

$$50+9$$

Il bruco matematico

Un percorso per sviluppare
il senso della notazione
posizionale decimale

Anna Baccaglini-Frank, Pietro
Di Martino, Maria Mellone, Roberta
Munarini e Alessandro Ramploud

MATERIALI
DIDATTICA

ARTEFATTI INTELLIGENTI
Direzione Anna Baccaglini-Frank

Erickson

IL LIBRO

IL BRUCO MATEMATICO

La rappresentazione dei numeri naturali in notazione posizionale decimale è un aspetto convenzionale cruciale nell'educazione matematica, che avviene all'inizio della scuola primaria.

Il bruco matematico Fafù è un artefatto che nasce con l'obiettivo di parlare con i bambini di significati matematici con un linguaggio adatto alla loro età e con attività pensate appositamente per i primi gradi scolari.

L'uso di questo artefatto sostiene la costruzione di significati matematici fondamentali per operare con i numeri naturali; in questo senso l'apprendimento della matematica legata ai significati si rivela inclusivo poiché offre strumenti per affrontare e superare le difficoltà.

Il presente volume si rivolge alle prime 3 classi della scuola primaria, offrendo numerose attività da fare con il supporto degli artefatti allegati: due bruchi (uno per rappresentare i numeri naturali da 0 a 99 e l'altro per i numeri da 0 a 999) e 30 tessere.

GLI AUTORI

ANNA BACCAGLINI-FRANK

Docente di Didattica della matematica, si occupa della progettazione di attività con artefatti fisici e digitali per migliorare l'apprendimento della matematica.

ALESSANDRO RAMCLOUD

Assegnista di ricerca presso il Dipartimento di Matematica, si occupa della progettazione e realizzazione delle attività del progetto PerContare.

PIETRO DI MARTINO

Docente di Didattica della matematica. Le sue ricerche si concentrano sulle difficoltà in matematica soprattutto rispetto al ruolo dei fattori affettivi e all'attività di problem solving.

MARIA MELLONE

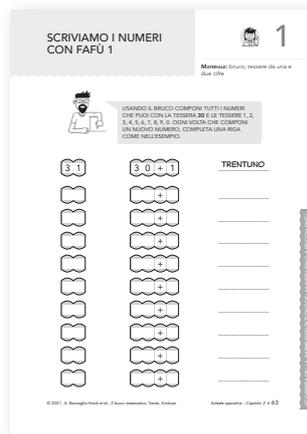
Docente di Didattica della matematica. I suoi interessi di ricerca riguardano la trasposizione culturale di metodologie e strumenti di didattica della matematica provenienti da altri Paesi.

ROBERTA MUNARINI

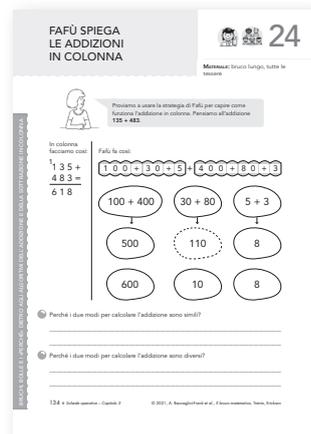
Insegnante-ricercatrice di scuola primaria, collabora nella sperimentazione e revisione di materiali e attività nell'ambito delle ricerche in didattica della matematica.

ARTEFATTI INTELLIGENTI DIREZIONE ANNA BACCAGLINI-FRANK

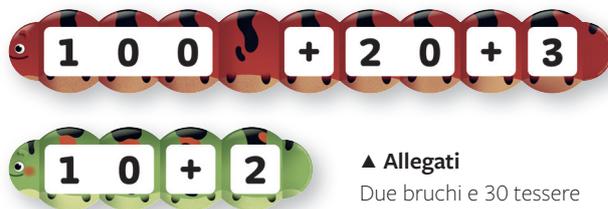
Dal fare al sapere: Artefatti intelligenti per costruire significati matematici.



Composizione e scomposizione dei numeri con il bruco Fafù



Procedure a confronto e riflessione



▲ Allegati
Due bruchi e 30 tessere

€ 21,50

libro + allegati indivisibili

ISBN 978-88-590-2460-6



9 788859 102460 6

www.ericson.it

INDICE

- 7** Introduzione
- 15** **CAPITOLO 1** Il bruco della matematica Fafù e la sua rappresentazione dei numeri
- 21** **SCHEDE OPERATIVE**
- Introduzione delle tessere da 0 a 9
 - Introduzione delle tessere da due cifre (10, 20, 30, ecc.)
 - Introduzione del bruco Fafù
 - Scoperta della rappresentazione dei numeri con Fafù
 - Aspetti lessicali della composizione e scomposizione decimale
 - Rappresentazione di numeri a una cifra con Fafù
 - Addizioni e sottrazioni entro il 31 senza composizione/scomposizione della decina
- 59** **CAPITOLO 2** Il bruco della matematica Fafù e i numeri fino a 99
- 63** **SCHEDE OPERATIVE**
- Scoperta della rappresentazione dei numeri fino a 99 con Fafù
 - Aspetti lessicali della composizione e scomposizione decimale
 - Rappresentazione dei numeri con Fafù e rappresentazione in decine e unità
 - Addizioni con la composizione della decina
 - Sottrazioni con la scomposizione della decina
 - Esercizi con addizioni e sottrazioni
 - Enigmi del bruco per riflettere ancora
- 105** **CAPITOLO 3** Il bruco della matematica Fafù e i numeri fino a 999
- 111** **SCHEDE OPERATIVE**
- Scoperta della rappresentazione dei numeri da 100 a 999 con Fafù
 - Aspetti lessicali della composizione e scomposizione decimale
 - Addizioni e sottrazioni entro il 999
 - Bruchi, bolle e i «perché» dietro agli algoritmi dell'addizione e della sottrazione in colonna
 - Come farebbe Fafù a rappresentare 1000? Un esperimento mentale
 - Enigmi del bruco per riflettere ancora
- 141** **APPENDICE**

Introduzione

Le due rappresentazioni dei numeri proposte dal bruco Fafù

Questo libro affronta una convenzione molto importante in aritmetica: *la rappresentazione dei numeri naturali in notazione posizionale decimale*, cioè la scrittura che abitualmente usiamo, in cui ogni cifra assume il proprio valore rispetto a una potenza di 10 in base alla posizione che occupa (ad esempio, in 325 il «3» vale 300, ossia 3×100 ; il «2» vale 20, ossia 2×10 ; e il «5» vale 5, ossia 5×1). Purtroppo, spesso nella pratica scolastica tale convenzione e i significati dietro alla rappresentazione scelta non sono mai affrontati né esplicitamente, né attraverso attività che permettano di discuterne il significato: perché si rappresentano i numeri con una notazione posizionale decimale? Quali sono le conseguenze di questa scelta?

Questo, molto spesso, porta a un apprendimento mnemonico della matematica fin dai primi anni della scuola primaria, incentrato sulla necessità di ricordarsi molte regole, spesso percepite (e insegnate) come scollegate tra loro e senza un apparente significato.

Da una parte, questo approccio — spesso giustificato per introdurre specifici algoritmi nel contesto del calcolo scritto — porta gravi difficoltà e spaesamento anche nel calcolo scritto stesso. Dall'altra, la nostra convinzione è che l'apprendimento significativo della matematica comporti che il «fare» sia supportato dal senso, dai «perché» che stanno dietro a ciò che si fa. Senza questa condivisione e *costruzione di senso*, lo stesso apprendimento della matematica si svuota non solo di senso, ma anche di fascino, creando tra l'altro, in molte occasioni, grosse barriere al percorso matematico dei bambini.

Due sono le convinzioni alla base di questo lavoro:

1. lavorare sul senso delle cose in matematica, non è solo il «bello» di questa disciplina, ma anche il modo migliore per costruire competenza matematica e fornire strumenti ai bambini per superare le difficoltà;
2. si può e si deve lavorare sul senso fin dall'inizio della scuola primaria.

