

PAOLA ETHEL DEMARCHI

I MIEI ESERCIZI di MATEMATICA

3^a

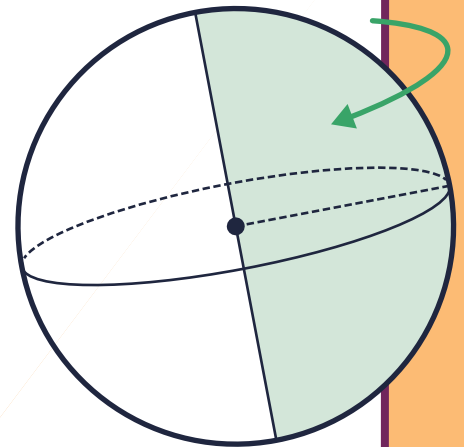
SCUOLA
SECONDARIA DI
1° GRADO

%

$\sqrt[3]{\quad}$

$$\frac{1}{8} \frac{7}{1} \left(+ \frac{3}{4} \right)$$

$$(8b^3 - 5ab)^2$$



$$bc^2$$



Erickson



Finalmente un **Quaderno di Matematica** fatto apposta per noi studenti della **scuola secondaria di primo grado**! Qui sono raccolti **esercizi e problemi** su tutti gli argomenti che affronteremo in classe durante il **terzo anno** scolastico: numeri interi relativi, monomi e polinomi, equazioni di primo grado, attività di statistica e probabilità, problemi di geometria piana e geometria solida e tanto altro!

Hai visto? Ogni argomento è anticipato da una breve e chiara spiegazione, con **esempi e strategie di calcolo** e di risoluzione di problemi! Noi ti accompagneremo durante le attività, dandoti consigli utili e alcuni suggerimenti.



IN QUESTO QUADERNO...

ARITMETICA E ALGEBRA: l'insieme **Z** e l'insieme **Q** (proprietà e operazioni con numeri interi relativi, l'insieme **Q** e notazione scientifica); **monomi e polinomi** (operazioni ed espressioni con monomi e polinomi); **equazioni di primo grado** (equazioni, principi di equivalenza e problemi).

STATISTICA E PROBABILITÀ (popolazioni statistiche; frequenza assoluta, relativa e percentuale; indici di posizione; rappresentazione dei dati; probabilità ed eventi compatibili, incompatibili e complementari; intersezione e unione di due eventi; probabilità di eventi indipendenti e dipendenti).

GEOMETRIA: **geometria nel piano** (circonferenza e cerchio, piano cartesiano); **geometria solida** (prisma, parallelepipedo, cubo, piramide, cilindro, cono e sfera).

E ricorda: se hai qualche dubbio e hai bisogno di ripassare un argomento che non ti è molto chiaro o che non ricordi bene, puoi trovare tutte le informazioni necessarie nel nostro **Tablet delle regole di Matematica!** Grazie alle spiegazioni chiare e semplici di regole, esempi concreti e schemi di sintesi con formule e procedure, lo studio e il ripasso di aritmetica e geometria sono davvero a portata di mano!



I QUADERNI DEL TABLET

Tre quaderni operativi pensati per consolidare e approfondire gli argomenti trattati in classe. Assieme al Tablet delle regole, sono uno strumento immediato e facilmente accessibile per sostenere gli apprendimenti alla scuola secondaria di primo grado.

