

**Cesare Cornoldi, Daniela Lucangeli
e Nicoletta Perini**



AC-MT 6-11^{anni}

PROVE PER LA CLASSE

Guida

**Valutazione standardizzata
delle abilità di calcolo
e di soluzione di problemi**

Erickson

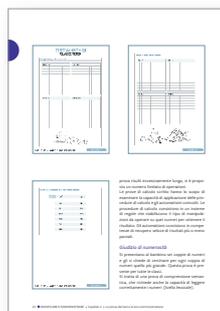
In questa guida trovi tutti i contenuti teorico-metodologici in 4 passi:

● CONOSCERE



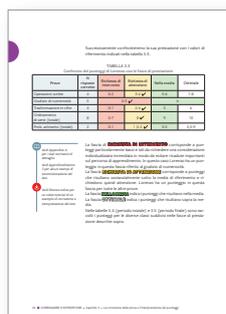
► Una introduzione ai concetti chiave dell'apprendimento matematico

● PIANIFICARE E SOMMINISTRARE



► Tutte le informazioni per la corretta somministrazione delle prove

● CORREGGERE E INTERPRETARE



► Le tabelle di riferimento con cui confrontare i punteggi degli alunni e verificare i punti di forza e i punti di debolezza

● INTERVENIRE



► Suggerimenti utili per intervenire in caso di fragilità

► Inoltre approfondimenti e casi-esempio



Il test AC-MT misura le abilità di calcolo e soluzione di problemi in alunni dai 6 agli 11 anni. Con prove distinte per tutte le classi della scuola primaria, è lo strumento più efficace per prevenire e identificare le difficoltà di apprendimento.

In questa nuova edizione le prove classiche a somministrazione collettiva sono di ancor più facile utilizzo e, al contempo, hanno migliori proprietà psicometriche.

Caratteristiche del test nella nuova edizione:

- **ancora più affidabile:** nuovo campione normativo di riferimento di circa 2000 bambini
- **più agile,** con guida in 4 passi, concetti chiave e approfondimenti
- **più facile da correggere** con le fasce di prestazione a colori

Aree valutate

- ✓ **Matematica**
- Prerequisiti**
- Letto-scrittura**
- Abilità cognitive**
- Abilità di studio**
- Aspetti emotivo-motivazionali**
- Oralità**

ISBN 978-88-590-2090-5



Guida e protocollo indivisibili

9 788859 020905

INDICE

- 7 TEST A COLPO D'OCCHIO – AC-MT IN 4 PASSI**
- 15** Presentazione della nuova edizione del test
- 17 CAP. 1** Cosa valuta il test AC-MT 6-11: lo sviluppo delle abilità di numero, calcolo e di risoluzione di problemi aritmetici
- 21 CAP. 2** Le prove del test AC-MT 6-11 e la loro somministrazione
- 29 CAP. 3** La correzione delle prove e l'interpretazione dei punteggi
- 37 CAP. 4** Dal test all'intervento didattico
- 45 APPROFONDIMENTO 1** L'apprendimento delle abilità di numero, calcolo e risoluzione dei problemi aritmetici e le sue difficoltà
- 63 APPROFONDIMENTO 2** Come è stato costruito e validato il test
- 77 APPROFONDIMENTO 3** Alcuni esempi di utilizzo del test AC-MT 6-11 a scuola
- 95** Bibliografia
- 103 APPENDICE A** Dati normativi
- 123 APPENDICE B** Le prove di approfondimento



I materiali online sono accessibili su <http://risorseonline.erickson.it/>

Per visualizzarli e scaricarli basta registrarsi e inserire il codice di attivazione

TEST A COLPO D'OCCHIO

AC-MT IN 4 PASSI

CONOSCERE

Perché usare l'AC-MT 6-11?

Quali aree valuta l'AC-MT 6-11?

Qual è la differenza tra il test AC-MT 6-11 e una prova di verifica?

PIANIFICARE E SOMMINISTRARE

Con chi usare l'AC-MT 6-11?

Quando usare l'AC-MT 6-11?

Quali sono le prove?

Cosa serve per la somministrazione delle prove?

Come si somministrano le prove?

CORREGGERE E INTERPRETARE

Come si correggono le prove?

Come si interpretano i punteggi?

INTERVENIRE

Come intervenire?

PERCHÉ USARE L'AC-MT 6-11?

- Per ottenere un **profilo dello sviluppo** dei singoli studenti e dell'intera classe in ambito matematico.
- Per effettuare la valutazione delle abilità degli studenti con uno **strumento rigoroso e validato** statisticamente.
- Per **programmare interventi** di aiuto nelle aree in cui si riscontrano difficoltà.

8⁵73

QUALI AREE VALUTA L'AC-MT 6-11?

- La batteria valuta le **abilità numeriche, di calcolo e di soluzione di problemi aritmetici** degli studenti della scuola primaria.
- Tali aree rappresentano le **principali abilità cognitive dominio-specifiche** che sostengono l'apprendimento matematico.



QUAL È LA DIFFERENZA TRA IL TEST AC-MT 6-11 E UNA PROVA DI VERIFICA?

- Il test consente di valutare le abilità di base che sostengono l'apprendimento della matematica. Grazie al confronto con le **fasce di prestazione** è possibile capire se il bambino ottiene un punteggio nella media, peggiore o migliore della popolazione italiana della stessa classe.

