Memocalcolo

Programma per l'apprendimento delle tabelline e di altri fatti aritmetici

Silvana Poli, Adriana Molin,
Daniela Lucangeli e Cesare Cornoldi

MATERIALI
DIDATTICA

Erickson

IL LIBRO

MEMOCALCOLO

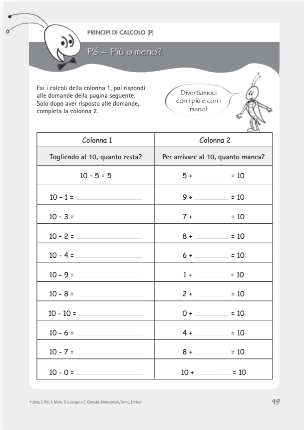
L'apprendimento e l'automatizzazione dei fatti aritmetici, ovvero le operazioni di base che non devono essere calcolate, ma sono già possedute in memoria, hanno un ruolo fondamentale nell'acquisizione delle abilità di calcolo. Il programma «Memocalcolo» è rivolto ai bambini dagli 8 anni in poi che, già introdotti al sistema del calcolo, hanno difficoltà a memorizzare i risultati di semplici operazioni.

> Un eccellente programma per facilitare l'apprendimento delle tabelline (fatti pitagorici), dei fatti additivi e sottrattivi e per l'avvio del calcolo mentale strategico.

Memocalcolo propone validi suggerimenti operativi e metodologici volti a semplificare l'acquisizione dei fatti e a facilitarne la fissazione in memoria, sfruttando le vie fonologiche, visive, analogiche e utilizzando diverse situazioni d'uso.
Ogni scheda di lavoro è accompagnata da una riflessione metacognitiva condotta da 2 personaggi guida già noti ai bambini:

- Pinocchio, in cui l'alunno si può identificare facilmente, poiché presenta le stesse caratteristiche del bambino con difficoltà di calcolo che a volte si stanca e a volte si entusiasma;
- Il Grillo parlante, un amico che fornisce aiuto e consigli all'alunno e che lo guida verso il raggiungimento di un obiettivo ambito.

Il volume rappresenta una risorsa preziosa non solo per gli insegnanti curricolari e di sostegno della primaria e della secondaria di primo grado, gli educatori professionali e i pedagogisti, ma anche per gli psicologi e gli psicoterapeuti.

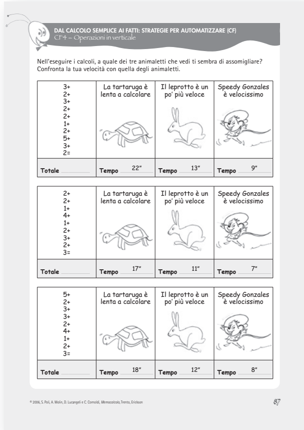


PRINCIPI DI CALCOLO (P)

P6 – Più o meno?

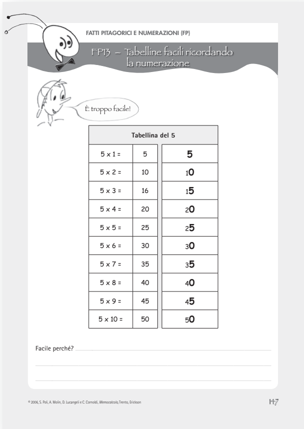
Colonna 1	Colonna 2
Togliendo al 10, quanto resta?	Per arrivare al 10, quanto manca?
10 – 5 = 5	5 + … = 10
10 – 1 =	9 + … = 10
10 – 3 =	7 + … = 10
10 – 2 =	8 + … = 10
10 – 4 =	6 + … = 10
10 – 9 =	1 + … = 10
10 – 8 =	2 + … = 10
10 – 10 =	0 + … = 10
10 – 6 =	4 + … = 10
10 – 7 =	8 + … = 10
10 – 0 =	10 + … = 10

Divertiamoci con i più e con i meno!



DAL CALCOLO SEMPLICE AI FATTI: STRATEGIE PER AUTOMATIZZARE (CF)

Nel fare i calcoli sei lento, veloce o velocissimo?

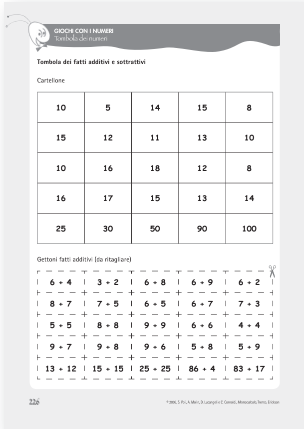


FATTI PITAGORICI E NUMERAZIONI (FP)

Tabelline facili ricordando la numerazione

Tabellina del 5		
5 × 1 =	5	5
5 × 2 =	10	10
5 × 3 =	15	15
5 × 4 =	20	20
5 × 5 =	25	25
5 × 6 =	30	30
5 × 7 =	35	35
5 × 8 =	40	40
5 × 9 =	45	45
5 × 10 =	50	50

Tabelline facili ricordando la numerazione.



GIOCHI CON I NUMERI

Tombola dei fatti additivi e sottrattivi

Cartellone

10	5	14	15	8
15	12	11	13	10
10	16	18	12	8
16	17	15	13	14
25	30	50	90	100

La tombola dei fatti additivi e sottrattivi.

GLI AUTORI

SILVANA POLI
Psicologa, esperta nei problemi dell'apprendimento, docente della Scuola di Specializzazione del Ciclo di Vita, Università di Padova. Fa parte del gruppo MT coordinato dal professor Cornoldi.

ADRIANA MOLIN
Psicologa, perfezionata in Psicopatologia dell'apprendimento, è stata docente della Scuola di specializzazione del Ciclo di Vita presso l'Università degli Studi di Padova.

DANIELA LUCANGELI
Professoressa di Psicologia dello sviluppo, presidente dell'Associazione Nazionale per gli Insegnanti Specializzati (CNIS), autrice di numerosi contributi scientifici nazionali e internazionali.

CESARE CORNOLDI
Professore emerito dell'Università degli Studi di Padova, si occupa dello studio sperimentale dei processi mnestici e delle componenti cognitive, metacognitive e strategiche delle difficoltà di apprendimento.

€ 23,00

9 788879 469388

www.erickson.it

I n d i c e

INTRODUZIONE

I bambini con difficoltà in matematica possono presentare profili molto differenti. Per esempio, alcuni non ricordano o confondono i diversi passi di procedure complesse come quella della moltiplicazione a più cifre o della divisione, altri non sono in grado di incolonnare i numeri, altri ancora faticano a comprendere il valore posizionale delle cifre o entrano in confusione con numeri decimali, percentuali o frazioni. Sicuramente molti bambini mostrano una certa debolezza nel recupero dei fatti aritmetici, come genitori, insegnanti e riabilitatori possono constatare facilmente. Secondo Geary (1996) quest'ultima sembra la caratteristica più comune nelle difficoltà in matematica.

La rilevanza dell'apprendimento e dell'automatizzazione dei fatti aritmetici è suggerita dal ruolo che assumono nell'acquisizione delle abilità di calcolo. In primo luogo, essi rappresentano un filo conduttore comune a molte aree della matematica. La loro non padronanza crea un effetto a «cascata» di impedimento ai molti compiti matematici, cominciando dalle quattro operazioni, le cui procedure devono essere sospese, per arrivare alla soluzione di problemi, nei quali si richiede la conoscenza della matematica di base. In secondo luogo, l'impegno e lo sforzo posti nella soluzione di semplici calcoli sottraggono risorse cognitive e attentive necessarie all'esecuzione del compito principale, sovraccaricando il sistema cognitivo nel suo complesso e impedendo di svolgere il compito con fluidità e accuratezza. Inoltre, poiché i fatti offrono un feedback immediato di competenza o non competenza e rappresentano il primo approccio con la matematica nella vita scolastica del bambino, possono influire sulla fiducia nelle proprie capacità ad apprendere e sull'atteggiamento verso la matematica, il quale potrebbe caratterizzare tutto il percorso di studio.