€ 9,90



9 788859 028178

www.ericson.it

INDICE

INTRODUZIONE p. 3

ARITMETICA E ALGEBRA

L'insieme Z e l'insieme Q

Z: ordinamento e confronto p. 4

Z: addizione e sottrazione di numeri interi relativi p. 5

Z: moltiplicazione e divisione di numeri interi relativi p. 7

Z: potenze di numeri interi relativi e proprietà p. 9

L'insieme Q p. 11

Notazione scientifica p. 14

Monomi e polinomi

Monomi e polinomi p. 15

Addizione algebrica tra monomi p. 17

Moltiplicazione di monomi p. 18

Divisione tra monomi p. 19

Potenze di monomi p. 20

Espressioni con monomi p. 21

Addizione algebrica di polinomi p. 23

Moltiplicazione di polinomi p. 24

I prodotti notevoli p. 25

Espressioni con polinomi p. 29

Equazioni di primo grado

Equazioni di primo grado intere e principi di equivalenza p. 31

Risoluzione di un'equazione di primo grado intera p. 32

Problemi di primo grado p. 34

STATISTICA E PROBABILITÀ

Popolazioni statistiche e caratteri p. 36

Frequenza assoluta, relativa e percentuale p. 37

Indici di posizione: media, moda, mediana p. 40

Campo di variazione p. 42

Rappresentazione dei dati p. 43

Probabilità ed eventi compatibili, incompatibili e complementari p. 48

Intersezione e unione di due eventi p. 50

Probabilità di eventi indipendenti p. 53

Probabilità di eventi dipendenti p. 55

GEOMETRIA

Geometria nel piano

Circonferenza e cerchio p. 57

Piano cartesiano: punti sul piano e distanza tra due punti p. 59

Geometria solida

Volume e unità di misura: equivalenze p. 61

Il prisma: problemi con superfici e volume p. 62

Il parallelepipedo: problemi con superfici e volume p. 64

Il cubo: problemi con superfici e volume p. 67

La piramide: problemi con superfici e volume p. 70

Il cilindro: problemi con superfici e volume p. 73

Il cono: problemi con superfici e volume p. 75

La sfera: problemi con superfici e volume p. 77

INTRODUZIONE

Spesso, la paura di non riuscire a ricordare i concetti e i procedimenti per risolvere gli esercizi e i problemi fa sì che la matematica venga vista come una materia difficile da controllare. La riflessione sui singoli passaggi e anche sugli eventuali errori commessi consente allo studente di consolidare le conoscenze e di elaborare strategie per richiamare alla mente le nozioni e i procedimenti studiati.

I miei esercizi di Matematica supporta lo studente nella risoluzione degli esercizi, proponendo alcune strategie che, interiorizzate gradatamente, gli consentiranno di elaborare autonomamente quelle più adatte al proprio stile di apprendimento.

Nel libro, infatti, lo studente ha la possibilità di sperimentare alcuni strumenti di schematizzazione e facilitazione:

- l'utilizzo di colori diversi associati a concetti distinti e il richiamo degli stessi colori nei differenti passaggi e nella schematizzazione dei procedimenti;
- tabelle e schemi per riassumere i concetti fondamentali necessari per poter risolvere con successo gli esercizi;
- domande guida per aiutare lo studente a ricostruire la logica alla base di ogni procedimento.

Com'è strutturato il quaderno

In ogni unità, un **fumetto** introduce l'argomento e una breve sintesi ricorda i concetti fondamentali, che, eventualmente, possono essere approfonditi nel corrispondente capitolo del volume *Tablet delle regole di Matematica*.



Ricorda che anche nelle espressioni con i monomi devi tenere conto delle precedenze tra le operazioni e delle operazioni contenute nelle parentesi.

Gli esercizi proposti sono inizialmente guidati passo passo, per aiutare a riflettere sui concetti matematici in essi coinvolti e sulle relazioni tra i vari passaggi utilizzati. Procedendo all'interno dell'unità, i passaggi guidati diminuiscono per lasciare allo studente maggiore autonomia nella ricerca della soluzione.

In ogni unità, trovano ampio spazio i **problemi applicati a situazioni concrete**, in modo che gli studenti possano rendersi conto dell'importanza della matematica nell'interpretazione della realtà.

- Una piscina, all'interno di un parco acquatico, ha forma rettangolare, con dimensioni rispettivamente di $3b$ e $9b$ metri. Quanto misura la superficie occupata dalla piscina?

Z: ORDINAMENTO E CONFRONTO



Per ordinare e confrontare due numeri interi relativi a e b , immagina di muoverti sulla linea dei numeri.