CON CHI USARE L'AC-MT 6-11?

- Con tutti gli **studenti della scuola primaria**, anche quelli con difficoltà di lettura o scarsa conoscenza della lingua italiana, assicurandosi della loro comprensione del compito, o a quelli con discalculia, per individuare i punti di forza e debolezza.

QUANDO USARE L'AC-MT 6-11?

TEST CLASSE PRIMA INTERMEDIA

- Fasce prestazione periodo intermedio

Area	Matematica	Italiano	Scienze	Storia	Geografia	Arte e Immagine	Musiche	Motoria	Religione
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100

TEST CLASSE PRIMA FINALE

- Fasce prestazione periodo finale

Area	Matematica	Italiano	Scienze	Storia	Geografia	Arte e Immagine	Musiche	Motoria	Religione
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100

TEST CLASSE SECONDA

- Fasce prestazione periodo iniziale

Area	Matematica	Italiano	Scienze	Storia	Geografia	Arte e Immagine	Musiche	Motoria	Religione
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100

- Fasce prestazione periodo finale

Area	Matematica	Italiano	Scienze	Storia	Geografia	Arte e Immagine	Musiche	Motoria	Religione
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100

TEST CLASSE TERZA

- Fasce prestazione periodo iniziale

Area	Matematica	Italiano	Scienze	Storia	Geografia	Arte e Immagine	Musiche	Motoria	Religione
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100

- Fasce prestazione periodo finale

Area	Matematica	Italiano	Scienze	Storia	Geografia	Arte e Immagine	Musiche	Motoria	Religione
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100

TEST CLASSE QUARTA

- Fasce prestazione periodo iniziale

Area	Matematica	Italiano	Scienze	Storia	Geografia	Arte e Immagine	Musiche	Motoria	Religione
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100

- Fasce prestazione periodo finale

Area	Matematica	Italiano	Scienze	Storia	Geografia	Arte e Immagine	Musiche	Motoria	Religione
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100

TEST CLASSE QUINTA

- Fasce prestazione periodo iniziale

Area	Matematica	Italiano	Scienze	Storia	Geografia	Arte e Immagine	Musiche	Motoria	Religione
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100

- Fasce prestazione periodo finale

Area	Matematica	Italiano	Scienze	Storia	Geografia	Arte e Immagine	Musiche	Motoria	Religione
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prevalenza	100	100	100	100	100	100	100	100	100

1 ^a CLASSE	
SETTEMBRE	
OTTOBRE	
NOVEMBRE	
DICEMBRE	Test del periodo intermedio Fasce prestazione periodo intermedio
GENNAIO	
FEBBRAIO	
MARZO	
APRILE	Test del periodo finale Fasce prestazione periodo finale
MAGGIO	
GIUGNO	

2 ^a , 3 ^a , 4 ^a , 5 ^a CLASSE	
SETTEMBRE	Test della classe precedente Fasce prestazione periodo finale
OTTOBRE	
NOVEMBRE	Test della classe in corso Fasce prestazione periodo iniziale
DICEMBRE	
GENNAIO	
FEBBRAIO	
MARZO	
APRILE	Test della classe in corso Fasce prestazione periodo finale
MAGGIO	
GIUGNO	

COME SI SOMMINISTRANO LE PROVE?

- Mettere a loro agio gli studenti. Raccomandare loro di svolgere gli esercizi con impegno e attenzione, senza distrarsi e senza chiedere aiuto ai compagni.
- Distribuire i protocolli.
- Spiegare uno per volta gli esercizi, soffermandosi sempre molto attentamente sugli esempi e sulle consegne di ciascuno.
- Durante lo svolgimento del test aiutare i bambini che lo richiedano ricordando di leggere attentamente le consegne e gli esempi.
- Quando il 90% dei bambini avrà terminato la singola prova, sollecitare chi non ha ancora finito e in seguito dare le consegne della prova successiva.



La parte della batteria che valuta il numero e il calcolo ha una durata indicativa di 20-25 minuti. La parte di soluzione di problemi aritmetici 40 minuti.

COME SI CORREGGONO LE PROVE?

- Operazioni scritte: un punto per ogni operazione corretta e poi si somma il totale (figura a; attenzione, a partire dalla classe terza aumenta il numero di operazioni proposte).
- Giudizio di numerosità: un punto per ogni risposta corretta e poi si somma il totale (figura b, in alto).
- Trasformazione in cifre: un punto per ogni risposta corretta e poi si somma il totale (figura b, in basso).
- Ordinamento di serie (due prove): un punto per ogni risposta corretta e poi si sommano i punteggi di entrambe le prove ottenendo un punteggio unico. Nella figura c è riprodotta una delle due pagine della prova.