Lavorarci fin dall'inizio significa approfondire il senso e la potenza della rappresentazione dei numeri interi in notazione posizionale decimale rispetto ad altre rappresentazioni possibili.

È importante infatti sottolineare come la scrittura in notazione posizionale decimale sia soltanto uno dei modi possibili di rappresentare una certa numerosità. Ad esempio, la quantità che in notazione posizionale decimale rappresentiamo con

il simbolo 215, può essere resa in tanti altri modi: con duecentoquindici oggetti (o con una loro rappresentazione grafica); con la parola «duecentoquindici»; con diverse somme (ad esempio con la somma $200 + 10 + 5$, oppure con la somma $150 + 50 + 8 + 7$); attraverso il sistema romano di indicare le quantità intere, ovvero con il simbolo «CCXV»; e in tanti altri modi ancora.

In questo libro affrontiamo in modo particolare due rappresentazioni, entrambe legate alla scelta convenzionale della base 10:

1. la rappresentazione in cifre che assumono valore in base alla loro posizione reciproca e alla base 10 a cui fanno riferimento («215»);
2. la scomposizione che chiameremo *canonica*, a volte chiamata anche *polinomiale* (rispetto alle potenze di 10), che prevede la scomposizione in parti costituite da ciascuna cifra moltiplicata per la corrispondente potenza di dieci ($215 = 2 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 5 \times 10^0$, nel nostro esempio).

Lavoriamo su queste due rappresentazioni — attraverso un personaggio/artefatto, il bruco Fafù — perché crediamo che questo possa essere ideale per far emergere, discutere e infine sistematizzare con i bambini il senso della notazione posizionale decimale. Ma — e questo è un aspetto molto importante da chiarire fin da subito — invitiamo gli insegnanti a non censurare assolutamente eventuali altre rappresentazioni proposte dai bambini. La nostra scelta è studiata e ragionata, ma la varietà di approcci e di possibilità è sempre da valorizzare nell'insegnamento e, in particolare, nell'insegnamento della matematica a livello di scuola primaria.

D'altra parte, il controllo di queste due rappresentazioni è fondamentale per poter operare correttamente e in modo flessibile con i numeri: entrano infatti in gioco negli *algoritmi classici per le operazioni in colonna*. È proprio il controllo su tali rappresentazioni che potrà permettere al bambino, a un certo punto, di «liberarsene» consapevolmente quando possibile, per operare in modo differente e magari più efficiente e creativo. Se, da un lato, la notazione posizionale decimale e la scomposizione canonica dei numeri sono interessanti perché consentono di usare sempre le stesse regole di calcolo, qualunque siano i numeri, dall'altra parte più si acquisisce dimestichezza con i numeri e più possono risultare pesanti e noiose. Ad esempio, per calcolare $17 + 6$, la scomposizione canonica e le classiche regole per il calcolo in colonna portano a dover calcolare 7 più 6, poi a scomporre il risultato 13 in $10 + 3$, a «riportare» 10, e a sommare, infine, $10 + 10 + 3$, peraltro usando notazioni che «nascondono» il valore dietro a ciascuna cifra. Un alunno che ha sviluppato flessibilità con le rappresentazioni dei numeri potrebbe invece, in maniera autonoma, pensare a 6 come 3 più 3, per aggiungere prima 3 a 17, arrivando a 20, e poi sommando a 20 il 3 rimasto dalla scomposizione (non canonica) di 6.

In molti libri queste strategie vengono «richieste forzatamente» in appositi esercizi, mentre l'obiettivo del nostro percorso è diverso: non tanto obbligare a fare $17 + 3 + 3$ suggerendolo esplicitamente, ma arrivare al punto in cui il bambino, con il senso del numero costruito, scelga spontaneamente e consapevolmente la strada che per lui è la migliore.

In questa introduzione è importante esplicitare quello che consideriamo il punto di partenza di questo lavoro.

In questo libro ci aspettiamo che gli alunni abbiano già lavorato molto in classe con composizione e scomposizione di numeri prima entro il cinque e poi entro il dieci, in modo da aver già sviluppato strategie creative per il calcolo a mente di semplici somme e sottrazioni. Il lavoro proposto qui, pensato a partire dalla fine della classe prima per proseguire in seconda e in terza, dovrebbe portare

a conoscere bene la convenzione della notazione posizionale decimale e i vantaggi (e i vincoli) della scomposizione canonica. Tali conoscenze dovrebbero portare gli alunni, alla fine del terzo capitolo (pensato per la classe terza primaria), a essere pronti a capire anche i «perché» dietro alle convenzioni (o «regole») delle addizioni e sottrazioni in colonna.

Nei primi due capitoli del libro vengono introdotti i numeri naturali fino a 99, rappresentabili con il bruco più corto (figura 1) contenente le tessere dei multipli di 10 e quelle delle unità, e viene proposto un lavoro di esplicitazione di aspetti semantici e sintattico-lessicali connessi al loro uso.



Fig. 1 Il bruco per i numeri naturali fino a 99.

Nel capitolo 1, in particolare, si propone anche un confronto di strategie utili per il calcolo a mente di addizioni e sottrazioni tra numeri entro il 31, senza composizione o scomposizione della decina.

Nel capitolo 2 vengono riprese le considerazioni semantiche e sintattico-lessicali sui numeri per estendere le strategie introdotte per l'addizione e la sottrazione ai casi in cui serve anche comporre o scomporre la decina.

Infine, il capitolo 3 generalizza le strategie e le riflessioni precedentemente introdotte al caso dei numeri a tre cifre, facendo uso del bruco più lungo (figura 2), da tre tessere. Inoltre, in quest'ultimo capitolo si utilizzano i significati costruiti per spiegare i «perché» dietro agli algoritmi di addizione e sottrazione in colonna.



Fig. 2 Il bruco per i numeri naturali fino a 999.

Come usare il volume e lo strumento

Descriviamo qui il funzionamento del bruco nella versione da tre tessere, poiché la versione più corta da due tessere è analoga e facilmente comprensibile a partire dalla stessa spiegazione.

Fafù, il bruco della posizionalità, è una striscia ripiegabile che consente, attraverso la collocazione di tessere numeriche, di comporre e scomporre i numeri

naturali fino a 999 (nella versione più lunga del bruco), mostrando — quando è aperta — il valore in unità di ogni cifra.

Per rappresentare un numero con Fafù, lo si apre e si scelgono le tessere relative ai valori di ogni cifra del numero da rappresentare. Tali tessere si attaccano sul bruco aperto nelle parti corrispondenti: il bruco aperto ha uno spazio per tessere a tre cifre multipli di 100, uno spazio per tessere a due cifre multipli di 10, e uno spazio per le tessere a una cifra. Dopo aver attaccato le tessere, il bruco può essere chiuso per visualizzare la scrittura in notazione posizionale decimale.

Ad esempio: per rappresentare il numero 509 (figura 3) verranno inserite le tre tessere: 500, 00 e 9. In questo modo quando il bruco viene presentato chiuso la classe leggerà 509, mentre aprendolo progressivamente sarà possibile scoprire il valore delle singole cifre, ossia 5, che occupa la prima posizione a sinistra nella scrittura decimale del numero, corrisponde a 500 unità; 0, che occupa la seconda posizione da sinistra nella scrittura decimale del numero, corrisponde a 00 unità; infine 9, che occupa la posizione a estrema destra nella scrittura decimale posizionale del numero, corrisponde a 9 unità.