	<p>Se, per andare da a a b, ti muovi nel verso della freccia della linea dei numeri, $a < b$. Ad esempio, $-5 < 2$</p>
	<p>Se, per andare da a a b, ti muovi nel verso contrario a quello della freccia della linea dei numeri, $a > b$. Ad esempio, $-3 > -10$</p>

1 Confronta tra loro i numeri delle seguenti coppie.

Numeri	Rappresentazione sulla retta	Confronto tra i due numeri
$-8; -1$		$-8 < -1$
$+2; -6$		$+2 \dots -6$
$-3; -7$		$-3 \dots -7$
$-4; +3$	
$0; -2$	
$+9; -5$	
$-3; -4$		$-3 \dots -4$

2 Ordina i seguenti numeri interi relativi (può esserti di aiuto rappresentare prima i numeri sulla retta).

- $+3; -5; -7; 0; +4; -11; +8$ (in ordine crescente)

$-11 < \dots < \dots < 0 < \dots < \dots < +8$

- $-12; +5; -1; -9; +23; +7; -15$ (in ordine decrescente)

$+23 > \dots$

- $+10; -13; -2; +6; -1; +9; 0; -4; +37$ (in ordine decrescente)

.....

- $-8; +14; -2; +8; +1; -7; -9; +5; -18$ (in ordine crescente)

.....

Z: ADDIZIONE E SOTTRAZIONE DI NUMERI INTERI RELATIVI



Per determinare il segno della **somma** di due numeri interi relativi, puoi immaginare di muoverti sulla linea dei numeri nel verso della freccia. Ma c'è anche un altro modo per capire quale segno dare alla somma di due numeri interi relativi...

- Se i due addendi sono **concordi** (cioè hanno lo stesso segno), la somma ha lo stesso segno degli addendi;
- se gli addendi sono **discordi** (cioè hanno segno diverso), la somma ha il segno dell'addendo più lontano dallo 0 (cioè il numero con valore assoluto maggiore).

1 Esegui le seguenti addizioni di due numeri interi relativi.

Addizione	Concordi o discordi?	Segno della somma	Risultato
$-13 + (+8)$	discordi	È il segno dell'addendo più dallo 0, quindi è $-$ (è il segno di -13)	-5
$+7 + (+12)$	concordi	È il segno degli addendi, quindi 19
$+34 + (-25)$	$+ \dots\dots$
$+71 + (-94)$
$-32 + (-16)$ 48
$-23 + (+40)$

Se devi addizionare più di due numeri interi relativi, puoi addizionarli a due a due, oppure addizionare tra loro i numeri positivi e quelli negativi, per determinare poi il risultato finale.

2 Addiziona i seguenti numeri interi relativi.

A due a due	Positivi e negativi
$(+3 + (-12)) + (+15) + (-17) + (+6) =$ $= (-9 + (+15)) + (-17) + (+6) =$ $= (+6 + (-17)) + (+6) =$ $= (- \dots\dots + (+6)) =$ $= - \dots\dots$	$+3 + (-12) + (+15) + (-17) + (+6) =$ $= (+3 + \dots\dots + \dots\dots) + (-12 - 17) =$ $= + \dots\dots + (- \dots\dots) =$ $= -5$

A due a due	Positivi e negativi
$-14 + (-9) + (+30) + (+5) + (-15) + (-1) =$ $23 + (+30) + (+5) + (-15) + (-1) =$	$-14 + (-9) + (+30) + (+5) + (-15) + (-1) =$ $= (+30 \dots\dots) + (-14 - \dots\dots) =$

E se devi calcolare la **differenza** tra due numeri interi relativi?
Trasformi la sottrazione in un'addizione, che ha come secondo addendo **l'opposto del sottraendo**. Osserva gli esempi:

$$+24 - (+6) = +24 + (-6) = +24 - 6 = +18$$

$$-15 - (-8) = -15 + (+8) = -15 + 8 = -7$$

3 Esegui le seguenti sottrazioni tra numeri interi relativi.

Sottrazione	Trasformazione in addizione	Risultato
$-17 - (-21) =$	$-17 + (+21) = - \dots + \dots =$	+ 4
$+7 - (+68) =$	$+7 + (\dots\dots) = +7 \dots\dots =$
$-16 - (+22) - (-89) =$	$\dots\dots + (- \dots) + (\dots\dots) = -16 \dots\dots =$
$+59 - (+7) - (-31) =$	+ 83
$+163 - (+50) - (-15) =$

4 Risolvi il seguente problema.

- Samantha ha sistemato alcuni cibi in freezer. Per congelarli più in fretta, ha diminuito di 3 °C la temperatura iniziale (che era di - 5 °C). Il giorno successivo, ha aumentato la temperatura di 2 °C. Qual è la temperatura finale all'interno del freezer?