Esegui le seguenti operazioni:

a)

$8273,4 + 321,67$ $6273,4 + 321,67 = 8595,07$ (OK)	$54829 - 3783$ $54829 - 3783 = 51046$ (No)
$74657 + 1143$ $74657 + 1143 = 75800$ (OK)	$180,12 - 143,6$ $180,12 - 143,6 = 36,52$ (No)

Cerchia per ogni coppia il numero più grande:

b)

Es: 978	428
183	138
191	119
27,07	27,70
1250	1920
570	507
3046	3406

Trasforma in cifre scritte:

3 unità 4 decime 7 centesimi	743
6 decime 8 centesimi 2 unità 0 decimi 5 centesimi	662,08
3 unità 4 centesimi 0 decime	304
5 centesimi 4 decime 1 centesimo 9 decime 0 unità	140,95
2 centesimi 6 migliaia 7 unità 3 decime	6237
0 decime 6 unità 0 centesimi 3 migliaia	3006
6 decime 0 unità 7 centesimi	760

Metti in ordine questi numeri dal più grande al più piccolo:

c)

Es: 109 663 315 12 → 663 315 109 12

24,20 22,4 24,02 24,4 → 24,20 24,4 24,02 22,4

5005 5050 555 5500 → 5500 5050 5005 555

809 1980 1809 1098 → 1980 1809 1098 809

7867 7676 6767 6776 → 7676 7667 6776 6767

1010 101 110 1100 → 1100 1010 110 101

- Soluzione dei problemi aritmetici: un punto per ciascuna risposta corretta data ai singoli quesiti di ogni problema (0,5 punti per un'operazione impostata correttamente ma con un errore di calcolo) e poi si somma il totale.
- Si raccolgono i punteggi nel protocollo per l'insegnante (Scheda di profilo).

COME SI INTERPRETANO I PUNTEGGI?

- Si possono confrontare i punteggi dei singoli alunni con le tabelle di riferimento che indicano le fasce di prestazione.
- Si ottiene un profilo del bambino con i suoi punti di forza (**FASCIA VERDE** e **FASCIA BIANCA**) e debolezza (**FASCIA GIALLA** e **FASCIA ROSSA**).

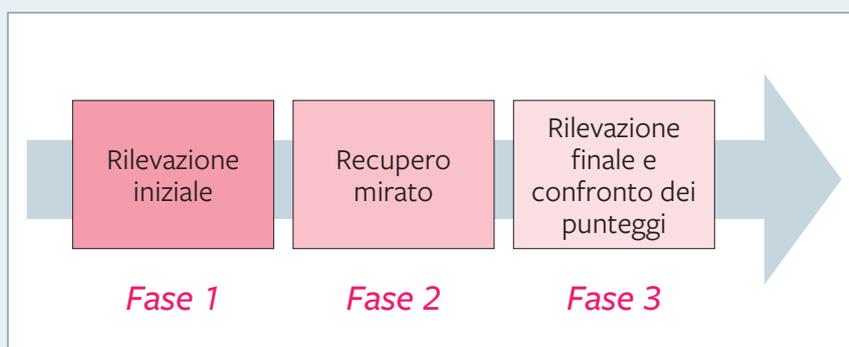
	Richiesta di intervento	Richiesta di attenzione	Nella media	Ottimale
Operazioni scritte	0-2	3-4 ✓	5-6	7-8
Giudizio di numerosità	0-5 ✓		6	
Trasformazione in cifre	0-1	2-4 ✓	5	6
Ordinamento	0-7	8 ✓	9	10
Prova di soluzione di problemi aritmetici	0-1	1,5-2 ✓	3-5	5,5-9

FASCIA ROSSA **FASCIA VERDE**
FASCIA GIALLA **FASCIA BIANCA**

- Si può anche ottenere un profilo di classe (Scaricabile dalle Risorse online ).

COME INTERVENIRE?

- Se il punteggio cade nella **FASCIA GIALLA** (richiesta d'attenzione) o nella **FASCIA ROSSA** (richiesta d'intervento) è importante attivarsi per un intervento individualizzato.
- Come abbiamo visto, il test AC-MT 6-11 supporta la **rilevazione delle difficoltà in ambito matematico** (fase 1), la **progettazione di un intervento di recupero** (fase 2) e la **valutazione degli esiti** (fase 3) di questo intervento.



Cosa trovi in questo kit?

In questo kit **trovi tutto quello che ti serve per utilizzare il test AC-MT** nella tua classe



Un'**introduzione ai concetti chiave** dell'apprendimento matematico

Tutte le informazioni per la corretta somministrazione delle prove

Le tabelle di riferimento con cui confrontare i punteggi degli alunni e **verificare** i loro punti di forza e i punti di debolezza

Suggerimenti utili per intervenire in caso di fragilità

Tutte le prove da **fotocopiare** e distribuire agli alunni – **prove collettive** per ogni classe dalla prima alla quinta

Schede per l'insegnante per **annotare i punteggi e per stilare il profilo**

Prove individuali per eventuale approfondimento

Fascicolo delle prove **stampabile** dalle Risorse online 

NEGLI APPROFONDIMENTI

Un **approfondimento** teorico sullo sviluppo delle abilità di numero, calcolo e problem solving

Tutte le **informazioni** su come è stato costruito e standardizzato il test

Esempi di somministrazione e buone prassi

IN APPENDICE

I **dati normativi** completi

Le **indicazioni** per la somministrazione e la correzione delle prove individuali

CAPITOLO 1

COSA VALUTA IL TEST AC-MT 6-11: LO SVILUPPO DELLE ABILITÀ DI NUMERO, CALCOLO E DI RISOLUZIONE DI PROBLEMI ARITMETICI

L'apprendimento della matematica viene reso possibile da una serie di abilità cognitive, che in parte sono innate e in parte maturano grazie alla scolarizzazione. Queste abilità costituiscono le fondamenta su cui si costruiscono le conoscenze e le competenze che gli studenti acquisiscono con la frequenza scolastica.