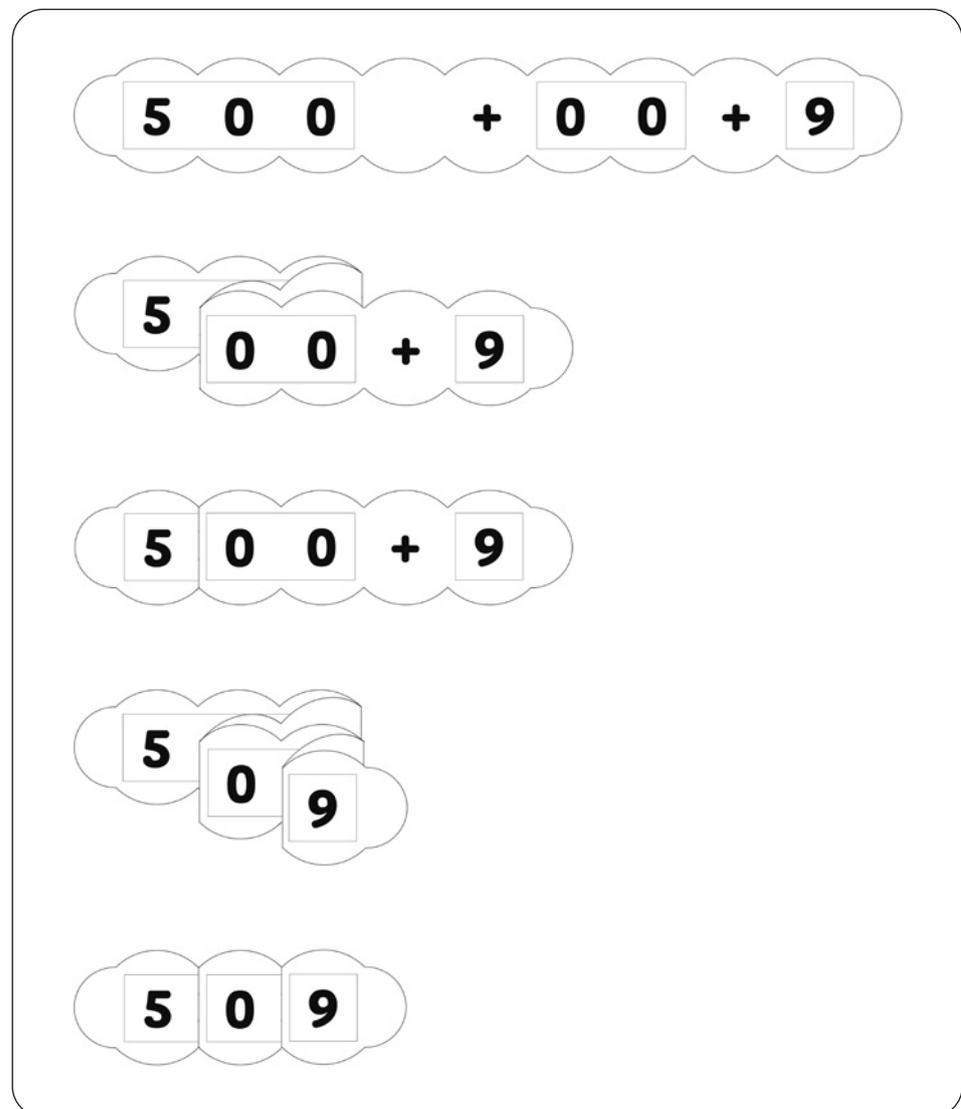


Fig. 3 Rappresentazione del numero 509 con il bruco Fafù (aperto e chiuso).

L'insegnante può decidere di utilizzare il bruco in modi differenti. Può servirsi per illustrare agli alunni come funziona rappresentando vari numeri; può utilizzarlo per creare situazioni problematiche da sottoporre alla classe come, ad esempio, scrivere un numero alla lavagna, mostrare un bruco con alcune tessere mancanti e chiedere quali tessere inserire in modo che il bruco chiuso rappresenti proprio il numero scritto alla lavagna. Ai vari usi proposti dall'insegnante, si associa la possibilità che ogni bambina e ogni bambino abbia il suo bruco e possa così manipolarlo autonomamente per riflettere, attraverso l'uso, sul modo in cui il bruco Fafù rappresenta i numeri.

È proprio questo uso riflessivo che suggeriamo di proporre durante lo svolgimento dei differenti esercizi che compongono questo testo. Infatti, la *manipolazione dell'artefatto fisico* consentirà alle bambine e ai bambini di sperimentare e di comprendere meglio il funzionamento della composizione e scomposizione numerica.

Quando l'insegnante decide di introdurre il bruco Fafù nel lavoro di classe sarà importante procedere insieme a un'esplorazione che consenta agli alunni di fare ipotesi sul funzionamento del bruco: si può chiedere loro come pensano che funzioni; a cosa, secondo loro, può servire; ecc. Un'altra buona consegna è quella di chiedere, alla fine del percorso proposto in questo libro, come si potrebbe costruire un bruco in grado di rappresentare un numero di quattro cifre.

In questo libro, le schede sono caratterizzate da icone diverse che segnalano la modalità con cui svolgere l'attività.



Attività che prevedono una gestione collettiva di discussione in classe



Attività di esplorazione da svolgere individualmente (o a coppie)



Giochi per alunni a coppie (o a piccoli gruppi)



Attività di consolidamento, che propongono all'alunno di prendere dimestichezza con particolari ragionamenti, in modo flessibile

Dopo aver scoperto come funziona, l'insegnante potrà consegnare le *schede operative* del libro, proponendo di lavorare come suggerito nelle schede stesse. È importante, in seguito allo svolgimento delle consegne e delle manipolazioni del bruco, promuovere la *condivisione ed esplicitazione dei ragionamenti*, mettendoli in relazione con le azioni concrete svolte con il bruco. Sugeriamo di intervallare frequentemente il lavoro sulle schede operative con momenti di condivisione e riflessione collettiva, anche oltre a quelli proposti nelle schede stesse.

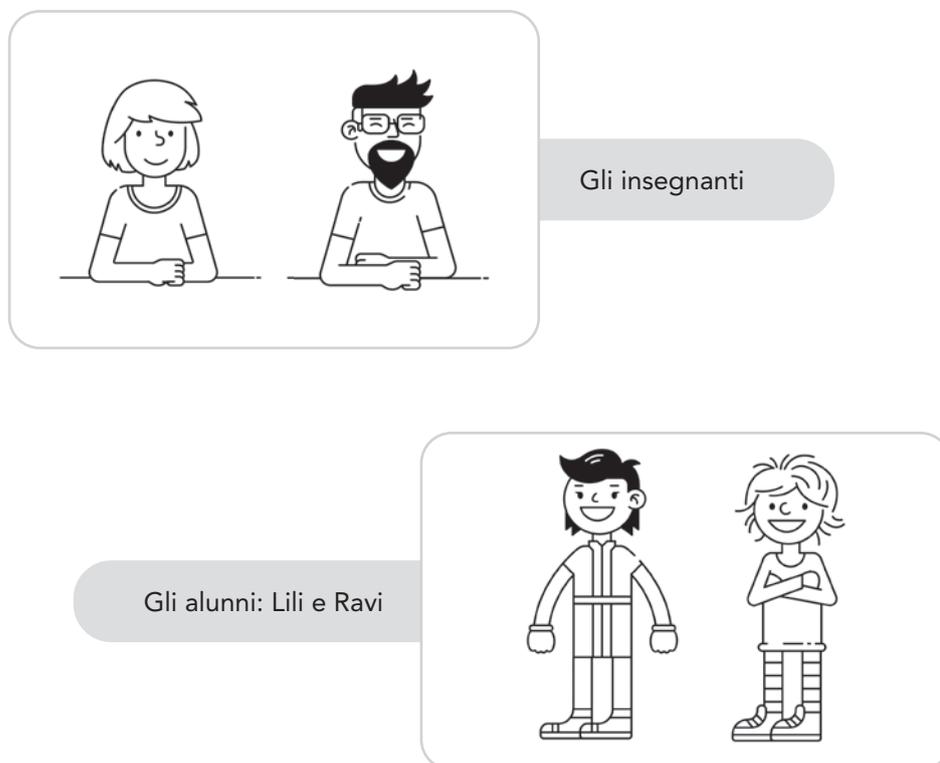
In ogni caso, qualunque sia la modalità di lavoro scelta dall'insegnante, è molto importante che sia appropriata al livello e alle caratteristiche di apprendimento della classe.