Per finire, poiché permettono un legame con la vita di tutti i giorni, si costituiscono come un terreno fertile su cui puntare per motivare il bambino ad apprendere, ad assumere un atteggiamento attivo e produttivo. Queste osservazioni e considerazioni, unitamente al fatto che la non acquisizione dei fatti aritmetici potrebbe essere un segnale precoce di difficoltà in matematica, hanno portato alla preparazione del seguente programma, che si pone l'obiettivo di far apprendere i fatti aritmetici e di renderne automatico il processo di recupero al fine di agevolare la soluzione di calcoli, siano essi mentali o scritti.

I fatti aritmetici riguardano l'aritmetica semplice come «3 + 2» o «3 x 4» e sono tali solo quando vi è il recupero immediato (automatico) dalla memoria del risultato richiesto. Possono essere considerati come nodi di riferimento per risolvere con fluidità e correttezza i calcoli più complessi, e sono indispensabili nella vita di tutti i giorni, nell'espletamento di attività di natura economica.

Il programma proposto si basa su un modello di apprendimento costituito da due fasi:

1. attivazione di processi consapevoli per memorizzare i fatti, preferibilmente (ma non necessariamente) di tipo semantico e di ragionamento legati alle conoscenze numeriche e di calcolo;
2. automatizzazione basata sull'esposizione ripetuta nei diversi contesti.

CHE COSA SONO I FATTI ARITMETICI

Supponiamo di essere in una classe terza della scuola primaria e di chiedere a bruciapelo a un gruppo di scolari: «Quanto fa 7 + 4? E 6 + 7?». Avremmo risposte diverse. Alcuni bambini potrebbero rispondere immediatamente, senza pensarci: «Undici e tredici». Altri potrebbero avere bisogno di qualche secondo prima di dare ciascuna delle due risposte; di alcuni di questi potremmo notare l'uso delle dita, di un altro il movimento delle labbra, di un altro ancora l'occhio assorto. Alla fine, però, questi bambini darebbero la risposta giusta per i due quesiti. Infine, un terzo gruppetto di bambini, chi immediatamente, chi anche dopo averci pensato, perverrebbe a una o entrambe le risposte erronee. Questi tre gruppetti si differenziano per il fatto che i primi già conoscono il risultato delle operazioni, i secondi non lo conoscono ma lo sanno calcolare, il terzo gruppo non possiede né l'una né l'altra competenza. È evidente che una buona abilità aritmetica è innanzitutto caratterizzata dalla capacità di produrre risultati esatti e quindi entrambi i primi due gruppetti hanno fornito una prestazione soddisfacente. Tuttavia, dal punto di vista dei cosiddetti «fatti aritmetici», solo il primo gruppetto di allievi possiede una competenza adeguata.

I fatti aritmetici possono essere definiti come i risultati di procedure aritmetiche che non devono essere calcolate, ma sono già posseduti in memoria. In questo senso, essi sono comparabili ad altre nozioni che un individuo ha memorizzato e che immediatamente recupera, quando viene dato l'input necessario. Nella descrizione dell'«architettura» della mente umana, queste conoscenze vengono generalmente ricondotte a un particolare sistema di memoria, detta «Memoria Semantica» (Tulving, 1985), dove vengono conservate informazioni di cui si è consapevoli, per le quali c'è spesso una particolare facilità di accesso ed esplicitazione e di cui si è persa l'associazione con gli specifici episodi della vita in cui esse sono state acquisite. Per descrivere il livello di conoscenza della Memoria Semantica, si preferisce di solito il verbo «sapere» al verbo «ricordare». Noi «sappiamo» che Roma è la capitale d'Italia, che l'oggetto su cui ci sediamo si chiama «seggiola», che il termine inglese per «città» è «town». Ugualmente, quando siamo padroni dei fatti aritmetici, noi sappiamo che «7 + 4 = 11», «8 x 3 = 24». Facessimo riferimento all'esperienza del «ricordare», implicitamente richiameremmo (almeno preferenzialmente) un processo di natura differente che è rallentato, mediato, ricostruttivo e porta alla mente episodi della nostra vita associati a questa informazione.

Per quanto alcune informazioni abbiano un accesso privilegiato alla Memoria Semantica (per esempio il lessico), per molte l'accesso è il risultato di ripetute esposizioni che portano alla sedimentazione della nozione e alla perdita mnestica degli specifici contesti in cui è stata presentata. Possiamo ipotizzare che qualcosa di simile si verifichi per i fatti aritmetici. Essi vengono presentati al bambino in contesti differenti, con ragionamenti o esercizi diversi, in giorni successivi, forse anche in ambienti diversi. Le successive ripetizioni dei fatti aritmetici portano normalmente a una loro fissazione in Memoria Semantica e a un consolidamento tale per cui la loro fruizione raggiunge un elevato livello di «automatizzazione». «Automatizzazione» significa che il recupero è immediato, non richiede sforzo e può avvenire anche quando la mente è prevalentemente impegnata in un'altra attività, per esempio nel monitorare la procedura di un calcolo scritto, nel risolvere un problema, nel decidere se val la pena comprare un certo prodotto.

Il recupero immediato automatico dell'informazione esclude che ad esso sia associato il recupero consapevole dei ragionamenti e delle esperienze in relazione ai quali è stato acquisito e tuttavia ne comporta uno strascico. Infatti, sofisticate ricerche sui tempi di risposta hanno ormai documentato che in una persona competente il recupero dei fatti aritmetici è rapidissimo, ma tuttavia esso non è uguale per tutti i fatti, come dovrebbe accadere se si trattasse di un semplice recupero di elementi con uguale status, ma varia da fatto a fatto, in relazione prevalentemente alla complessità delle operazioni implicate per il loro calcolo. Per esempio, rispondere a 7 x 8 richiede mediamente un tempo superiore a quello richiesto per 2 x 3 (Campbell e Graham, 1985). Questo «problem size effect» è stato documentato sia per la moltiplicazione sia per l'addizione (Ashcraft e Battaglia, 1978) ed è trasversale alle diverse culture (Geary, 1996). In generale, nel caso per esempio dell'addizione, i fatti aritmetici che ottengono le risposte più veloci sono i calcoli che hanno il primo addendo maggiore e i doppi (LeFevre, Shanahan e De Stefano, 2004). Inoltre alcune componenti esecutive, legate alle operazioni di controllo della mente, per esempio relate alla scelta della risposta, possono comunque essere presenti anche in casi di semplici operazioni (Deschuyteneer e Vandierondonck, 2005). Questi dati non cambiano il principio sostanziale per cui tali fatti aritmetici sono comunque automatizzati e recuperati senza fatica, ma offrono suggerimenti illuminanti sulle modalità di acquisizione (e quindi di insegnamento) dei fatti aritmetici e sulla probabilità di errore, in condizioni di particolare precarietà.

Una migliore comprensione della natura dei fatti aritmetici è facilitata dal riferimento a un modello di organizzazione delle conoscenze nella Memoria Semantica (Dehaene e Cohen, 1995). Al di là delle differenziazioni fra i vari modelli, tutti convengono nel ritenere che:

1. le conoscenze non sono semplicemente giustapposte, ma sono organizzate;
2. vi sono conoscenze più immediatamente connesse e altre meno relate;
3. l'attivazione di una conoscenza facilita l'accesso a quelle più vicine;

4. le conoscenze tipicamente si raggruppano in aree di significato e utilizzazione;
5. nuove informazioni si integrano con le conoscenze preesistenti tenendo conto della loro organizzazione.