Le abilità innate

Numerose ricerche (si veda ad esempio Butterworth, 2005) evidenziano come le abilità che sostengono l'apprendimento matematico abbiano una base innata e geneticamente determinata. Su questa si innestano poi le differenze individuali che originano dalla cultura di appartenenza e dalle esperienze di scolarizzazione.

Butterworth definisce queste abilità innate «Modulo Numerico», che si riferisce alla capacità di comprendere la numerosità di un insieme di oggetti, di immagini, oppure anche quella rappresentata dai numeri. Noi, infatti, estraiamo naturalmente l'informazione della quantità da ciò che vediamo e riusciamo a confrontare quantità differenti fin da quando siamo molto piccoli.

Si utilizza spesso il termine «semantico» per indicare la nostra capacità di riconoscere la quantità, sia che questa sia rappresentata da insiemi di oggetti o immagini sia che venga indicata da numeri scritti in simboli numerici.

Alcune ricerche hanno anche evidenziato che i numeri arabi vengono rappresentati mentalmente attraverso una linea numerica che procede da sinistra a destra.

*Nel nostro test le prove che valutano questa abilità «semantica» sono **Giudizio di numerosità** e **Ordinamento di serie dal minore al maggiore e dal maggiore al minore**.*

La conoscenza dei simboli numerici

La conoscenza numerica ha, quindi, la sua abilità cardine nella capacità di riconoscere e confrontare quantità differenti.

Nella nostra cultura abbiamo poi il sistema dei numeri arabi che ci permette di assegnare un simbolo (il numero scritto o detto) alle diverse quantità. Quando siamo impegnati a trasformare una quantità nel simbolo (numero) corrispondente stiamo utilizzando dei *meccanismi* che vengono definiti *lessicali* e *sintattici* di lettura e scrittura dei numeri. In particolare, i meccanismi lessicali riguardano i processi che consentono di riconoscere il nome del numero

La prova di **Trasformazioni in cifre** (e tra le prove individuali di approfondimento il **Dettato**), presente nell'AC-MT 6-11, ha proprio lo scopo di indagare le capacità lessicali e sintattiche nella scrittura di numeri.

arabo (ad esempio, 13 non si legge come uno-tre ma tredici). I meccanismi sintattici riguardano la «grammatica interna» al numero, cioè il valore posizionale delle cifre. Per capire, ad esempio, la differenza fra 182 e 821, il bambino deve conoscere le regole posizionali delle cifre all'interno del numero. Queste regole determinano sia il nome del numero (centoottantadue e ottocentoventuno) sia la quantità che rappresentano: il 2 nel primo numero ha valore di due elementi, mentre nel secondo numero di venti elementi.

Lo sviluppo delle abilità di calcolo

Un prerequisito importante delle capacità di calcolo è l'abilità di *contare*. Quest'abilità si sviluppa solitamente tra i 3 e i 5/6 anni e viene resa possibile dal fatto che i bambini fanno propri dei principi, che Gelman e Gallistel (1978) descrivono in questo modo:

- a)** il principio della corrispondenza uno a uno: ogni elemento dell'insieme contato deve corrispondere a una sola parola-numero;
- b)** il principio dell'ordine stabile: le parole-numero devono essere organizzate in una sequenza fissa e ordinata che riproduce gli elementi che devono essere contati;
- c)** il principio della cardinalità: l'ultima parola-numero usata nel conteggio rappresenta la numerosità degli elementi contati.

Attraverso esperienze formali o meno formali i bambini fanno propri questi principi e riescono quindi a contare insiemi di diversa numerosità.

Con la frequenza della scuola primaria i bambini sviluppano poi le capacità di *calcolo*.

Quando un bambino si trova di fronte a un calcolo da eseguire le informazioni elaborate per prime sono i segni, espressi sia in simboli numerici (+, -, ×, :), sia in codice verbale. Nel procedere poi con lo svolgimento del calcolo bisogna tenere in considerazione che il *calcolo mentale* e il *calcolo scritto* hanno una natura differente e richiedono operazioni mentali diverse. Nel calcolo a mente il bambino mette in atto delle strategie sempre più evolute di manipolazione dei numeri. Le strategie più mature utilizzano le scomposizioni e le ricomposizioni sui numeri per ottenere operazioni intermedie più semplici. Nel calcolo scritto le procedure che i bambini mettono in atto definiscono la direzione spazio-temporale delle diverse azioni intermedie dell'operazione, la forma grafica della specifica operazione e l'incolonnamento dei numeri.

Rispetto al calcolo mentale diversi studiosi hanno provato a tracciare una progressione evolutiva delle strategie che i bambini utilizzano per eseguire i calcoli. Ad esempio, Geary (1990; 1993; Geary,

Le prove AC-MT 6-11 contengono prove di **Calcolo scritto** (sia nella parte collettiva sia in quella individuale di approfondimento), di **Calcolo a mente** e di **Recupero di fatti numerici** (nella parte individuale di approfondimento). Le prove di approfondimento prevedono sia la rilevazione del livello di prestazione, che la raccolta di informazioni sulle strategie usate. La misura del tempo di esecuzione consente di capire quanto il compito sia stato automatizzato dai bambini.