Svolgimento

- Seleziono i dati presenti nel testo del problema:
 - 3 °C:
 - 5 °C: temperatura iniziale
 - 2 °C:
- Ora rifletto sulle operazioni: se faccio diminuire la temperatura, scrivo un'addizione o una sottrazione tra numeri relativi?
- E se faccio aumentare la temperatura?
- Scrivo le operazioni: $-5 \dots (\dots\dots) \dots (\dots\dots) = \dots\dots$

Risposta: la temperatura finale all'interno del freezer è

POPOLAZIONI STATISTICHE E CARATTERI



La **popolazione statistica** è l'insieme degli elementi (chiamati *unità statistiche*) a cui si riferisce l'indagine statistica. Si può considerare solo una parte della popolazione, detta **campione**, scelto in modo da rappresentare l'intera popolazione.

Di una popolazione statistica si possono studiare i caratteri, che possono essere di tipo **qualitativo**, se sono descritti a parole, oppure di tipo **quantitativo**, se sono descritti da numeri.

1 Completa le seguenti tabelle relative a diverse indagini statistiche.

Indagine sul lavoro svolto dai frequentatori di una palestra			
Popolazione statistica	Carattere	Qualitativo	Quantitativo
Frequentatori della palestra	Tipo di lavoro	x	

Indagine sul colore degli occhi degli studenti delle prime dell'istituto			
Popolazione statistica	Carattere	Qualitativo	Quantitativo
.....	Colore degli occhi		

Indagine tra i dipendenti di un supermercato sui km percorsi per recarsi al lavoro			
Popolazione statistica	Carattere	Qualitativo	Quantitativo
.....		x

Indagine tra gli studenti di una classe sulla quantità di acqua bevuta in un giorno			
Popolazione statistica	Carattere	Qualitativo	Quantitativo
.....		

Indagine tra i dipendenti di un'azienda sul numero di figli			
Popolazione statistica	Carattere	Qualitativo	Quantitativo
.....		

Indagine tra i clienti di una panetteria sulla spesa media mensile per l'acquisto di pane			
Popolazione statistica	Carattere	Qualitativo	Quantitativo
.....		

Indagine tra gli studenti di una scuola sulle ore medie giornaliere dedicate allo studio			
Popolazione statistica	Carattere	Qualitativo	Quantitativo
.....		

FREQUENZA ASSOLUTA, RELATIVA E PERCENTUALE



La **frequenza assoluta** di un dato è il numero di volte con cui si presenta tale dato.

La **frequenza relativa** di un dato è il rapporto tra la frequenza assoluta di un dato e il numero totale di unità statistiche.

La frequenza relativa si può anche esprimere in **percentuale**.

Quando si calcolano le frequenze, è utile riassumere in tabelle i dati raccolti.

1 Determina le frequenze assolute, relative e percentuali dei dati raccolti nelle tabelle.

Frutto preferito	Preferenze	F. assoluta	F. relativa	F. percentuale
Arance	30	30	$\frac{30}{120} = \frac{1}{4} = 0,25$	$0,25 = \frac{25}{100} = 25\%$
Kiwi	23	$\frac{23}{120} \approx 0,19$	$0,19 = \frac{\dots\dots}{100} = \dots\dots\%$
Banane	34
Ananas	18	18	$\frac{18}{120} = \frac{3}{20} = 0,15$	$0,15 = \frac{\dots\dots}{100} = \dots\dots\%$
Melone	15
Totale persone intervistate: $30 + 23 + \dots\dots\dots = 120$				