Non c'è ragione per rifiutare l'ipotesi che anche la conoscenza dei fatti aritmetici segua questi principi. Per esempio, Galfano, Rusconi e Umiltà (2003) hanno mostrato, in individui adulti, che la semplice presentazione di due cifre attivava automaticamente sia il prodotto sia i nodi adiacenti nella rete di conoscenze dei fatti.

Il riferimento ai cinque principi indicati ha l'implicazione che la loro acquisizione è facilitata se è ben organizzata e costituisce un dominio ben identificato, se tiene conto delle possibili connessioni con fatti aritmetici di significato e valore simile e della loro possibile attivazione (non solo come facilitazione, ma anche come disturbo), se fa riferimento alle conoscenze preesistenti. Tali principi richiedono comunque di essere specificati in relazione alla natura dei fatti aritmetici presi in considerazione.

L'attenta analisi dei processi implicati, delle aree cerebrali correlate ai processi cognitivi, dei profili emergenti da specifici disturbi dell'apprendimento matematico suggerisce l'utilità di differenziare vari aspetti dell'apprendimento dei fatti aritmetici, a partire dalle quattro operazioni (Dehaene, 1992). Anche lo sviluppo dei fatti relativi a una operazione, in un contesto riabilitativo, può presentarsi privo di generalizzazione alle altre operazioni (come è stato riscontrato in un programma di insegnamento a un paziente adulto, Domahs, Lochy, Eibl e Delazer, 2004). Tuttavia sono state evidenziate possibili relazioni che hanno suggerito conseguenti sequenze di intervento. In particolare, l'addizione sembra costituire una via di accesso, da un lato, per la sottrazione (che comunque rimarrebbe sempre dipendente dall'addizione), dall'altro per la moltiplicazione. La divisione, non solo per il significato più complesso dell'operazione, ma anche per le procedure, manterrebbe pure nell'esperto un riferimento necessario alla moltiplicazione (LeFevre e Morris, 1999).

Ci sono validi motivi per pensare che, per esempio, sottrazione e addizione implichino rappresentazioni diverse dalla moltiplicazione e che, all'interno di questi gruppi di operazioni, si possano operare ulteriori differenziazioni. In particolare, è stato suggerito che le rappresentazioni spaziali possano concorrere all'acquisizione dell'aritmetica, tanto è vero che bambini con disturbi visuospaziali dell'apprendimento vi incontrano spesso difficoltà (Venneri, Cornoldi e Garuti, 2003) e in particolare dei fatti riguardanti addizione e sottrazione (Cohen e Dehaene, 2000).

Bambini con difficoltà nell'apprendimento dei fatti aritmetici

Per quanto i bambini siano esposti frequentemente ai singoli fatti aritmetici è sorprendente vedere come alcuni di essi non riescano a fissarli in Memoria Semantica. O almeno, è sorprendente se si pensa come bambini piccoli imparino velocemente altre cose, ma lo è meno se si pensa come altre informazioni, per quanto ripetute, possano essere ostiche tanto per un bambino che per un adulto. Certi bambini non riescono a fissarsi in mente le forme di lettere che hanno visto migliaia di volte, formule e nozioni frequentemente ripetute, ecc. Ma anche molti adulti possono avere particolare imbarazzo con informazioni, parole straniere, luoghi cui pure sono stati sovente esposti.

Da questo punto di vista la difficoltà a memorizzare i fatti aritmetici potrebbe essere ricondotta a una più generale difficoltà di formazione di associazioni in memoria (Geary, 1993) e/o di memorizzazione meccanica di sequenze fonologiche. In effetti è possibile che in taluni casi valga questa spiegazione, visto che la stessa difficoltà può essere riscontrata nelle prime fasi dell'apprendimento scolastico nella memorizzazione non solo di fatti aritmetici, ma anche di come si leggono, per esempio, certe sequenze di lettere (parola) senza bisogno di decodificarle una a una. In questo caso, potremmo essere di fronte a un problema specifico per l'area matematica, ma esteso anche all'area della letto-scrittura. Potremmo tuttavia trovare un problema ancora più specifico che riguarda l'area numerica: il bambino in lettura e scrittura, ma anche in aree della conoscenza numerica se la cava, ma è invece in crisi proprio con i fatti aritmetici e con altre aree matematiche nella misura in cui richiedono una buona conoscenza dei fatti aritmetici. In questo secondo caso appare improbabile il semplice riferimento alla memoria fonologica, mentre è probabile che siano implicate competenze specifiche al semplice ragionamento aritmetico sottostante l'acquisizione dei fatti aritmetici.

Robinson, Menchetti e Torgesen hanno osservato come sia possibile distinguere fra bambini che hanno difficoltà sia in lettura sia in matematica (in cui è prevalente il deficit fonologico che ostacola il processo di memorizzazione e di recupero della sequenza) e bambini che hanno difficoltà matematiche più specifiche, ove l'elemento significativo riguarda forme di rappresentazione del numero. A questo proposito gli autori hanno parlato di un concetto molto esteso di «number sense», riferendosi alla «facilità e flessibilità nell'uso dei numeri, alla comprensione del significato dei numeri e alle idee associate coi numeri» (Robinson, Menchetti e Torgesen, 2002, p. 85).

Si possono documentare ulteriori specificità relate all'acquisizione dei fatti numerici. Per esempio, Jordan, Hanich e Kaplan (2003) hanno compiuto una serie di analisi che hanno potuto prescindere anche dal ruolo (importante) del livello intellettivo generale dei bambini in difficoltà, in modo da mettere in luce il ruolo di fattori più specifici. Soffermandosi su bambini che presentavano problemi nell'acquisizione di fatti numerici, questi studiosi hanno potuto vedere che tali problemi persistevano (con scarsi progressi nell'apprendimento) anche se invece per altri aspetti della matematica (purché non si attribuisse importanza alla velocità) si potevano riscontrare gli stessi miglioramenti osservati nei bambini senza difficoltà. Questi bambini continuavano a usare le dita per calcoli semplici a riprova della loro difficoltà di automatizzazione e non sembravano presentare problemi linguistici, mentre sembravano essere più deboli in una serie di prove visuospaziali. Un risultato questo che sembra suggerire come rappresentazioni spaziali possano facilitare l'accesso rapido a fatti additivi e sottrattivi (si veda anche Cohen e Dehaene, 2000).

A fianco di bambini che incontrano problemi quasi specificamente nell'area dei fatti aritmetici ce ne sono altri, più numerosi, che hanno una gamma più ampia di problemi scolastici, ma sui quali indubbiamente incide in maniera penalizzante questa specifica difficoltà.

Assicurare al bambino la conoscenza dei fatti aritmetici

L'insistenza sull'importanza dei fatti aritmetici potrebbe sembrare eccessiva. Si potrebbe obiettare che si tratta di acquisizioni prevalentemente mnemoniche di scarsa rilevanza concettuale. Si potrebbe aggiungere che il loro possesso facilita l'immediatezza, ma riduce la riflessione. Si potrebbe ulteriormente osservare che la loro conoscenza è inutile perché le calcolatrici svolgono con molto maggiore sicurezza i calcoli e — se proprio necessario — una persona può arrivare al fatto, calcolandoselo o facendoci un ragionamento, senza bisogno di recuperarlo in maniera automatica e diretta.

Noi controdeduciamo in questa maniera.

In primo luogo, riteniamo che il mancato possesso dei fatti aritmetici è la cartina di tornasole del mancato possesso dei ragionamenti numerici e aritmetici che stanno alla base delle prime fasi della loro acquisizione. Ripristinare il possesso dei fatti aritmetici significa ridare al bambino quel repertorio di ragionamenti che lo renderà meglio competente nel mondo dei numeri.