Brown e Samaranayake, 1991) ha osservato come si evolvono le strategie di calcolo utilizzate dai bambini nel loro processo di apprendimento aritmetico: inizialmente è presente il conteggio sulle dita, che permette una vera e propria rappresentazione visiva di ambedue i numeri; in seguito, se la risposta non è stata memorizzata, i bambini tengono in mente il primo numero e aggiungono l'altro contando sulle dita; infine sono in grado di aiutarsi nel recupero guardando le dita senza contarle.

A mano a mano che il bambino si allena con i diversi calcoli, memorizza delle combinazioni di numeri: ad esempio $5 + 5 = 10$, $8 - 4 = 4$. Queste combinazioni di numeri vengono chiamate *fatti numerici*. Il recupero di fatti numerici dalla memoria rende più agevole l'esecuzione di calcoli complessi, perché il bambino può riprendere direttamente il risultato dei calcoli intermedi dalla memoria, concentrarsi nel ricordare le azioni da svolgere, ed eventuali prestiti e riporti. Dal punto di vista dell'apprendimento, va sottolineato dunque che, mentre il calcolo a mente ha una natura principalmente strategica, quello scritto utilizza ed esercita soprattutto l'applicazione di procedure più o meno automatizzate.

La Discalculia Evolutiva

Per avere un'idea di come venga considerata la Discalculia Evolutiva, si può fare riferimento ai due principali sistemi diagnostici presenti a livello internazionale, l'*ICD-10 International Classification of Diseases* (OMS, 2010) e il *DSM-5[®] Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders* (APA, 2013), che forniscono una descrizione generale del disturbo. Nell'*ICD-10* si parla di Disturbo specifico delle abilità aritmetiche (definito col codice F81.2) quando vi sono prestazioni significativamente inferiori, rispetto all'età cronologica del bambino, a fronte di normali abilità cognitive e opportunità di apprendimento, nel calcolo (addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione). Tali difficoltà interferiscono in modo significativo con l'apprendimento scolastico e con le attività della vita quotidiana che richiedono capacità di calcolo e la manipolazione di informazioni numeriche.

Il *DSM-5[®]*, invece, propone una definizione che prende in considerazione, oltre alle abilità strettamente legate ai numeri e al calcolo, anche competenze più complesse, quali il ragionamento matematico, il problem solving, e le conoscenze e abilità legate all'algebra e alla geometria. Inoltre, il manuale suggerisce di valutare la gravità dei sintomi riportati, in base alle conseguenze del disturbo e al livello di supporto e sostegno che richiede.

Entrambi i manuali riportano comunque descrizioni molto ampie, includendo sotto un unico ombrello difficoltà in diversi domini spe-

cifici: dalla conoscenza dei simboli aritmetici alla comprensione del valore quantitativo dei numeri; dalla scelta dei dati per la soluzione di un problema all'allineamento in colonna; dalla semplice memorizzazione di combinazioni tra numeri (come nel caso delle tabelline) all'uso competente delle procedure di calcolo.

La velocità e l'accuratezza nell'apprendimento delle abilità di numero e calcolo



Si veda
l'Approfondimento 1
per una presentazione
più articolata degli
apprendimenti delle
abilità di numero,
calcolo e problem
solving e relativi
disturbi.

Nell'analisi dell'apprendimento delle abilità di calcolo e nella valutazione dei disturbi di calcolo è importante considerare le variabili *correttezza* delle risposte date e *rapidità*. La prima ci permette di capire quanto è sicura una determinata abilità, mentre la rapidità ci dà l'indicazione di quanto questa abilità sia automatizzata.

Se un'abilità non è automatizzata vuol dire che, oltre a richiedere tempo per essere messa in atto, richiede un notevole sforzo da parte del bambino e quindi rallenta e affatica l'esecuzione di compiti complessi.

Nota bene

Si precisa che è possibile somministrare questo test anche a bambini con Discalculia Evolutiva. Può infatti essere utile monitorare lo sviluppo delle loro abilità, nonostante la presenza del disturbo. Il confronto con le fasce di prestazione sarà solamente indicativo. Risulterà invece più rilevante individuare il loro profilo dei punti di forza e di debolezza per impostare correttamente interventi di recupero e potenziamento.

APPROFONDIMENTO 1

L'APPRENDIMENTO DELLE ABILITÀ DI NUMERO, CALCOLO E RISOLUZIONE DEI PROBLEMI ARITMETICI E LE SUE DIFFICOLTÀ

PERCHÉ È IMPORTANTE CONOSCERE LE TEORIE DI RIFERIMENTO RISPETTO AGLI APPRENDIMENTI?

Per poter sfruttare al massimo le potenzialità del test è molto importante sapere come si sviluppano normalmente le abilità matematiche di un bambino. In questo modo, infatti, si può avere maggiore consapevolezza rispetto a cosa si sta andando a valutare, a cosa aspettarsi e a come interpretare un eventuale errore.

Immaginiamo che un bambino faccia molta fatica a ordinare i numeri in base alla grandezza nelle prove di ordinamento. Sapendo che questa prova valuta sia la capacità di leggere correttamente i numeri sia la capacità di assegnare a questi numeri il valore corretto, ci si potrebbe chiedere se la difficoltà del bambino risieda più nella lettura dei numeri che nella capacità di comprendere la quantità che questi rappresentano.

Possiamo allora osservare la tipologia di errori che il bambino compie anche in altre prove: i suoi errori si concentrano soprattutto con i numeri a più cifre? Con i numeri che contengono lo 0? Oppure si verificano anche con numeri molto diversi tra loro?