Genere preferito	Preferenze	F. assoluta	F. relativa	F. percentuale
Giallo	45	$\frac{45}{\dots\dots} \approx \dots\dots$
Saggio	20	$\frac{20}{\dots\dots} \approx 0,11$	$0,11 = \frac{\dots\dots}{100} = 11\%$
Romanzo storico	32
Biografia	15
Fantasy	62
Totale persone intervistate:				

Sport preferito	Preferenze	F. assoluta	F. relativa	F. percentuale
Calcio	420
Tennis	350
Ciclismo	370	$\frac{370}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \approx 0,25$	$\dots\dots = \frac{\dots\dots}{100} = \dots\dots\%$
Nuoto	360
Totale persone intervistate:				

Ricava i dati, conoscendo le frequenze.

2 Completa le tabelle con i dati mancanti.

Pasta preferita	Preferenze (Frequenza	Frequenza relativa
Penne lisce	$0,15 = \frac{15}{100}$
Penne rigate	$0,25 = \frac{\dots\dots}{100}$
Fusilli	$0,12 = \frac{\dots\dots}{100}$
Ditalini	$\frac{8}{100} \cdot 400 = 32$	$0,08 = \frac{\dots\dots}{100}$
Gnocchi	$0,20 = \frac{\dots\dots}{100}$
Tortiglioni	$0,05 = \frac{\dots\dots}{100}$
Spaghetti	$0,15 = \frac{\dots\dots}{100}$
Totale persone intervistate = 400		

Colore degli occhi	Frequenza assoluta	Frequenza percentuale
Azzurri	$12\% = \frac{.....}{100}$
Verdi · = 180	$18\% = \frac{.....}{100}$
Marroni	$62\% = \frac{.....}{100}$
Neri	$5\% = \frac{.....}{100}$
Grigi	$3\% = \frac{.....}{100}$
Totale unità statistiche = 1000		

3 Risolvi il seguente problema.

- In una popolazione statistica di 500 studenti, il 30% studia in media 3 ore al giorno, il 50% studia in media 4 ore al giorno, il restante 20% studia in media 1 ora e mezza al giorno. Qual è la frequenza assoluta delle ore medie di studio?

Svolgimento

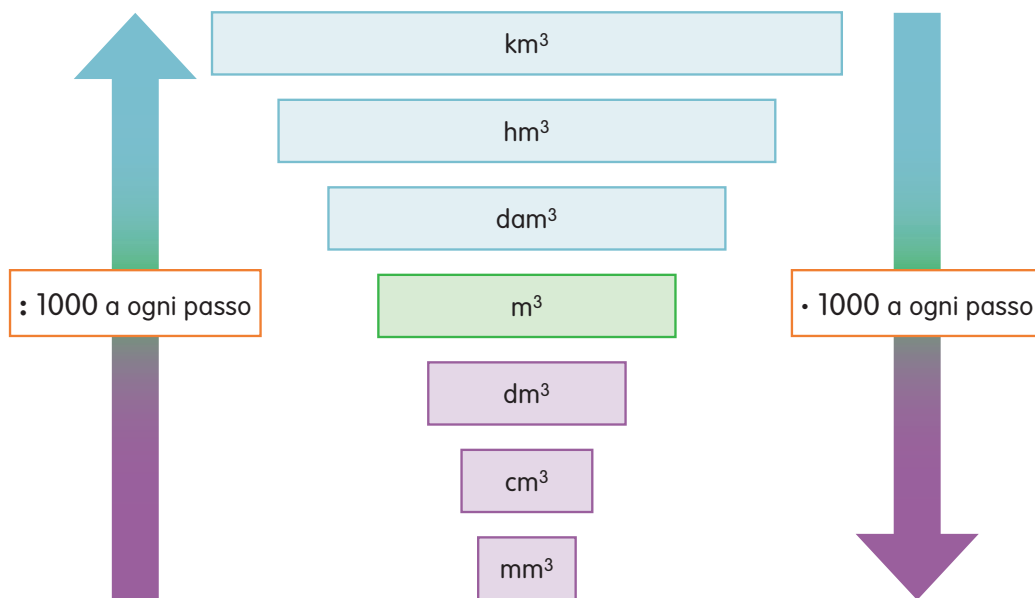
- Quale frequenza conosco delle ore medie di studio? La frequenza
- Come posso ricavare la frequenza assoluta?
-
- Calcolo le frequenze assolute:
-
-
-

Risposta:

VOLUME E UNITÀ DI MISURA: EQUIVALENZE



Nel Sistema Internazionale (SI), l'unità di misura base per il volume è il **metro cubo** (m^3). Anche per i volumi, puoi utilizzare i multipli e i sottomultipli del metro cubo.