In secondo luogo, i fatti aritmetici forniscono quelle basi per la valutazione delle quantità che sono necessarie anche quando si fa ricorso a sistemi esterni, tecnologie e ragionamenti. Per esempio, permettono di anticipare possibili risultati, valutarne la plausibilità, impostare ragionamenti.

In terzo luogo, il possesso dei fatti aritmetici facilita gli altri apprendimenti matematici: calcolo mentale, calcolo scritto, problem solving fanno continui rinvii a fatti aritmetici elementari. Chi non li possiede e deve calcolarseli viene non solo rallentato nell'esecuzione di attività matematiche complesse, ma anche ostacolato dal fatto che parte della sua attenzione deve essere dedicata al calcolo di semplici operazioni. Si pensi a momenti di confusione nell'uso di procedure per complessi calcoli scritti o nel ragionamento richiesto per la soluzione di problemi matematici.

Infine, i fatti aritmetici sono costantemente implicati nella vita quotidiana, in momenti in cui è necessario essere veloci, incisivi, e non è possibile aiutarsi in altro modo: nel valutare un costo, nel ricevere un resto, nello stimare il tempo o la distanza spaziale, ecc.

Strategie generali e specifiche per l'insegnamento dei fatti aritmetici

Le pratiche didattiche e riabilitative hanno più volte affrontato il problema di insegnare fatti aritmetici che la mente del bambino non riusciva a fissare o che la mente dell'adulto aveva perso. In effetti, vi è ampio materiale didattico che riguarda i fatti aritmetici e alcune proposte stimolanti vengono anche dal contesto della riabilitazione della discalculia acquisita. Per esempio, Girelli, Bartha e Delazer (2002) hanno riabilitato un signore di 64 anni (bancario in pensione) di notevoli capacità intellettive che, in seguito a danni neurologici, aveva perso la memoria dei fatti (soprattutto quelli moltiplicativi). Il training si è basato su una ricognizione sistematica dei fatti posseduti e persi e quindi nell'insegnamento di come derivare dal fatto noto quello che era andato perso. Per esempio, il signore non ricordava 2 x 4, ma ricordava 4 x 2 e quindi lo si è stimolato a utilizzare la proprietà commutativa. Oppure non ricordava 3 x 4, ma ricordava 3 x 3 e quindi lo si è stimolato a partire dal dato noto e aggiungere 3. Anche con fatti più complessi si è cercato di operare con fatti più semplici: per esempio per il critico 7 x 8 si è suggerito di pensare a 7 x 10 e quindi togliere 7 x 2. Da un 50% iniziale di risposte corrette, il «paziente» è passato a una totale padronanza dei fatti che rimaneva alta (superiore all'80%) anche dieci settimane dopo la fine del training.

Esiste quindi una serie di proposte interessanti. Alcune di esse hanno insistito sul semplice piano della memorizzazione. Per esempio si è osservato giustamente come l'associazione di un fatto a un'immagine possa rendere più memorabile il fatto, soprattutto se questa immagine ha una valenza «mnemonica» e il bambino ha comunque capacità cognitive limitate che gli rendono difficile seguire il ragionamento aritmetico sottostante. Si è ulteriormente tenuto conto che la memoria, soprattutto quella del bambino, è particolarmente sensibile ad assonanze e rime e quindi si è cercato di far memorizzare al bambino singoli fatti associandoli a filastrocche, parole di suono simile, ecc. Questi metodi tuttavia hanno, a nostro modo di vedere, due difetti: non tengono conto delle caratteristiche e preferenze individuali dei singoli bambini e prescindono totalmente dai ragionamenti sottostanti e dalla possibilità di acquisire e integrare una conoscenza in Memoria Semantica sfruttando le altre conoscenze possedute e la loro organizzazione.

Altre proposte si sono focalizzate sul ragionamento aritmetico. Esistono anche prove sul piano educativo del fatto che il riferimento al significato implicato dai fatti aritmetici ne può migliorare l'apprendimento (Baroody, 1994).

La didattica della matematica ha costruito molti sistemi per indurre nel bambino riflessioni sulle quantità e sulle loro relazioni e rappresentazioni adeguate delle operazioni e dei loro risultati. Per esempio si è fatto ricorso a rappresentazioni visive, tabelle, regoli, ecc. A nostro modo di vedere queste proposte, in sé spesso affascinanti e ricche di riflessione matematica, sono insufficienti se non tengono conto della necessità che i fatti aritmetici siano acquisiti mediante un numero elevato di esposizioni, siano quindi automatizzati e il loro uso consueto debba paradossalmente prescindere, piuttosto che essere accompagnato, da una riflessione consapevole del loro significato.

In un certo senso, noi pensiamo che un percorso ottimale di insegnamento dei fatti aritmetici debba tenere conto di entrambe le indicazioni. In generale, riteniamo che le prime fasi di acquisizione siano facilitate dalla sua associazione a un ragionamento. Il ragionamento dà una logica al fatto, evita che si stabiliscano risposte erronee «parassite» e sfrutta l'organizzazione della Memoria Semantica. Tuttavia a queste prime fasi devono seguirne delle altre di consolidamento dei fatti aritmetici, importanti soprattutto per quei bambini che sanno fornire le risposte corrette, ma lo fanno dovendo ogni volta calcolarsele. Ci sono ragioni per pensare che certi bambini incontrino particolare difficoltà in questa seconda serie di fasi. Per aiutarli, bisogna assicurarsi che le prime fasi siano acquisite in maniera solida e chiara e quindi focalizzarsi sulle seconde fasi sfruttando tutte le possibilità, scolastiche ma anche ludiche, che possono portare all'automatizzazione.

Poiché l'esercizio è spesso noioso e, per chi è in difficoltà, diventa anche sgradevole, un buon lavoro sui fatti aritmetici non può prescindere dai fattori generali che facilitano il lavoro didattico e riabilitativo, quali l'empatia, l'incremento della motivazione, l'interattività e socializzazione, l'elemento ludico.

Nella nostra ottica metacognitiva, raccomandiamo in particolare di fare attenzione ai seguenti aspetti:

– che il bambino comprenda le sue difficoltà e si ponga nella prospettiva di ritenerle superabili e di volerle superare;
– che il bambino comprenda significato e scopi delle attività proposte;
– che il bambino sia attento ai processi che compie la sua mente.

IL PROGRAMMA «MEMOCALCOLO»

Il programma «Memocalcolo» è nato nel seno dell'attività che svolgiamo da numerosi anni presso il Servizio sui disturbi dell'apprendimento dell'Università di Padova. Infatti, anche quando i bambini venivano condotti al nostro Servizio per una valutazione e un aiuto su problemi differenti dal calcolo — quali la lettura o l'attenzione —, ci capitava sovente di riscontrare una mancata padronanza dei fatti aritmetici. In certi casi, trovandoci di fronte a bambini intelligenti e capaci anche di ragionamenti complessi, la cosa ci stupiva e imbarazzava, non comprendendo come semplici fatti aritmetici non fossero stati acquisiti o addirittura fossero stati sviluppati in maniera erronea. Se è vero che in una prima fase della nostra esperienza clinica a questo elemento avevamo assegnato minore importanza e il nostro sforzo era stato orientato sugli obiettivi fondamentali di apprendimento, per i quali eravamo stati consultati, progressivamente — anche in relazione con una maggiore articolazione della richiesta delle famiglie e dei nostri strumenti di valutazione — abbiamo rivolto più attenzione ai fatti aritmetici.