Gli interventi di aiuto sono estremamente differenti nei due casi. Nel primo caso andrebbero riprese le regole sul valore posizionale delle diverse cifre all'interno di un numero, nel secondo invece sarebbe importante guidare il bambino a dare senso ai numeri su cui sta lavorando, riuscendo ad assegnare loro la giusta quantità.

Conoscendo le abilità che vengono valutate dalle diverse prove, come queste si sviluppano e quali sono i loro prerequisiti, si possono utilizzare le prove con maggiore consapevolezza all'interno di un percorso in cui il test diventa il punto di partenza per conoscere come stanno maturando le abilità di un bambino e come sostenerne lo sviluppo.

Analizzando la letteratura (ricerche e contributi teorici) che riguarda l'apprendimento delle abilità di numero e calcolo possiamo individuare diverse linee conduttrici. Ci soffermeremo sulle principali tra queste che hanno un rapporto con le abilità valutate dalle prove AC-MT per la scuola, in modo da aiutare chi utilizza il test a contestualizzare gli esiti della valutazione. Rinviamo, invece, per un approfondimento, a testi specificamente dedicati all'apprendimento della matematica (si veda in particolare Dowker, 2019).

Una riflessione sull'apprendimento della matematica nel contesto scolastico della primaria non può prescindere dalla considerazione delle premesse che il bambino si porta dietro quando fa il suo ingresso nella scuola. Come illustrato anche in un nostro recente volume (Cornoldi, 2019), negli ultimi anni diversi studiosi si sono interessati alle basi biologiche, alle predisposizioni innate e al modo in cui i bambini, sin dall'infanzia, sono in grado di approcciarsi alle quantità, facendo uso del sistema numerico, e hanno mostrato come la sua manipolazione sia innata nell'uomo. Per esempio Butterworth (2005) ha sostenuto che le competenze matematiche hanno una base innata e geneticamente determinata, che egli chiama «Modulo Numerico», ma che non si possono

ignorare le differenze individuali derivanti dalla cultura alla quale si appartiene, dovute alla scuola e ad altre forme di apprendimento. Le ricerche più recenti hanno cercato quindi di delineare come le abilità matematiche innate o comunque precedenti al contesto scolastico possano influire sul successo nell'apprendimento strutturato (formale) tra i banchi di scuola (McMullen, Hanula-Sormunen e Lehtinen, 2011). Per questo numerosi studi hanno analizzato quelle che sono definite competenze di base, come il concetto di numero o la percezione di numerosità, o altre abilità che si sviluppano tipicamente prima dell'inizio della scuola primaria, e hanno esaminato come esse influenzino l'acquisizione delle successive competenze matematiche apprese a scuola (Clements e Sarama, 2014; Mix, Huttenlocher e Levine, 2002). La sottolineatura delle basi biologiche e degli elementi maturativi legati allo sviluppo delle competenze matematiche precoci non deve far trascurare l'importanza delle stimolazioni che il bambino riceve nei primi anni. Come i lavori di diversi studiosi e in particolare del gruppo della LeFevre (si veda ad esempio Skwarchuk, Sowinski e LeFevre, 2014) hanno mostrato, anche le attività che i bambini svolgono precocemente insieme ai propri genitori nell'ambiente domestico sono rilevanti per lo sviluppo dell'apprendimento matematico. A tal proposito, si sono distinte due categorie di attività numeriche, quelle formali e quelle informali. Infatti vi sono, da un lato, momenti in cui i genitori direttamente e intenzionalmente insegnano ai propri figli concetti, nozioni o contenuti relativi ai numeri, alle quantità o all'aritmetica al fine di promuovere la loro conoscenza numerica. Dall'altro lato sono poi presenti molti momenti informali, in cui l'apprendimento di alcuni aspetti della matematica da parte dei bambini può avvenire ugualmente, in maniera incidentale, ad esempio con giochi che coinvolgono numeri oppure misurando, pesando o confrontando quantità in presenza del bambino.

La conoscenza numerica e le abilità implicate

Per conoscenza numerica la ricerca psicologica intende l'insieme delle capacità che consentono a un bambino di capire le quantità e le loro trasformazioni (Lucangeli, 1999). Alla base della comprensione della quantità stanno compiti di tipo semantico, che cioè individuano quanto vale un numero rispetto a un altro. Esempi concreti di tali compiti possono essere la stima delle numerosità, la comparazione, la seriazione e anche il conteggio.

Per sottolineare quanto sia importante prestare attenzione a scuola ai processi implicati nell'apprendimento di tali competenze, può essere utile richiamare alcuni risultati cruciali a cui la letteratura psicologica è giunta al riguardo.

Da un punto di vista sperimentale una possibile prova della nostra capacità cognitiva di rappresentare mentalmente le quantità proviene proprio dai risultati delle ricerche basate su compiti di comparazione di numeri. Già negli anni Sessanta Moyer e Landauer (1967) hanno dimostrato che il tempo per decidere quale sia il più grande tra due numeri presentati decresce all'aumentare della distanza numerica tra essi (ad esempio, 3-4; 3-9). Questo «effetto distanza» è identico sia che il confronto faccia riferimento a numeri arabi sia che esso faccia riferimento a parametri fisici (ad esempio, la lunghezza di una linea o la numerosità di un insieme; Buckley e Gillman, 1974). Risultati di questo tipo stanno a indicare che il confronto tra numeri si basa su rappresentazioni analogiche.