I personaggi

Ora introduciamo i *personaggi* che ci accompagneranno alla scoperta di Fafù il bruco matematico. Due insegnanti compariranno nelle schede per proporre le consegne. Nelle loro classi ci sono bambini e bambine con diversi background culturali e diversi modi di pensare quando svolgono le consegne proposte: tra questi, in particolare, conosceremo meglio Lili e Ravi.

Ravi ha i nonni indiani e a casa ha sentito parlare di un «serpente della posizionalità» che è stato usato dai suoi genitori quando andavano a scuola, proprio per imparare i numeri come fa lui con Fafù. Ricordiamo, infatti, che, tra i materiali educativi ancora utilizzati presso centri di formazione indiani, compare un artefatto simile al nostro bruco, descritto come un «serpente», a cui ci siamo ispirati per il nostro Fafù. Lili è una compagna di Ravi, una bambina a cui piace riflettere e proporre soluzioni da discutere con il resto della classe.

Nelle parti dedicate agli insegnanti, troviamo un'esperta in didattica della matematica, che esplicita e sottolinea alcune considerazioni importanti a livello didattico ed epistemologico. Abbiamo ritenuto importante proporre un personaggio femminile per combattere lo stereotipo del matematico visto ancora come «maschio bianco». Le sembianze richiamano quelle di Maryam Mirzakhani, la prima donna a ricevere, nel 2014, la medaglia Fields, il massimo riconoscimento che un matematico possa ricevere. Anche se l'ambito di ricerca di Maryam Mirzakhani non era la didattica della matematica, siamo convinti che ricordarla anche in questo libro come esempio e punto di riferimento possa portare a modificare gli stereotipi e i messaggi sociali legati all'apprendimento della matematica, che da secoli condannano tante bambine a non valorizzare le proprie potenzialità nell'ambito di quella meravigliosa disciplina che è la matematica.





L'esperta di didattica della matematica

ALTRE RISORSE UTILI

Per ulteriori proposte didattiche sull'addizione e sulla sottrazione — usando il **bruco**, le **tessere** e le **bolle**, ma anche una varietà di altri artefatti che suggeriamo di integrare nella didattica di classe — rimandiamo alle guide di classe prima, seconda e terza del progetto **PerContare**, disponibili gratuitamente (è sufficiente la registrazione) al sito www.percontare.it.

Ad esempio, il **bruco della posizionalità** è introdotto in classe terza all'interno del percorso sulla moltiplicazione: <https://www.percontare.it/guide/classe-terza/bruco-della-posizionalita/>.

In particolare, ricordiamo che **è possibile costruire più bruchi** in modo che gli alunni ne abbiano uno a testa, o uno ogni due.

Su YouTube potete trovare un video che descrive come costruire un bruco («Tutorial Bruco – PerContare»; <https://youtu.be/0kxluO403QY>; consultato in data 18 febbraio 2021).

A questo volume sono allegati due bruchi, uno corto per i numeri fino al 99 e uno lungo per quelli fino a 999, e le relative tessere. Talvolta può essere opportuno che, come già detto, ogni alunno abbia il «suo» bruco, da esplorare e manipolare, così come alcuni esercizi proposti (come le addizioni o sottrazioni con «riporto») possono essere mostrati «materialmente» usando due bruchi o due serie di tessere contemporaneamente.

Per costruire altri bruchi e altre tessere per queste esigenze didattiche, in **Appendice** presentiamo i modelli da fotocopiare.

NUMERI APPESI

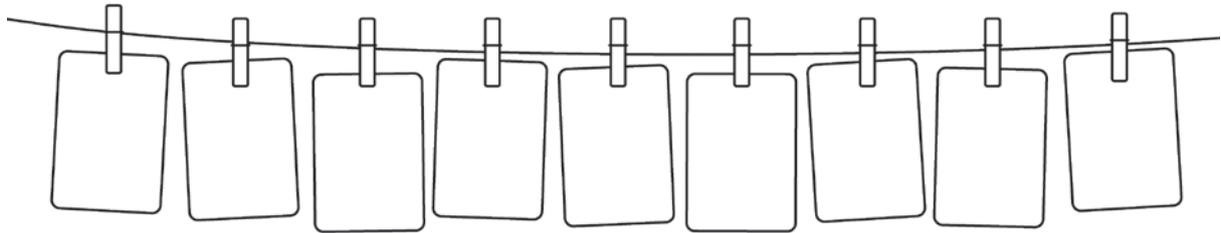


4

MATERIALE: lavagna o foglio



AIUTA LILI A RIORDINARE I NUMERI. SCRIVI I NUMERI IN ORDINE NELLE TESSERE APPESE AL FILO.



20

60

70

50

40

30

10



80

90

GIOCHIAMO CON LE CARTE 2



5

MATERIALE: tessere da due cifre



PRENDI IL MAZZO DI TESSERE DA 10 A 90 E GIOCA CON UN AMICO. PESCA UNA CARTA CIASCUNO: VINCE CHI PESCA IL NUMERO MAGGIORE. SCRIVI I NUMERI PESCATI IN TABELLA E CERCHIA QUELLO MAGGIORE. VINCE IL GIOCO CHI PESCA IL NUMERO MAGGIORE PER CINQUE VOLTE.

	NOME _____	NOME _____
TURNO 1		
TURNO 2		
TURNO 3		
TURNO 4		
TURNO 5		
TURNO 6		
TURNO 7		
TURNO 8		
TURNO 9		

AD ESEMPIO, RAVI HA PESCATO 70 E LILI HA PESCATO 50.

COMPILANO COSÌ LA PRIMA RIGA DELLA TABELLA:



	NOME _____ RAVI	NOME _____ LILI
TURNO 1	(70)	50

FAFÙ, IL BRUCO MATEMATICO 1



6

MATERIALE: bruco, tessere da una e due cifre



VI PRESENTO **FAFÙ**, IL BRUCO MATEMATICO!
È AMICO DI TANTI BIMBI COME VOI E AIUTA TUTTI CON LA MATEMATICA.
CERCHIAMO DI CAPIRE COME FAFÙ RAPPRESENTA I NUMERI.



● SECONDO VOI, IL BRUCO FAFÙ COME FA IL NUMERO 15?

(continua)

FARE LE ADDIZIONI IN MODI DIVERSI 2



25

MATERIALE: bruco, tessere da una e due cifre



ADESSO PROVA A CALCOLARE QUESTE ADDIZIONI,
COME FAFÙ O IN UN ALTRO MODO.

$14 + 12 = \underline{\quad\quad}$

$10 + 15 = \underline{\quad\quad}$

$21 + 11 = \underline{\quad\quad}$

$12 + 13 = \underline{\quad\quad}$

$6 + 23 = \underline{\quad\quad}$

$22 + 12 = \underline{\quad\quad}$

$15 + 14 = \underline{\quad\quad}$

$13 + 16 = \underline{\quad\quad}$

$12 + 12 = \underline{\quad\quad}$

$11 + 20 = \underline{\quad\quad}$

$30 + 0 = \underline{\quad\quad}$

$16 + 11 = \underline{\quad\quad}$

CHE COSA NE PENSI TU?