Per il volume, puoi anche utilizzare il litro ($1l = 1 dm^3$) e i suoi multipli e sottomultipli.

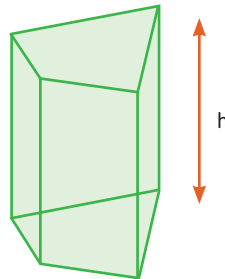
1 Svolgi le seguenti equivalenze, aiutandoti con lo schema.

Equivalenza	Procedimento	Risultato
$3460 m^3 = \dots\dots dam^3$	1 passo verso l'alto: divido per 1000	$3,46 dam^3$
$50 cm^3 = \dots\dots mm^3$... passo verso : per 1000 mm^3
$1860 dm^3 = \dots\dots dam^3$... passi verso : due volte per 1000 dam^3
$35800 m^3 = \dots\dots hm^3$
$0,027 m^3 = \dots\dots dm^3$: multiplico
$80 l = \dots\dots dm^3 = \dots\dots m^3$
$8230 dm^3 = \dots\dots hm^3$
$10000 m^3 = \dots\dots km^3$
$0,0035 dm^3 = \dots\dots mm^3$

IL PRISMA: PROBLEMI CON SUPERFICI E VOLUME



Per determinare le superfici e il volume di un **prisma retto** puoi usare le formule che trovi nello specchietto.



Area
 $A_{\text{lat}} = 2p_{\text{base}} \cdot h$
 $A_{\text{tot}} = 2A_{\text{base}} + A_{\text{lat}}$

Volume
 $V = A_{\text{base}} \cdot h$

1 Determina le superfici laterale e totale e il volume dei seguenti prismi retti, dopo averli disegnati.

- Base del prisma: triangolo isoscele, base 15 cm e altezza 8 cm; altezza del prisma: 34 cm.

Disegno e dati	Svolgimento
	<p>Calcolo il perimetro del triangolo di base, dopo aver trovato i lati mancanti:</p> <p>.....</p> <p>Calcolo l'area di base:</p> <p>Sostituisco i dati trovati nelle formule dell'area laterale e totale:</p> <p>.....</p> <p>Sostituisco i dati trovati nella formula del volume:</p> <p>.....</p>

- Base del prisma: triangolo rettangolo, cateti 10 e 15 cm; altezza del prisma: 40 cm.

Disegno e dati	Svolgimento
	<p>Calcolo il perimetro della base: quale lato manca? Come lo posso determinare?</p> <p>.....</p> <p>Calcolo l'area di base:</p> <p>Sostituisco i dati trovati nelle formule dell'area laterale e totale:</p> <p>.....</p> <p>Sostituisco i dati trovati nella formula del volume:</p> <p>.....</p>

2 Risolvi i seguenti problemi.

- Samuel vuole rivestire con una stoffa colorata il pouf che ha in camera. Il pouf ha la forma di un prisma regolare, con base esagonale di lato 30 cm. L'altezza del pouf è 65 cm. Quanti m² di stoffa sono necessari per rivestire il pouf?

Disegno e dati	Svolgimento
	<p>Per calcolare la stoffa necessaria devo determinare la</p> <p>Determino il perimetro della base:</p> <p>Determino l'area della base. Quali dati mancano?</p> <p>Come posso trovarli?</p> <p>Calcolo l'area della base:</p> <p>Calcolo l'area $\approx 16380 \text{ cm}^2$</p> <p>Trasformo l'area trovata in m²</p>

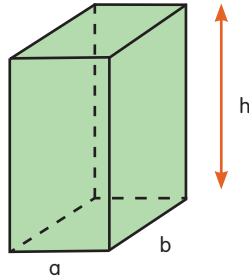
- Per festeggiare un anniversario, un'azienda ha regalato ai propri dipendenti un portamatite da tavolo a forma di prisma, con base un triangolo equilatero di lato 8 cm. Il prisma è alto 14 cm. Qual è il volume del portamatite?