Il programma «Memocalcolo» è stato ideato quindi progressivamente e in concomitanza con la predisposizione di situazioni idonee per bambini in difficoltà. L'idea fondamentale che l'ha guidato è stata, come ricordavamo, quella di favorire in primo luogo la formazione di una rappresentazione aritmetica del fatto e, in secondo luogo, la sua automatizzazione. Contemporaneamente si sono avviate ricerche e riflessioni teoriche sull'argomento. Nel corso del 2003, si è quindi costituito un gruppo di lavoro che ha predisposto un piano organico per il programma e ha cominciato a costruire e sperimentare le singole attività. Nel 2004, un primo gruppo organizzato di attività ha cominciato a essere sperimentato e, nel 2005, si è arrivati al bilancio conclusivo sul materiale.

Fra le sperimentazioni effettuate sui fatti aritmetici possiamo ricordare quelle svolte, per l'elaborazione della loro tesi di laurea, dalle dott.sse Fiorio, Caobelli e Rizzi.

Fiorio (2006) ha svolto un censimento sistematico del grado di padronanza dei fatti moltiplicativi (numero risposte esatte e tempi medi di risposta) in due classi quinte della scuola primaria cui tali fatti erano stati insegnati in maniera diversa. È stato quindi possibile valutare l'effetto del metodo e anche l'effetto dell'ordine dei fattori (se, per esempio, è più facile 8 x 7 oppure 7 x 8).

Al di là di alcune esili differenze fra le due classi, analizzando complessivamente le risposte dei 32 bambini interessati dall'indagine, è stato possibile individuare i fatti moltiplicativi che erano peggio padroneggiati dai bambini, perché comportavano il maggiore numero di errori (questi dati sono stati utilizzati per un dialogo coi bambini in alcune attività del presente programma) o i tempi più lenti di risposta (si veda il quadro complessivo offerto nella tabella 1). Come si può vedere nella tabella 1, le moltiplicazioni più difficili sono 9 x 7 (t. 6.82", correttezza 84%); 9 x 8 (t. 5.47", correttezza 72%) e 7 x 8 (t. 5.02", correttezza 69%).

– organizzare unità di lavoro relative all'acquisizione di fatti additivi/sottrattivi oppure moltiplicativi facendo riferimento alle diverse aree;
– usare un approccio metacognitivo strategico;
– favorire l'apprendimento dei fatti basandosi sul ragionamento aritmetico, su strategie di calcolo e solo in seconda battuta su mnemoniche;
– procedere all'automatizzazione dei fatti attraverso una pluralità di attività (relative alle diverse sezioni del programma);
– motivare alla competenza dominio specifica.

L'operatore/insegnante, quindi, porrà particolare attenzione sia nel predisporre il piano di lavoro sia nell'usare feedback utili a incrementare la motivazione ad apprendere, sottolineando il progresso nell'apprendimento e la velocità di esecuzione, apprezzando il ragionamento attraverso cui il bambino cerca di ancorare il fatto alla memoria e complimentandosi con lui per la correttezza nel recupero. Contemporaneamente, l'operatore farà il possibile affinché non si stabilizzino fatti erronei, ad esempio non evidenziando errori e non fornendo consegne generiche. Un altro principio generale nell'uso del programma è quello di far calcolare a mente in prima battuta e, solo successivamente, far scrivere il risultato. Tale scrittura può essere un'occasione per far ripensare all'operazione appena svolta e al suo risultato, per far riflettere su analogie e principi in via di acquisizione. Ciò che si vuole promuovere è soprattutto il calcolo a mente, con le infinite possibilità di uso flessibile dei fatti aritmetici che implica.

PRESENTAZIONE DEL PROGRAMMA

Il programma è rivolto a bambini dagli 8 anni in poi. È dedicato, in particolare, a quelli che, già introdotti al sistema del calcolo, hanno difficoltà a memorizzare le tabelline e i risultati di semplici operazioni base. In ogni caso, per le sue caratteristiche, si costituisce come base per la facilitazione dell'apprendimento delle tabelline (fatti pitagorici), dei fatti additivi e sottrattivi e per l'avvio del calcolo mentale strategico.

Quindi, il programma è indirizzato in prima istanza a bambini con cadute selettive nel recupero di fatti aritmetici (Temple, 1991) e, secondariamente, a bambini con difficoltà nell'automatizzazione delle abilità di calcolo. Vi compaiono suggerimenti metodologici volti a semplificare l'acquisizione dei fatti e a facilitarne la fissazione in memoria sfruttando le vie fonologiche, visive, analogiche e utilizzando situazioni d'uso molto diverse le une dalle altre.

Il programma si struttura nelle seguenti sezioni:

A – Principi di calcolo (P);
B – Dal calcolo semplice ai fatti: strategie per automatizzare (CF);
C – Fatti additivi e sottrattivi (FAS);
D – Fatti pitagorici e numerazioni (FP);
E – Fatti moltiplicativi (FM);
F – Dai fatti al calcolo (FC);
G – Giochi con i numeri;
H – Attività di consolidamento.

Ciascuna scheda di lavoro è accompagnata da una riflessione metacognitiva condotta da due personaggi guida già noti ai bambini: Pinocchio e il Grillo parlante. In Pinocchio, il bambino si può identificare, in quanto presenta le stesse caratteristiche di bambino con difficoltà di calcolo che a volte si stanca e a volte si entusiasma. Nel Grillo, il bambino può scoprire un «amico» che fornisce aiuto e consigli e lo guida verso il raggiungimento di un obiettivo ambito.

SEZIONE A – Principi di calcolo (P)

Bambini che manifestano difficoltà anche consistenti nel calcolo spesso mostrano una non conoscenza e un'incapacità nell'uso di alcuni principi basilari che permettono di operare sui numeri da un punto di vista quantitativo. Proprio queste constatazioni, oltre alle evidenze offerte dalla letteratura del settore, ci hanno spinto a predisporre la sezione centrata sulle proprietà delle operazioni, sulle caratteristiche dei numeri e su casi particolari delle operazioni. Ricordiamo che lo status dei fatti è diversificato per le diverse operazioni e per l'uso che se ne fa, anche da parte dello stesso soggetto. Ad esempio, per tutti noi può essere più immediato recuperare il fatto 7 x 8 piuttosto che 8 x 7, per rispondere al quale sovente possiamo ricorrere al principio della commutazione. Così, è risaputo che per moltiplicare per 1 e per 0 è necessario passare attraverso la regola. È nostra convinzione, inoltre, che ancorare un fatto al suo ragionamento, offre maggiori opportunità non solo nel recuperarlo in maniera corretta ma anche per evitare il fallimento qualora, per un qualsiasi motivo, non si fosse in grado di accedere alla sua traccia.

La sezione si pone l'obiettivo di far ragionare il bambino sulle proprietà delle operazioni (commutativa e associativa), su operazioni particolari come doppio, metà, metà della metà, che possono configurarsi, se ben apprese nei risultati, come strategie generali e più convenienti rispetto alle procedure, sui casi particolari della moltiplicazione e della divisione, sulle operazioni e il loro rapporto di reciprocità, dove esso possa essere facilmente compreso dal bambino.

Le prime proposte riguardano la proprietà commutativa e partono da situazioni concrete volte a elicitare nel bambino rappresentazioni del principio basate sulla cardinalità. Quindi si va oltre facendo scoprire l'utilità del principio nell'addizione.

Si prosegue illustrando il principio associativo e dissociativo per addizioni e sottrazioni. Nella presentazione del principio, oltre a illustrare una situazione concreta, si fanno osservare al bambino i raggruppamenti a 5 e 10 per l'addizione e gli stessi come punti di riferimento per la sottrazione. Il lavoro sul doppio, sul triplo e quadruplo, viene presentato sia come addizione di addendi uguali, sia come moltiplicazione, facendo inoltre riflettere il bambino su come possono essere utilizzati questi specifici fatti che sembrano avere un particolare status nella nostra memoria. Il lavoro sui doppi, tripli e quadrupli può configurarsi come costruzione della semantica della moltiplicazione. S'introduce la proprietà commutativa nella moltiplicazione, base necessaria per l'apprendimento delle tabelline.

Si è voluto far riflettere il bambino sulle caratteristiche dei numeri pari e dispari, sia come principio base della divisibilità, sia come capacità di comprendere le regolarità del comportamento dei numeri a livello di operazioni aritmetiche.

Come conseguenza del lavoro sui doppi, si è lavorato sul concetto complementare di metà come prima forma di suddivisione, della metà della metà e su casi particolari della divisione come divisione di un numero per se stesso, per 1, per 0, per 10. Lavoro analogo ai casi particolari è stato portato avanti anche per la moltiplicazione.

Infine è previsto un lavoro sulla reversibilità del calcolo attraverso una proposta che fa riflettere sullo scambio dei segni delle operazioni.

SEZIONE B – Dal calcolo semplice ai fatti: strategie per automatizzare (CF)

In questa sezione le attività sono state orientate in modo esplicito e quasi immediato verso semplici calcoli a una cifra, sfruttando la strategia del contatore (+ 1 e -1). Contemporaneamente si pongono le basi per incrementare la velocità nella soluzione di calcoli e la correttezza. Si fa ragionare e riflettere il bambino sui calcoli entro la decina. La strategia del contatore, una volta applicata sulle unità, è estesa per analogia alle decine e alle centinaia, consentendo così al bambino di operare con numeri «alti» che possono motivarlo alla competenza dominio specifica e fargli comprendere la ricorsività della struttura numerica.

Ci si è focalizzati anche sul 5 e sul 10 come punti di riferimento necessari per manipolare le quantità. Ciò consente di avviare a strategie di calcolo basate su raggruppamenti in cui centrale è il concetto di numerosità. Per incentivare l'automatizzazione del calcolo si offrono attività legate alla percezione di velocità, misurando il tempo di esecuzione. Un passo ulteriore verso il calcolo mentale è dato dalla verbalizzazione del solo risultato. Infine, sono proposte alcune attività di togliere e aggiungere come operazioni contrarie che da un lato servono come verifica del calcolo eseguito, perseguendo l'obiettivo della correttezza, e dall'altro dovrebbero incrementare la velocità nell'esecuzione del calcolo e la fluidità nell'uso dei numeri.

SEZIONE C – Fatti additivi e sottrattivi (FAS)

Le attività proposte sviluppano nel bambino una riflessione metacognitiva sulla propria conoscenza numerica, sulla sua competenza rispetto ai fatti additivi e sottrattivi, sui diversi modi per risolvere i calcoli individuati come difficili e sulle scelte personali.

Le schede sviluppano in prima istanza i fatti additivi, successivamente quelli sottrattivi, iniziando da operazioni a una cifra. La metodologia di lavoro è analoga sia per l'addizione che la sottrazione. Pertanto la descrizione che segue si riferisce sia ai fatti additivi che sottrattivi.

Le prime schede introducono l'idea e la diversità tra «sapere» e «calcolare», quindi si chiede al bambino di verificare la conoscenza di fatti aritmetici per individuare quelli già noti e quelli che invece abbisognano ancora di passare attraverso calcolo.

Dopo questa autovalutazione si propone il lavoro effettivo fondato inizialmente su semplici calcoli ancorati a situazioni concrete. Si prosegue lavorando su calcoli che potrebbero essere più difficili. Per ciascuna delle operazioni individuate come difficili sono proposte diverse strategie di calcolo. In generale, tra le strategie presentate alcune utilizzano la scomposizione e l'associazione dei numeri con avvicinamento al risultato per eccesso o per difetto, altre ancorano il risultato a strategie mnestiche su base fonologica o visiva. Le operazioni proposte come «difficili» si basano sulle ricerche condotte dal nostro gruppo. Sarà cura dell'insegnante o dell'operatore lavorare su quelle operazioni che risulteranno «difficili» per il singolo o per la classe.

Infine, si propone un'attività di autovalutazione e ripensamento dei risultati ottenuti rispetto al percorso.

SEZIONE D – Fatti pitagorici e numerazioni (FP)

Come apprendimento preliminare ai fatti moltiplicativi vengono proposte la tavola pitagorica e le numerazioni.

La tavola pitagorica è utilizzata come strategia per l'apprendimento delle tabelline di base; le numerazioni come strategia di aggiramento della difficoltà di molti bambini a imparare le tabelline.

La tabella a doppia entrata della tavola pitagorica permette l'immediata applicazione del principio della commutazione e aiuta il bambino a prendere consapevolezza che, oltre alla tabellina che sta per imparare, ha già imparato qualche risultato delle tabelline che dovrà successivamente apprendere. La rappresentazione grafica e la riflessione metacognitiva fanno emergere, dal punto di vista quantitativo, le tappe del percorso di apprendimento, contribuendo a incentivare il desiderio di imparare e progredire nella competenza aritmetica personale.

Per i bambini che sembrano refrattari all'apprendimento intenzionale e a un addestramento sistematico sulle tabelline, si propone un apprendimento indiretto, almeno all'inizio, per poi procedere con l'approccio già indicato. Attirati dalla filastrocca o dal puzzle, i bambini sono invitati a utilizzare le numerazioni come attività secondaria per arrivare a completare il disegno oppure leggere la filastrocca. Per ogni tabellina, quindi, sono presentati una filastrocca da riordinare e un puzzle da ricostruire. Sono proposte, inoltre, attività di osservazione su come gli altri bambini operano con i fatti moltiplicativi.

L'uso di questa sottosezione deve essere frequente, offerto come momento di relax e divertimento, staccato dal lavoro specifico su fatti pitagorici, ogniqualvolta si opera su fatti moltiplicativi.

SEZIONE E – Fatti moltiplicativi (FM)

Questa sezione persegue gli obiettivi di integrare e consolidare la conoscenza dei fatti moltiplicativi attraverso il ragionamento, le strategie utili per calcolare e ricordare risultati e di rendere più flessibile il processo conoscitivo dei fatti moltiplicativi, a iniziare dalle loro combinazioni.

L'avvio, com'è nostra consuetudine, parte da una riflessione sui fatti moltiplicativi volta a evidenziare le conoscenze possedute, i tempi di esecuzione, la correttezza del recupero, l'importanza di conoscere i fatti. Quindi si prosegue puntualizzando il fatto moltiplicativo del numero moltiplicato per se stesso (6 x 6) attraverso l'associazione tra fatto e rappresentazione visivo-analogica, al fine di ottenere non solo la conoscenza di un risultato, ma anche il suo «senso» dal punto di vista numerico.

Si avanza nel lavoro promuovendo la flessibilità nella conoscenza dei fatti attraverso il passaggio dal risultato alla tabellina. La riflessione su risultati cui corrispondono tabelline diverse consente di affinare e manipolare i numeri e le loro combinazioni. L'obiettivo è quello di costruire una rete di fatti collegati gli uni con gli altri, su cui poggiare il recupero al momento del bisogno.

Un'ulteriore proposta permette di controllare quali siano i fatti moltiplicativi più difficili per il bambino. Una volta individuati tali fatti, si può proseguire con le schede relative alla presentazione delle strategie di calcolo legate al singolo fatto. Sono proposte strategie di avvicinamento al risultato con utilizzo di regole e/o di fatti noti e strategie di recupero del risultato usando associazioni mnestiche su base visiva e/o verbale.

Vogliamo ricordare ancora una volta che le proposte sono numerose proprio perché il bambino possa sceglierne una, quella più adatta alle sue caratteristiche cognitive. Tra l'altro, la scheda *F14* presenta alcune strategie per la memorizzazione (via fonologica e via visiva in associazione) di fatti particolari, alle quali attingere per il caso o i casi in trattamento, personalizzando al massimo l'intervento.

Completa l'area un'attività di autovalutazione che consente un riepilogo del percorso realizzato e la fissazione di una strategia per ricordare (il ragionamento cui associare il risultato).

SEZIONE F – Dai fatti al calcolo (FC)

Questa sezione si pone l'obiettivo di rendere consapevole il bambino del ruolo dei fatti nell'apprendimento matematico. Il fatto aritmetico è presentato come conoscenza strategica da usare in calcoli non semplici, in modo da essere riconosciuto come nodo di riferimento del sistema di calcolo per le diverse operazioni.

Per l'addizione e la sottrazione sono proposte attività volte a far capire e imparare l'uso dei fatti nella composizione e scomposizione dei numeri (numeri da una o più cifre, doppi, raggruppamenti a 5 e 10).

Per la moltiplicazione si presenta un'attività relativa ai fatti moltiplicativi noti (inizialmente il quadrato e poi le altre tabelline) come punto di partenza per moltiplicare numeri oltre la decina. Ad esempio, 13 x 7 si trasforma nel fatto noto 3 x 7 e poi si moltiplica 10 x 7 infine si sommano i risultati delle due moltiplicazioni. Naturalmente è il calcolo a mente a essere direttamente potenziato, sebbene non possa essere dimenticato il fatto che anche il calcolo scritto ne trarrà beneficio. Nell'ambito del trattamento, ci preme sottolineare che il bambino va invogliato a operare sui numeri, a calcolare il più possibile a mente proprio per rendere più celere il lavoro e sfruttare al meglio il tempo a disposizione.

Completa il training un lavoro sulla divisione che utilizza la conoscenza dei fatti moltiplicativi e delle loro combinazioni.

SEZIONE G – Giochi con i numeri

Questa è una sezione particolare, in cui sono indicati alcuni giochi che implicano il calcolo a mente. Sono presentati i giochi del pari e dispari, del domino, dei quadrati, della morra, della tombola nelle diverse sezioni (tabelline, fatti additivi e sottrattivi), del memory, il gioco del 21 e dell'oca.

Anche questa sezione deve essere usata molto spesso, ogni volta che si lavora con il bambino sul programma come momento di divertimento e gioco.

Ovviamente è possibile usare anche altri giochi. In ogni caso, è importante che il bambino sia impegnato in calcoli mentali in maniera indiretta e in un clima di disimpegno nei confronti dell'attività scolastica. Sono anche auspicabili tornei che possano diventare occasione di una piccola festa, alla fine del trattamento.

SEZIONE H – Attività di consolidamento

In questa sezione, vengono proposti degli esercizi per il consolidamento dei fatti aritmetici e per favorire una migliore automatizzazione del recupero diretto dalla memoria. Diversamente dalle sezioni precedenti non verranno proposte strategie o principi guida, ma degli esercizi volti a stabilizzare l'automatismo. Per ciascuna operazione, quindi, in maniera sistematica sono presentate cinque o più attività che l'insegnante/operatore avrà cura di proporre contemporaneamente al lavoro con le altre sezioni.

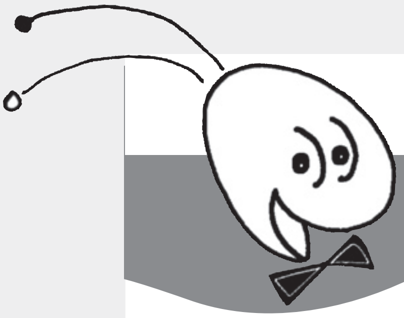
LA PROVA «FATTI»

La prova «FATTI» presentata nella tabella 7 va proposta all'inizio del lavoro sul programma e alla fine per esaminarne gli effetti. Come si è visto anche dalla esemplificazione col caso, essa può essere accompagnata con altre valutazioni e con la prova del test AC-MT (Cornoldi, Lucangeli e Bellina, 2002). Si faccia però attenzione perché la prova «FATTI» richiede un uso specifico e ha introdotto una delimitazione più rigida, essenziale nello spirito del programma, per stabilire entro quanto tempo si può considerare che il recupero riguardi effettivamente una nozione posseduta e non calcolata. Questo limite è stato posto a 3 secondi e non va oltrepassato, altrimenti c'è il rischio che un bambino, che non possiede il fatto ma possiede buone strategie, compia un rapido calcolo.

La prova va somministrata individualmente, spiegandone al bambino il senso, che implica, come già anticipato, una risposta rapida. Per dare ulteriormente questa impressione al bambino, non appena superato il limite di tempo, si passerà a proporgli l'item successivo. Se nel frattempo avrà dato una risposta tardiva, gli si ricorderà che la sua risposta non può essere considerata perché ha superato il limite di tempo.

Nella somministrazione si procede dunque rapidamente senza fare commenti o dire: «Giusto», «Sbagliato», se non con qualche eccezione che possa essere necessaria per mantenere l'attenzione e la motivazione del bambino.

La prova «FATTI» è prevista solo a partire dalla classe terza della scuola primaria, mentre per la seconda si potrà procedere con una valutazione più infor-

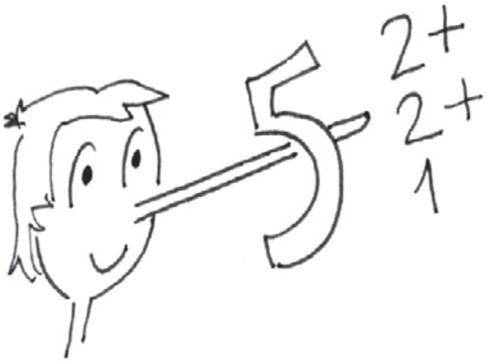


P6 – Più o meno?

Fai i calcoli della colonna 1, poi rispondi alle domande della pagina seguente. Solo dopo aver risposto alle domande, completa la colonna 2.

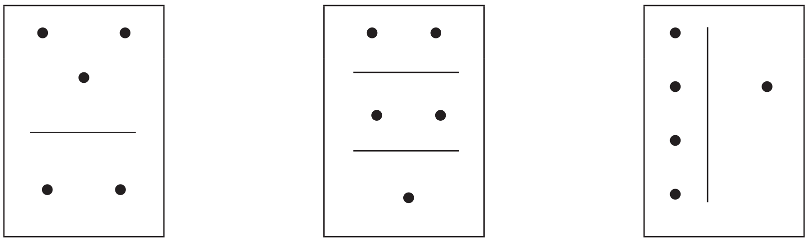
Colonna 1	Colonna 2
Togliendo al 10, quanto resta?	Per arrivare al 10, quanto manca?
10 - 5 = 5	5 + ... = 10
10 - 1 = ...	9 + ... = 10
10 - 3 = ...	7 + ... = 10
10 - 2 = ...	8 + ... = 10
10 - 4 = ...	6 + ... = 10
10 - 9 = ...	1 + ... = 10
10 - 8 = ...	2 + ... = 10
10 - 10 = ...	0 + ... = 10
10 - 6 = ...	4 + ... = 10
10 - 7 = ...	8 + ... = 10
10 - 0 = ...	10 + ... = 10

CF3 – Il numero cinque



Pinocchio si diverte a giocare con il numero **5**.
Come potrebbe dividerlo?

così **o così** **oppure così**



Pinocchio osserva che il 5 è un numero un po' «sbilanciato». Infatti, se viene diviso in due parti, una risulta maggiore dell'altra.

Gioca con le dita a costruire il 5

Trova tutte le combinazioni possibili per costruire il cinque.

Esempio: (3 + 2) (2 + 3) (2 + 2 + 1)

Ora, usa entrambe le mani per trovare le combinazioni il cui resto sia cinque.