Utilizzando compiti di confronto di numeri di due cifre, altri studi hanno confermato un probabile accesso a una rappresentazione di quantità numeriche in cui le cifre non sono confrontate a livello simbolico, ma sono ricodificate e confrontate come quantità (Dehaene, Dupoux e Mehler,

1990). Le ricerche di Hinrichs, Yurko e Hu (1981) sono emblematiche al riguardo: i soggetti dovevano decidere se un dato numero di due cifre (59) fosse più grande o più piccolo di un numero standard di riferimento (65). Operando a livello simbolico, i soggetti avrebbero dovuto prima confrontare le decine e, solo se necessario, le unità, impiegando così lo stesso tempo per confrontare i numeri 59 e 51 con 65. Se, invece, i numeri fossero stati prima trasformati in un codice di quantità, i soggetti avrebbero impiegato tempi diversi per rispondere, dal momento che a 59 e 51 corrisponde un codice di quantità differente. I risultati sono andati in questa seconda direzione: i tempi di risposta sono stati più veloci, e dunque il compito più facile, quando i soggetti confrontavano 51 con 65 che quando confrontavano 59 con 65.

Da allora molte ricerche non solo hanno confermato questo risultato, ma hanno evidenziato anche che i numeri arabi possono automaticamente richiamare un codice di quantità interno, come una linea numerica mentale che procede da sinistra a destra. Caratteristica di una simile rappresentazione mentale delle grandezze numeriche sembra essere la «densità» della linea numerica: la differenza tra due numeri sembra più piccola quanto più grandi sono i numeri confrontati (ad esempio, una differenza di 7 tra 62 e 69 sembra soggettivamente più piccola della differenza tra 3 e 10, che è comunque 7). Queste abilità hanno un rapporto diretto con il successo in matematica, anche se De Smedt e colleghi (2013), attraverso una revisione dettagliata della letteratura, hanno sottolineato come i risultati si diversifichino a seconda del formato numerico utilizzato. Ad esempio, per quanto riguarda il confronto di quantità misurato attraverso l'uso di numeri arabi (confronto simbolico), i dati sono coerenti e robusti tra gli studi e le popolazioni: le prestazioni scarse sono correlate con il conseguimento di basse prestazioni in matematica. Per il formato non-simbolico (solitamente misurato mediante comparazione di insiemi di punti), sono riportati risultati spesso discordanti.

Queste incongruenze non solo potrebbero essere spiegate da problemi metodologici nella misurazione del senso della numerosità, ma allo stesso tempo potrebbero confermare come i processi misurati da compiti non simbolici non siano effettivamente fondamentali per spiegare l'apprendimento della matematica formale.

Dai risultati di tali ricerche, portate avanti dalla psicologia cognitiva, è possibile desumere indicazioni fondamentali anche per gli apprendimenti necessari a una buona evoluzione della conoscenza numerica:

- da un lato infatti è cruciale facilitare l'apprendimento di capacità di stima della quantità, di comparazione e di seriazione;
- dall'altro è necessario fare attenzione anche a un indice spesso poco usato a scuola, quale quello del tempo impiegato nello svolgimento di un determinato compito cognitivo. Da un punto di vista scolastico, il paradigma della misurazione del tempo impiegato dai soggetti per eseguire i compiti richiesti sembra infatti estraneo alle procedure a cui comunemente si presta attenzione per garantire un buon apprendimento; in realtà va sottolineato che l'attenzione al tempo richiesto per eseguire un compito numerico ci aiuta a capire meglio il processo cognitivo che il bambino deve mettere in atto per poter compiere il compito in esame e, se utilizzato nella valutazione dell'apprendimento, ci permette di riconoscere in che misura esso sia automatizzato. Quanto più un compito è semplice per noi e quanto più lo sappiamo svolgere, tanto più veloce sarà la sua esecuzione.

Facendo riferimento a tali assunti le prove AC-MT prevedono compiti di comparazione, seriazione e sequenza numerica (la misura del tempo impiegato per lo svolgimento della prova è prevista per alcune delle prove di approfondimento individuali).

Se come fin qui descritto la conoscenza numerica implica la comprensione semantica della quantità, tale comprensione è ovviamente mediata dalla capacità di saper utilizzare bene anche il sistema dei numeri arabi. Ciò significa saper trasformare l'etichetta numerica nella quantità che essa sta a rappresentare.

Tale trasformazione implica l'uso di meccanismi lessicali e sintattici di lettura dei numeri. In particolare, i meccanismi lessicali riguardano i processi che consentono di riconoscere il nome del numero arabo (ad esempio 15 non si legge come uno-cinque ma quindici). I meccanismi sintattici riguardano invece la «grammatica interna» al numero, cioè il valore posizionale delle cifre. Per capire, ad esempio, la differenza fra 15 e 51, il bambino deve conoscere la grammatica del valore posizionale, la quale, oltre a consentirgli di comprendere la differenza nella rappresentazione semantica della quantità (1 nel 51, o 1 nel 15), modifica il nome stesso del numero (quindici per uno-cinque, cinquantuno per cinque-uno). Le prove di trasformazione in cifre e di dettato di numeri (quest'ultime fanno parte delle prove di approfondimento individuali) hanno proprio lo scopo di indagare le capacità lessicali e sintattiche nella scrittura dei numeri.