Disegno e dati	Svolgimento
	<p>Qual è la formula per calcolare il volume?</p> <p>Quali dati mancano?</p> <p>Determino l'area della base. Quali dati conosco?</p> <p>Quali dati mancano?</p> <p>Calcolo l'altezza del triangolo equilatero:</p> <p>Calcolo l'area della base:</p> <p>Calcolo il volume del portamatite: $\approx 386,4 \text{ cm}^3$</p>

IL PARALLELEPIPEDO: PROBLEMI CON SUPERFICI E VOLUME



Per determinare le superfici e il volume di un **parallelepipedo rettangolo** puoi usare le formule che trovi nello specchietto.



Area
 $A_{lat} = 2p_{base} \cdot h$
 $A_{tot} = 2A_{base} + A_{lat} = 2 \cdot (ab + ah + bh)$

Volume
 $V = A_{base} \cdot h = a \cdot b \cdot h$

1 Determina le superfici laterale e totale e il volume dei seguenti parallelepipedi rettangoli, dopo averli disegnati.

- Base del parallelepipedo: rettangolo di dimensioni 12 cm e 25 cm; altezza del parallelepipedo: 20 cm.

Disegno e dati	Svolgimento
	<p>Calcolo il perimetro del rettangolo di base: </p> <p>Determino l'area laterale: = 1480 cm²</p> <p>Calcolo l'area totale: • formula: • sostituisco i dati noti:</p> <p>Scrivo la formula del volume:</p> <p>Sostituisco i dati trovati nella formula del volume: = 6000 cm³</p>

Risposta:

- Base del parallelepipedo: rettangolo di dimensioni 6 cm e 13 cm; altezza del parallelepipedo: 40 cm.

Disegno e dati	Svolgimento
	<p>Calcolo il perimetro del rettangolo di base:</p> <p>Determino l'area laterale:</p> <p>Calcolo l'area totale: • formula: • sostituisco i dati noti:</p> <p>Scrivo la formula del volume:</p> <p>Sostituisco i dati trovati nella formula del volume:</p>

Risposta:

2 Risolvi i seguenti problemi.

- Rebecca ha acquistato 5 contenitori di plastica per sistemare gli oggetti per il trasloco. I contenitori sono parallelepipedi rettangoli, con base un rettangolo di dimensioni 60 x 40 cm e sono alti 50 cm. Qual è la capacità totale, espressa in litri, dei 5 contenitori?

Disegno e dati	Svolgimento
	<p>Per determinare la capacità devo calcolare il</p> <p>Scrivo la formula del volume:</p> <p>Calcolo il volume di un contenitore:</p> <p>Calcolo il volume dei 5 contenitori: = 600000 cm³</p> <p>Trasformo il volume trovato in :</p>

Risposta:

- Rachele ha recuperato un vecchio baule dei nonni e lo vuole utilizzare nella sua camera per riporre i libri già letti. Prima di utilizzare il baule, vuole rivestire l'interno con una stoffa colorata. Ha a disposizione 2 m^2 di stoffa inutilizzata, ma non è sicura che sia sufficiente per rivestire l'intero baule. Il baule è un parallelepipedo rettangolo con le seguenti dimensioni: $120 \times 70 \times 60 \text{ cm}$. La stoffa è sufficiente?

Disegno e dati	Svolgimento
	<p>Che cosa devo calcolare per determinare quanta stoffa serve?</p> <p>La totale</p> <p>Quale formula posso utilizzare?</p> <p>.....</p> <p>Determino l'area del parallelepipedo:</p> <p>.....</p> <p>..... = 39600 cm^2</p> <p>Trasformo in m^2:</p> <p>Confronto la superficie di stoffa necessaria con quella che ha a disposizione Rachele:</p> <p>.....</p>

Risposta: