convesso.

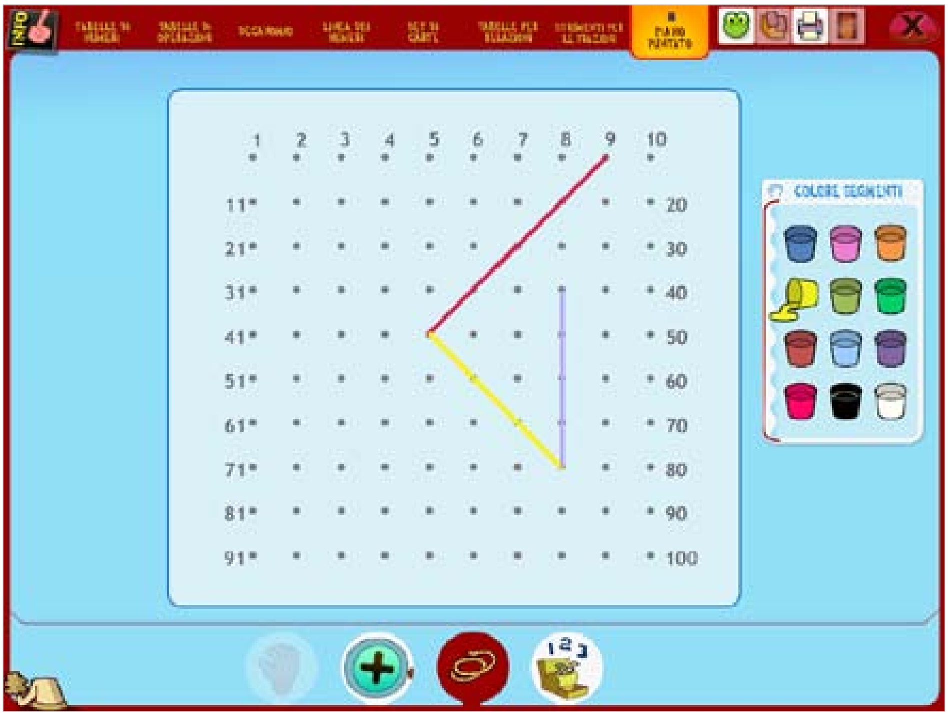
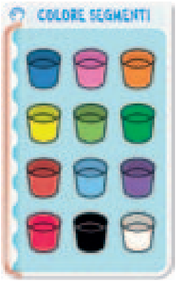
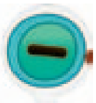


Fig. 16 Collegamento di più punti sul piano puntato.

Spiegazione dei pulsanti

	colori per disegnare segmenti
	cliccando sulla corda e poi su un colore, è possibile disegnare segmenti (clic su pallini)
	per compilare la griglia con il tastierino numerico (clic sul pallino su cui si vuole scrivere il numero)
 	zoom del 50%
	attivo dopo aver cliccato sullo zoom, sposta la griglia in alto/in basso