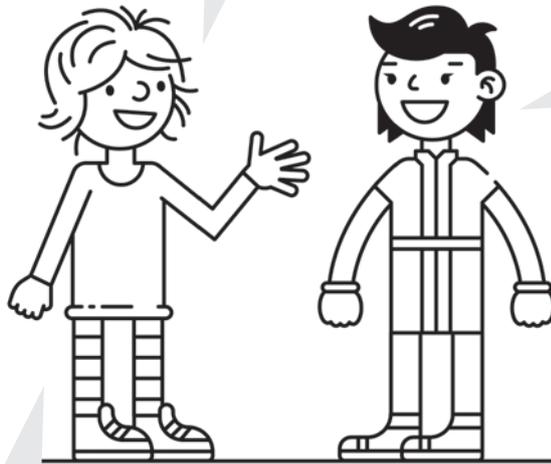


MATERIALE: bruco, tessere da una e due cifre

LILI E RAVI STANNO PENSANDO A COME COMPLETARE L'ADDIZIONE BUCATA $12 + \underline{\quad} = 25$

A ME VIENE DA PENSARE ALLA LINEA DEI NUMERI: QUANTO SERVE PER ANDARE DA 12 A 25? CONTO IN AVANTI E TROVO 13.

IO INVECE IMMAGINO COME FAREBBE FAFÙ: 12 È $10 + 2$, E 25 È $20 + 5$. QUINDI MI SERVE 10 IN UNA BOLLA E 3 NELL'ALTRA, CIOÈ 13, DA SOMMARE A 12 PER FARE 25.



OPPURE PENSO ALLA DIFFERENZA $25 - 12$ CHE FA 13.

🕒 A TE COME VIENE DA COMPLETARE L'ADDIZIONE BUCATA $12 + \underline{\quad} = 25$?

SCRIVI QUI SOTTO A PAROLE COME HAI FATTO.

ADDIZIONI BUCATE



27

MATERIALE: bruco, tessere da una e due cifre



ADESSO PROVA A COMPLETARE QUESTE ADDIZIONI BUCATE. PUOI USARE IL MODO CHE PREFERISCI.

$16 + \underline{\quad\quad} = 19$

$\underline{\quad\quad} + 4 = 14$

$6 + \underline{\quad\quad} = 18$

$\underline{\quad\quad} + 18 = 29$

$\underline{\quad\quad} + 11 = 31$

$14 + \underline{\quad\quad} = 25$

$\underline{\quad\quad} + 5 = 18$

$\underline{\quad\quad} + 12 = 27$

$\underline{\quad\quad} + 11 = 22$

$8 + \underline{\quad\quad} = 28$

$15 + \underline{\quad\quad} = 26$

$\underline{\quad\quad} + 7 = 19$

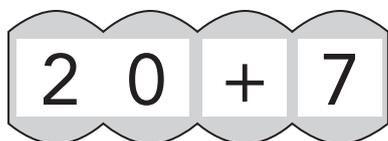


MATERIALE: bruco, tessere da una e due cifre



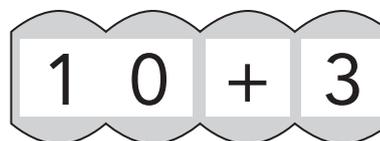
ANCHE QUANDO FAFÙ VUOLE FARE SOTTRAZIONI,
PENSA CON LE BOLLE.
SCOPRIAMO INSIEME COME FA A FARE $27 - 13$!

RAPPRESENTIAMO 27 COSÌ:

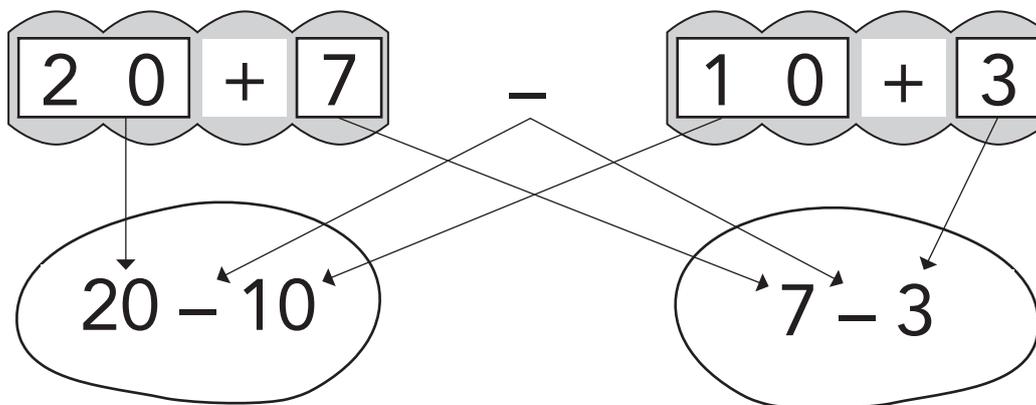


–

RAPPRESENTIAMO 13 COSÌ:



PREPARIAMO LE BOLLE PER LE TESSERE DA DUE E DA UNA CIFRA. FACCIAMO LE SOTTRAZIONI NELLE BOLLE:



LEGGIAMO IL RISULTATO METTENDO INSIEME I NUMERI NELLE BOLLE:

$$27 - 13 \rightarrow \text{10} \quad \text{4} \rightarrow 14$$

QUINDI:

$$27 - 13 = 14$$

FAFÙ E LE SOTTRAZIONI 2



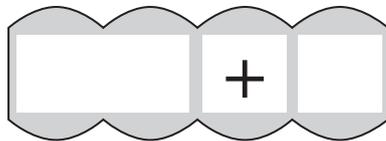
29

MATERIALE: bruco, tessere da una e due cifre



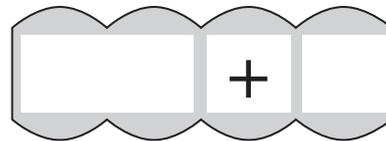
PROVIAMO UN'ALTRA VOLTA A FARE COME FAFÙ.
MI AIUTATE A DIRE AD ALTA VOCE QUELLO CHE FACCIAMO?
L'OPERAZIONE È $27 - 15$.

RAPPRESENTIAMO 27 COSÌ:

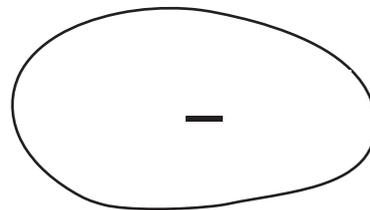
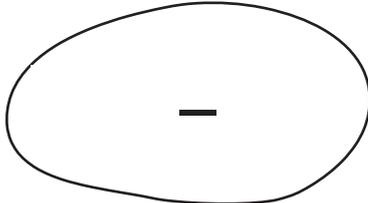


—

RAPPRESENTIAMO 15 COSÌ:



PREPARIAMO LE BOLLE PER LE TESSERE DA DUE E DA UNA CIFRA. FACCIAMO LE SOTTRAZIONI NELLE BOLLE:



LEGGIAMO IL RISULTATO METTENDO INSIEME I NUMERI NELLE BOLLE:

$$27 - 15 \rightarrow \text{ } \text{ } \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$$

QUINDI:

$$27 - 15 = \underline{\hspace{2cm}}$$

FARE ADDIZIONI IN MODI DIVERSI 3



18

MATERIALE: a scelta



COMPLETA QUESTE OPERAZIONI,
USANDO IL MODO CHE PREFERISCI.

$$7 + \underline{\quad\quad} = 81$$

$$\underline{\quad\quad} + 8 = 67$$

$$9 + \underline{\quad\quad} = 58$$

$$13 + \underline{\quad\quad} = 72$$

$$28 + \underline{\quad\quad} = 41$$

$$\underline{\quad\quad} + 10 = 99$$

$$19 + \underline{\quad\quad} = 59$$

$$\underline{\quad\quad} + 38 = 60$$

$$12 + \underline{\quad\quad} = 83$$

$$\underline{\quad\quad} + 40 = 90$$

$$29 + \underline{\quad\quad} = 47$$

$$14 + \underline{\quad\quad} = 63$$

$$\underline{\quad\quad} + 58 = 76$$

$$36 + \underline{\quad\quad} = 91$$

$$\underline{\quad\quad} + 67 = 85$$

$$19 + \underline{\quad\quad} = 88$$

$$\underline{\quad\quad} + 74 = 92$$

$$12 + \underline{\quad\quad} = 90$$

FARE ADDIZIONI IN MODI DIVERSI 4



19

MATERIALE: a scelta



COMPLETA QUESTE OPERAZIONI,
USANDO IL MODO CHE PREFERISCI.

$17 + \underline{\quad\quad} = 22$

$\underline{\quad\quad} + 81 = 91$

$35 + \underline{\quad\quad} = 75$

$7 + \underline{\quad\quad} = 80$

$\underline{\quad\quad} + 9 = 93$

$\underline{\quad\quad} + 34 = 88$

$19 + \underline{\quad\quad} = 76$

$\underline{\quad\quad} + 66 = 97$

$45 + \underline{\quad\quad} = 90$

$\underline{\quad\quad} + 20 = 85$

$9 + \underline{\quad\quad} = 98$

$33 + \underline{\quad\quad} = 79$

$\underline{\quad\quad} + 81 = 96$

$5 + \underline{\quad\quad} = 61$

$\underline{\quad\quad} + 32 = 74$

$13 + \underline{\quad\quad} = 31$

$\underline{\quad\quad} + 57 = 70$

$12 + \underline{\quad\quad} = 62$

FAFÙ E LE SOTTRAZIONI

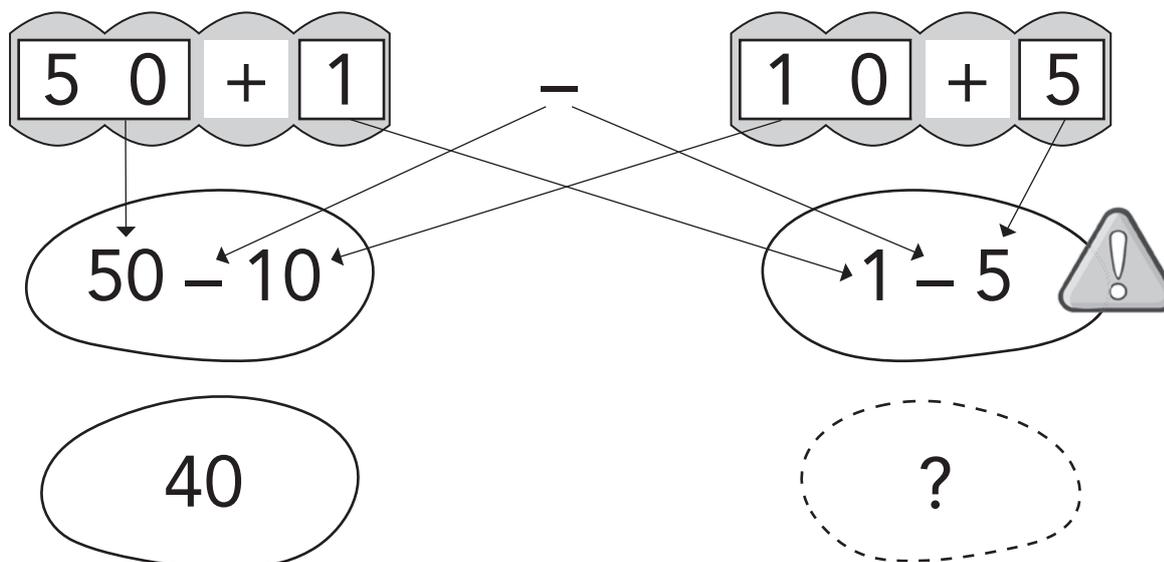


21

MATERIALE: bruco, tessere da una e due cifre



OSSERVA ATTENTAMENTE LA PAGINA E DESCRIVI A PAROLE QUELLO CHE FA IL BRUCO FAFÙ QUANDO CALCOLA LA SOTTRAZIONE $51 - 15$.



30 + 10

30

10 - 4

SPOSTO 10 NELLA BOLLA DELLE UNITÀ PER POTERNE TOGLIERE 4.

RIESCO A TOGLIERE 1 DELLE 5 UNITÀ. ME NE RESTANO DA TOGLIERE 4.



$51 - 15 \rightarrow \text{ } \text{ } \rightarrow 36$

$51 - 15 = 36$

GLI ENIGMI DEL BRUCO 2



42

MATERIALE: bruco, tessere da una e due cifre



METTIAMOCI ALLA PROVA! RISPONDI ALLA DOMANDA, SPIEGA IL RAGIONAMENTO E POI PROVA A PENSARE COME AVREBBE FATTO FAFÙ.

● QUALE NUMERO CORRISPONDE A 14 UNITÀ E 3 DECINE?

A 17

B 143

C 44

● SPIEGA COME HAI RAGIONATO.

● DISEGNA COME POTREBBE FARE IL BRUCO FAFÙ PER RISPONDERE A QUESTA DOMANDA.

Il bruco della matematica Fafù e i numeri fino a 999

In questo capitolo si prosegue il lavoro iniziato nei primi due capitoli, componendo i numeri con tutte le tessere a una cifra, da 0 a 9 (cioè multipli di 1), con quelle a due cifre (da 00 a 90, multipli di 10) e ora anche con quelle a tre cifre (da 000 a 900, multipli di 100). Usiamo lo stesso artefatto bruco Fafù, ma ora nella versione «più lunga» che contiene anche tessere multipli di 100. Da questo capitolo, quindi, useremo anche le tessere a tre cifre (multipli di 100) (figura 3.1).

Questo capitolo è pensato per bambini di classi seconda e terza, che iniziano a operare con numeri a tre cifre. Visto che ci si rivolge a bambini più grandi, le consegne proposte dall'insegnante nelle schede per gli alunni sono in minuscolo, a differenza dei primi due capitoli.

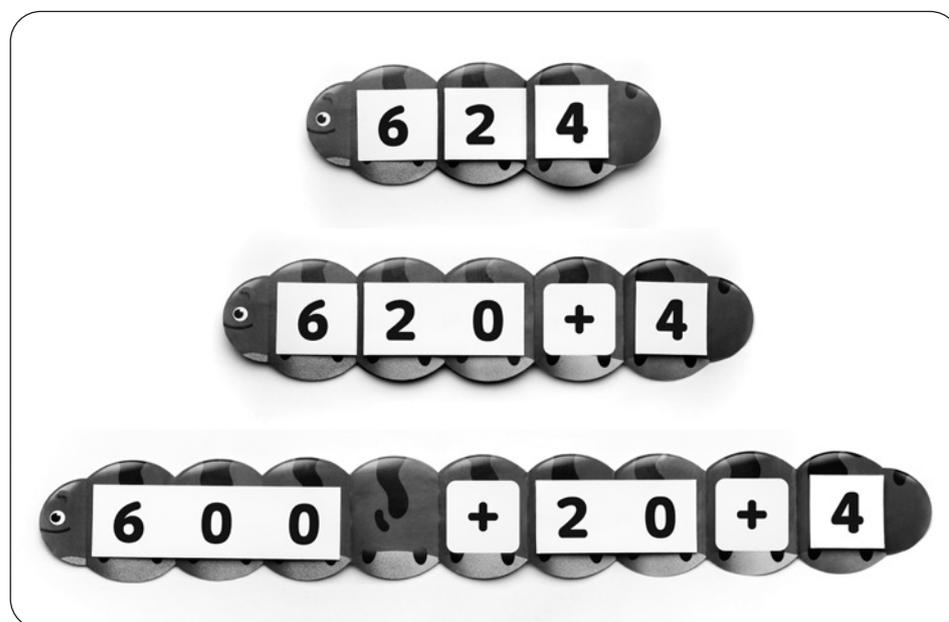


Fig. 3.1 Il bruco «lungo» si «apre» e mostra la scomposizione di 624.

Per quanto riguarda i contenuti, l'impostazione del capitolo segue quella dei capitoli precedenti, proponendo attività simili, ma con numeri a tre cifre.

Il bruco Fafù ora verrà usato per scomporre i numeri, secondo la scomposizione canonica, nella somma di tre numeri: un numero è costituito dalla cifra

delle centinaia moltiplicata per 100 (quindi un multiplo di 100, ovvero un numero moltiplicato per $100 = 10^2$), un numero è costituito dalla cifra delle decine moltiplicata per 10 (quindi un multiplo di 10, ovvero un numero moltiplicato per $10 = 10^1$) e un numero è costituito dalla cifra delle unità moltiplicata per 1 (quindi il numero di unità, ovvero un numero moltiplicato per $1 = 10^0$), come mostrato nell'esempio di figura 3.2 ($123 = 100 + 20 + 3$, e cioè $123 = 1 \times 100 + 2 \times 10 + 3 = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$).

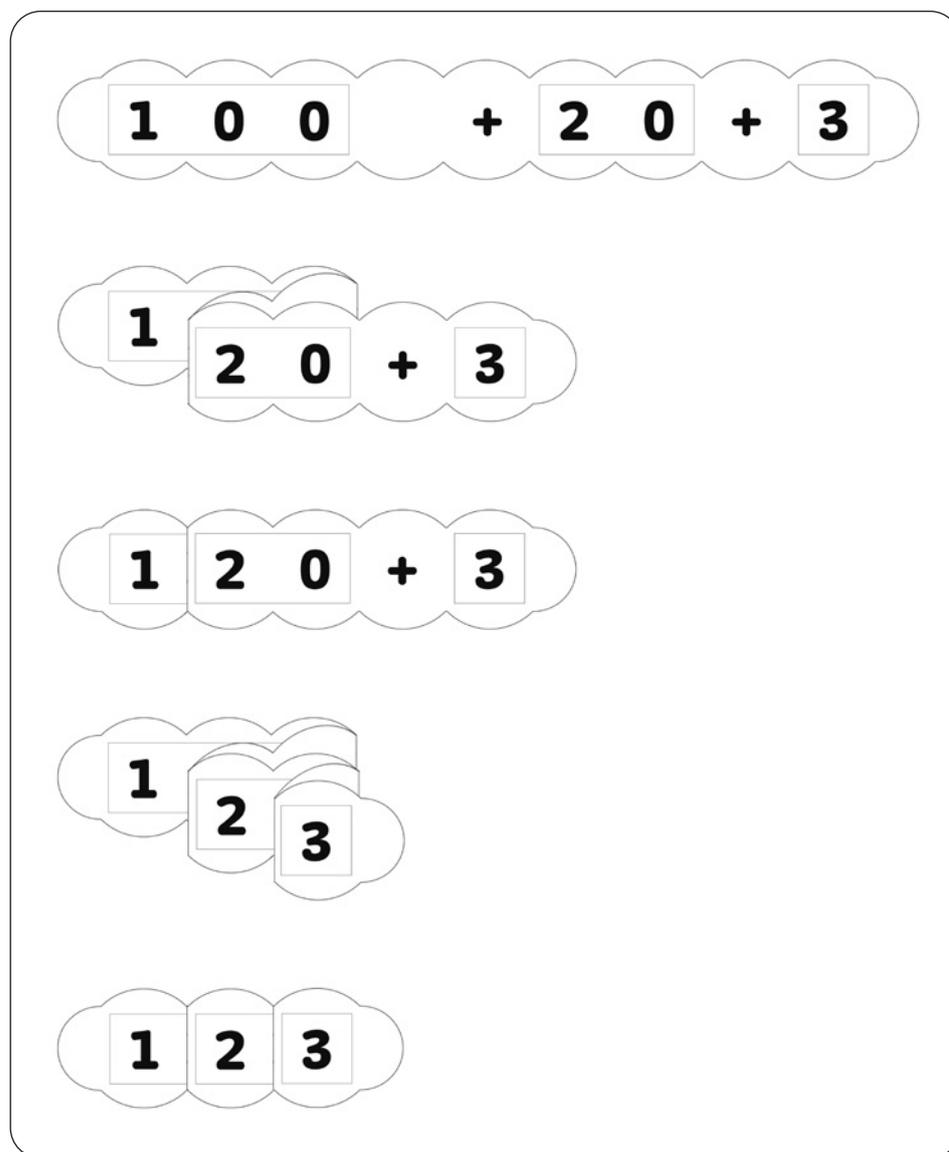


Fig. 3.2 Il bruco aperto e chiuso con il numero 123.

Come nei capitoli precedenti, suggeriamo di fare qualche riflessione sulla relazione delle differenti modalità di scrittura del numero con il bruco chiuso e il bruco aperto. L'importante è cercare di sottolineare come il nome del numero si formi proprio dalla combinazione del nome della tessera a tre cifre, di quello della tessera a due cifre e del nome di quella delle unità. Qui l'attenzione si concentra sui numeri a tre cifre, fino a 999.

Questo capitolo prevede l'uso delle parole «decina/e», «centinaio/a» e la rappresentazione attraverso l'uso dei termini «centinaia, decine e unità» di numeri a tre cifre, accanto alla scomposizione canonica rappresentata dal bruco aperto. La nostra esperta sottolinea la differenza tra la rappresentazione del numero attraverso i termini centinaia, decine e unità e la scomposizione proposta dal bruco.

I CONSIGLI DELL'ESPERTA

Scomposizione dei numeri a due cifre in «centinaia, decine e unità»



I numeri rappresentati con le tessere del bruco lungo vengono scomposti in tre parti, tutte espresse in unità. Ad esempio, quando il bruco piegato mostra «273», aprendolo si legge $200 + 70 + 3$. Le parti del numero sono sempre espresse in unità.

Il linguaggio matematico prevede nomi specifici per indicare il valore delle cifre che compongono un numero. La cifra a destra è quella delle **unità**, mentre quella subito alla sua sinistra è delle **decine** e quella a sinistra delle decine è delle **centinaia**. Per esprimere il numero 273 in centinaia, decine e unità, dico «2 centinaia, 7 decine e 3 unità».

È importante notare che in questo modo, per ogni cifra, viene cambiata l'unità di misura: 2 centinaia si possono anche esprimere come 20 decine o come 200 unità. Lavoreremo per aiutare gli alunni a prendere dimestichezza anche con questa terminologia.

In generale le considerazioni sul lessico che abbiamo già fatto nel capitolo 2, sia con riferimento al bruco Fafù, sia con riferimento alle bolle, valgono anche in questo capitolo.

Ci sono però, quattro novità introdotte in questo capitolo, a cui suggeriamo di fare attenzione:

1. l'uso della strategia per le addizioni a mente che usa Fafù nel caso di *addendi a tre cifre la cui somma delle decine superi il centinaio*;
2. l'uso della strategia per le addizioni a mente che usa Fafù nel caso di *addendi a due cifre la cui somma raggiunga il centinaio*;
3. l'uso della strategia per le sottrazioni a mente che usa Fafù nel caso di sottrazioni che prevedano *l'impossibilità nei naturali di sottrarre le decine del sottraendo da quelle del minuendo*;
4. l'interpretazione degli algoritmi di addizione e sottrazione *in colonna* alla luce delle strategie con le bolle di Fafù.

I punti 1 e 3 sono in perfetta continuità con le strategie introdotte nel capitolo 2. Ci soffermiamo qui ad approfondire i punti 2 e 4.

Per quanto riguarda l'uso della strategia per le addizioni a mente che usa Fafù nel caso di addendi a due cifre la cui somma raggiunga il centinaio, l'attività «Nuove addizioni per Fafù» (scheda 13) mette in luce graficamente la necessità di aggiungere una bolla che prima non c'era: la bolla dei multipli di cento. Infatti, il bruco ha scomposto gli addendi risistemando i numeri multipli di dieci e le unità nelle bolle corrispondenti, ma ora ha bisogno di scomporre il nuovo numero trovato nella bolla di multipli di dieci (nell'esempio 120 viene scomposto in $100 + 20$) e di

passare il 100 nella bolla dei multipli di cento. Allora Fafù crea una nuova bolla, quella dei multipli di cento e passa lì il 100, per lasciare nella bolla dei multipli di dieci solo multipli di dieci minori di cento. Infatti, per arrivare al risultato scritto nella notazione posizionale decimale, il bruco ha bisogno di ordinare le parti di cui è composto il numero in modo tale che: i multipli di cento siano nella loro bolla, i multipli di dieci minori di cento siano nella loro bolla e le unità inferiori a dieci siano nella loro bolla. In questo modo, il bruco ottiene il risultato scritto nella notazione posizionale decimale.