Acquisizione della capacità di conteggio

Per quanto riguarda lo sviluppo delle abilità di calcolo, si può esaminare il modo in cui vari elementi vengono progressivamente acquisiti dal bambino. Un esempio particolarmente indicativo, e che prescinde almeno in parte da specifiche attività didattiche, è rappresentato dallo sviluppo dell'abilità di contare.

Una posizione classica associata ai principi del conteggio (Gelman e Gallistel, 1978) assume che i bambini piccoli posseggano un concetto innato di numero che si evolverebbe nell'acquisizione delle procedure di calcolo, attraverso alcuni principi:

- a)** il principio della corrispondenza uno a uno: ogni elemento dell'insieme contato deve corrispondere a una sola parola numero;
- b)** il principio dell'ordine stabile: le parole-numero devono essere organizzate in una sequenza fissa e ordinata che riproduce gli elementi che devono essere contati;
- c)** il principio della cardinalità: l'ultima parola-numero usata nel conteggio rappresenta la numerosità degli elementi contati.

La competenza numerica non verbale avrebbe un ruolo fondamentale nell'acquisizione della competenza numerica verbale; infatti il meccanismo del conteggio non verbale costituirebbe la base dei principi impliciti che guidano l'acquisizione dell'abilità di conteggio verbale.

La teoria dei contesti diversi (Fuson, 1988; Fuson e Hall, 1983), invece, ipotizza che i principi del calcolo siano progressivamente sviluppati attraverso ripetuti esercizi e l'imitazione. Per i bambini più piccoli le parole-numero non hanno alcun referente semantico di quantità, ma consistono solo in una sequenza di suoni senza significato intrinseco, recitati meccanicamente. Le parole-numero assumono un pieno significato solo quando vengono usate per contare un insieme di elementi attraverso una corrispondenza uno a uno.

La conoscenza numerica del bambino si forma attraverso l'interazione con l'ambiente; nonostante i numeri siano sempre gli stessi, i loro significati cambiano a seconda delle situazioni all'interno delle quali sono usati.

In particolare, secondo la Fuson, l'acquisizione delle abilità vere e proprie di conteggio dipende da:

- a) l'apprendimento della sequenza numerica;
- b) l'uso della corrispondenza uno a uno tra le parole-numero e l'elemento contato;
- c) il riconoscimento del valore cardinale dei numeri.

Nell'acquisizione della sequenza numerica il bambino è coinvolto nella differenziazione delle parole che indicano i numeri e nell'apprendimento del loro ordine di sequenza. La padronanza di questi concetti inizia all'età di 3-4 anni e procede fino agli 8-9 anni.

Seguendo il modello della Fuson, la costruzione dei concetti numerici di sequenza, di conta, di valore cardinale con le forme di integrazione tra questi può essere descritta attraverso almeno cinque distinti livelli evolutivi. A tali livelli corrispondono specifiche strutture numeriche concettuali dei diversi significati delle parole-numero e della loro progressiva integrazione. L'evoluzione può identificarsi nelle seguenti fasi:

1. la sequenza di numeri è usata come sequenza di parole;
2. si distinguono le parole-numero, ma l'intera sequenza è unidirezionale in avanti e viene prodotta a partire da uno;
3. la sequenza è producibile a partire da un numero qualunque della serie stessa ed è governata dalle relazioni numeriche di prima e dopo;
4. le parole-numero della sequenza sono trattate come entità distinte che non devono più ricorrere a elementi concreti di corrispondenza biunivoca;
5. la sequenza è usata come catena bidirezionale sulla quale e attraverso la quale è possibile operare in modi distinti.

Questa successione di fasi non deve essere considerata rigida o precostituita, bensì un'esemplificazione della continua interazione tra competenze cognitive e apprendimenti significativi.

Wynn (1992) ha esaminato come i bambini arrivino a conoscere che le parole-numero si riferiscono a insiemi di elementi. Secondo Wynn è possibile che i bambini giungano a tale conoscenza in parte tramite la sintassi delle parole-numero, in parte tramite i contesti nei quali sono usate. Dopo che i bambini hanno riconosciuto che le parole-numero si riferiscono a un insieme di elementi, sembra che impieghino circa un anno di tempo per apprendere che il sistema di conteggio rappresenta la numerosità.

L'integrazione della rappresentazione dei numeri ha bisogno di confrontarsi con il sistema linguistico; poiché nel conteggio linguistico la posizione ordinale di ciascuna delle parole-numero nella lista è la chiave del sistema della loro rappresentazione del numero, per apprendere il sistema di calcolo linguistico, i bambini dovranno mettere in relazione la grandezza delle loro rappresentazioni di numerosità e le posizioni delle parole numero (Wynn, 1992).

Studi più recenti hanno ulteriormente approfondito il tema del conteggio, ipotizzando che la formazione di uno degli elementi alla base del conteggio, la cardinalità, proceda di pari passo con lo sviluppo della «mappatura spaziale», ovvero della Linea Numerica Mentale (Berteletti et al., 2012).

L'apprendimento delle capacità di calcolo

Per capacità di calcolo si intende l'insieme dei processi che consentono di operare sui numeri tramite operazioni aritmetiche.