Come sottolineato nelle introduzioni precedenti, è possibile che alcuni bambini preferiscano ancora lavorare con le tessere fisiche anziché svolgere a mente i calcoli come i bruchi. In questo caso, potranno essere costruite una seconda serie di tessere da una, due e tre cifre, secondo le indicazioni dell'Appendice e del video «Tutorial Bruco – PerContare» (<https://youtu.be/0kxIuO403QY>). Tuttavia, quando si incontra il bisogno di comporre o scomporre una decina o un centinaio, l'uso delle tessere fisiche può diventare più impegnativo e suggeriamo di invitare i bambini a diventare agili nel calcolo a mente prima di insistere troppo con queste operazioni che richiedono un maggiore carico cognitivo.

Alla fine di questo capitolo proponiamo due attività di interpretazione degli algoritmi di addizione e sottrazione in colonna alla luce delle strategie con le bolle di Fafù, per legare quanto imparato con Fafù agli algoritmi insegnati di solito alla scuola primaria. Introduciamo queste attività proprio per promuovere la comprensione dei «perché» che motivano i diversi passaggi di questi algoritmi, passaggi che spesso per i bambini non hanno significato.

Infatti, l'insegnamento degli algoritmi in colonna rimane una scelta, non obbligatoria, dell'insegnante, che dovrebbe comunque sempre accompagnare gli alunni alla comprensione dei significati che si celano dietro questa procedura. Il confronto tra strategie differenti potrebbe essere una strada in questa direzione.

Ad esempio, riflettendo sui passaggi dell'algoritmo in colonna alla luce di quello che fa Fafù, ci si accorge che la procedura in colonna porta a sommare unità, decine e centinaia separatamente, gestendole come unità, ma scrivendole «al posto giusto» nel risultato dell'operazione. Nella prima delle due attività «Fafù spiega le addizioni in colonna» (scheda 24) si considera l'addizione $135 + 483$ e si propone appunto un confronto tra l'algoritmo in colonna e la strategia con le bolle di Fafù. L'intenzione è di guidare a riconoscere che, mentre per le unità non vediamo differenza tra eseguire l'algoritmo in colonna e il procedimento di Fafù, nel caso delle decine, il $3 + 8$ dell'algoritmo in colonna corrisponde nel procedimento di Fafù alla somma $30 + 80$ nella bolla dei multipli di dieci e l' $1 + 4$ dell'algoritmo in colonna corrisponde nella strategia di Fafù alla somma nella bolla dei multipli di cento.

Il passaggio delicato della scomposizione dell'11, risultato di $3 + 8$, in «scrivo 1 e (ri)porto 1», corrisponde alla scomposizione che fa Fafù nella bolla delle decine e che porta il «100» a passare nella bolla dei multipli di cento. Così la somma $1 + 1 + 4$ che porta alla scrittura di 6 al posto delle centinaia nel risultato dell'addizione, corrisponde alla somma $100 + 400 + 100$ nella bolla dei multipli di cento di Fafù. Il controllo del significato delle somme in ciascuna colonna, così come del riporto, avviene nelle rispettive bolle. La rappresentazione dei diversi passaggi tramite le bolle offre la possibilità di effettuare tale controllo; l'obiettivo è quello di portare l'allievo a internalizzare tale controllo.

Per quanto riguarda la sottrazione in colonna, l'attività «Fafù spiega le sottrazioni in colonna» (scheda 25) propone l'operazione $528 - 183$. Come per

l'addizione in colonna, il confronto guidato tra l'algoritmo in colonna e la strategia di Fafù dovrebbe far emergere che, nell'algoritmo in colonna, la gestione delle singole cifre nelle colonne corrispondenti al loro valore nella notazione posizionale decimale nasconde la scomposizione canonica dei numeri utilizzata invece da Fafù in maniera trasparente.

Ma c'è un'ulteriore differenza. Nel caso di sottrazioni «impossibili» nei naturali in una delle colonne, come $2 - 8$ nella colonna delle decine nel nostro esempio, i due modi di procedere sono diversi. L'algoritmo in colonna prevede la scomposizione di un centinaio (dal 5 che sta per 500), per «metterlo insieme» alle 2 decine e procedere con la sottrazione $12 - 8$ (che sta per $120 - 80$). Nel caso del bruco, invece, nella bolla dei multipli di dieci si arriva a «risolvere» la sottrazione $20 - 80$ dicendo che «mancano 60» (sottinteso al 20, per poterci sottrarre 80). Per poter trovare il contenuto finale della bolla dei multipli di dieci, Fafù, quindi, sposta 100 dalla bolla dei multipli di 100 e svolge l'operazione $100 - 60$, per ritrovare 40 (che corrisponde al «4» nella colonna delle decine nell'algoritmo in colonna).

Dunque, mentre per l'addizione il confronto può risultare più immediato, la comprensione dei due modi in cui svolgere la sottrazione passa per la differenza fondamentale descritta sopra. In generale, mentre in colonna la scomposizione della decina o del centinaio porta a sottrazioni tra un numero a due cifre e un numero a una cifra, Fafù si riporta sempre a numeri complementari rispetto al 10 (o al 100). In questo senso, oltre che per la gestione della scomposizione, il modo di Fafù può risultare più agevole rispetto all'algoritmo in colonna quando si voglia svolgere calcoli a mente o stime veloci. L'attività «E tu, cosa ne pensi?» (scheda 26) porta gli alunni a riflettere proprio su questa differenza fondamentale.

Alla fine del lavoro proposto nel libro, gli alunni dovrebbero aver preso dimestichezza con la scomposizione canonica di numeri a tre cifre. Per questo, attraverso le attività «Fafù si allunga... 3» (scheda 3) e «Ipotesi sul bruco Fafù 1» (scheda 27) suggeriamo di invitarli a generalizzare le rappresentazioni che hanno imparato a usare, per immaginare come modificare l'artefatto bruco Fafù in modo che possa rappresentare anche numeri più grandi. Ci aspettiamo che, durante una discussione matematica in classe, possa emergere la proposta di allungare Fafù perché possa contenere anche tessere a quattro cifre, con i multipli di 1000 (cioè, nella notazione polinomiale rispetto alle potenze di dieci dei numeri, la cifra delle migliaia moltiplicata per 10^3).

Nelle schede relative all'*allungamento* di Fafù, le bambine e i bambini possono quindi usare questo artefatto per scoprire numeri sempre più grandi. Tutte queste attività possono essere accompagnate anche dall'utilizzo del software del bruco Fafù disponibile sul sito <http://www.percontare.it> nell'area software dedicata.

FAFÙ SI ALLUNGA... 1



1

MATERIALE: bruco lungo, tutte le tessere



Secondo te, quali numeri puoi rappresentare con il nuovo bruco allungato, la tessera **100**, **tutte le tessere da una cifra** (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0) e da **due cifre** (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 00)?

Con il bruco allungato e la tessera 100 posso rappresentare numeri come:

Con il bruco allungato e la tessera 100 posso rappresentare i numeri da ____ a ____

In tutto posso rappresentare _____ numeri, perché

Secondo te, quali numeri puoi rappresentare con il nuovo bruco allungato, la tessera **200**, **tutte le tessere da una cifra** (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0) e da **due cifre** (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 00)?



Con il bruco allungato e la tessera 200 posso rappresentare numeri come:

Con il bruco allungato e la tessera 200 posso rappresentare i numeri da ____ a ____

In tutto posso rappresentare _____ numeri, perché