Esempio: (8 – 3) (7 – 2) (10 – 3 – 1 – 1)

Trascrivi le operazioni che hai trovato.

....

....

Sommare e togliere cinque

Pinocchio continua a lavorare volentieri, sente che sta cominciando a essere veloce e immagina quanto saranno contenti i suoi amici quando lo scopriranno.

Lavora con Pinocchio sommando più volte la quantità cinque. Osserva anche l'ultima cifra dei risultati che è 5 oppure ....

5 + 5 = 10

10 + 5 = 15

15 + 5 = 20

20 + 5 = 25

....

....

....

Fino a che numero sei stato capace di arrivare? ....

Ora sottrai più volte la quantità cinque e osserva l'ultima cifra dei risultati che è .... oppure ....

50 - 5 = 45

45 - 5 = 40

40 - 5 = 35

35 - 5 =

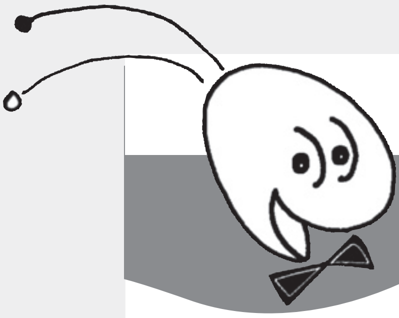
....

....

....

Quando si sottrae, l'ultima cifra del risultato si comporta come quando si addiziona?

....



CF4 – Operazioni in verticale

Pinocchio si diverte a usare la quantità 5 quando deve fare delle lunghe operazioni in verticale.

CALCOLO COLONNA 1

Cerchia anche tu con una matita i numeri che raggruppati insieme danno come risultato 5. Fai la somma dei numeri della prima colonna. Segna anche il tempo impiegato a eseguire questo calcolo.

CALCOLO COLONNA 2

Prova a fare i calcoli della seconda colonna nella tua *solita maniera* e segna anche questa volta il risultato e il tempo.

CALCOLO COLONNA 3

Confronta i due tempi e, nella terza colonna, per eseguire i calcoli scegli il sistema che ti ha permesso di essere più veloce.

Esempio

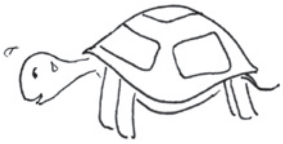
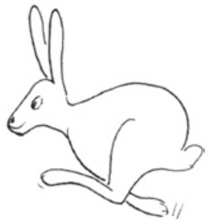
2 +
2 + → 5 +
1 +

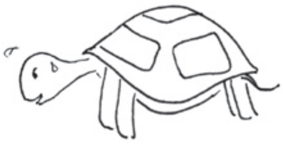
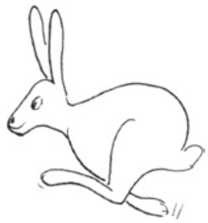
4 + → 5
1 =

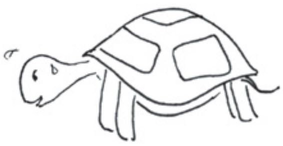
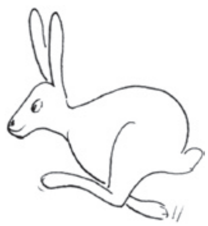
Totale = 10

Colonna 1	Colonna 2	Colonna 3
3+ 2+ 2+ 1+ 2+ 3+ 2+ 4+ 1+ 1+ 1+ 3=	1+ 1+ 3+ 5+ 1+ 4+ 1+ 1+ 1+ 2+ 0+ 5=	2+ 3+ 1+ 2+ 1+ 1+ 4+ 1+ 5+ 3+ 1+ 1=
Totale .... Tempo	Totale .... Tempo	Totale ....

Nell'eseguire i calcoli, a quale dei tre animaletti che vedi ti sembra di assomigliare? Confronta la tua velocità con quella degli animaletti.

3+ 2+ 3+ 2+ 2+ 1+ 2+ 5+ 3+ 2=	La tartaruga è lenta a calcolare 	Il leprotto è un po' più veloce 	Speedy Gonzales è velocissimo 
Totale	**Tempo** 22″	**Tempo** 13″	**Tempo** 9″

2+ 2+ 1+ 4+ 1+ 2+ 3+ 2+ 3=	La tartaruga è lenta a calcolare 	Il leprotto è un po' più veloce 	Speedy Gonzales è velocissimo 
Totale	**Tempo** 17″	**Tempo** 11″	**Tempo** 7″

5+ 2+ 3+ 3+ 2+ 4+ 1+ 2+ 3=	La tartaruga è lenta a calcolare 	Il leprotto è un po' più veloce 	Speedy Gonzales è velocissimo 
Totale	**Tempo** 18″	**Tempo** 12″	**Tempo** 8″

FP17 – Puzzle del 4

Fai una fotocopia di questa pagina e ritaglia i rettangoli lungo il tratteggio. Incolla poi i tasselli del puzzle nel corretto ordine, cioè seguendo la numerazione per **quattro**. Se la numerazione sarà corretta, scoprirai chi è il nostro personaggio misterioso.

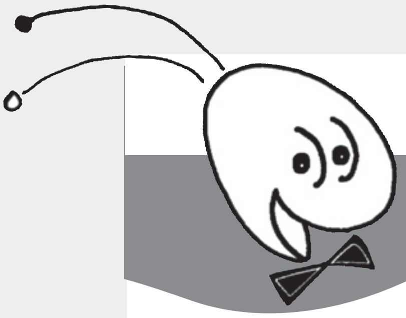
La filastrocca del quattro

Un piccolo sforzo per la numerazione del **4**. Ti suggeriamo di procedere ancora a piccoli passi. Inizia con l'ordinare la numerazione. Una volta ritagliate le parti, scoprirai la filastrocca. Riordinala più volte, ripetendo a voce alta la numerazione del quattro.

I PICCOLI PASSI	LA NUMERAZIONE DEL 4	TESTO
	36	I ladri scantonano per la paura
	28	L'ho visto: è il vigile notturno
	40	La città dorme più sicura
1	4	Filastrocca a voce bassa
	20	O è l'omino dei numeri al lotto?
	24	È un signore col mal di denti
2	8	Chi di notte passa e ripassa
	16	Perché ha sentito una foglia stormire
	32	Che fa la ronda taciturno
	12	È il principe e non può dormire

In questo caso, numerazione del 4, ricordi di più i numeri o la filastrocca?

....



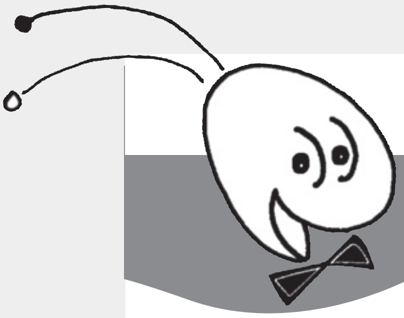
Tombola dei numeri

La Tombola dei numeri

Si esegue con un numero variabile di giocatori, cui vengono distribuite delle cartelle, che contengono risultati di tabelline stampati su tre file. A un giocatore, generalmente estratto a sorte, viene affidato il compito di tenere il cartellone che contiene tutti i risultati della tavola pitagorica, e di estrarre le corrispondenti tabelline (es. 3 x 4) su piccole pedine di cartone, da un apposito sacchetto. I risultati della tabellina estratta vengono segnati sulle cartelle a mezzo di gettoni o dischetti di vario materiale (tradizionali sono i fagioli). Le vincite riguardano l'ambo (due numeri su una stessa fila), il terno (tre numeri), la quaterna (quattro numeri), la cinquina (cinque numeri) e la tombola (quando tutta la cartella è stata completata) e sono proporzionate al tipo di combinazione e al totale della posta in premio.

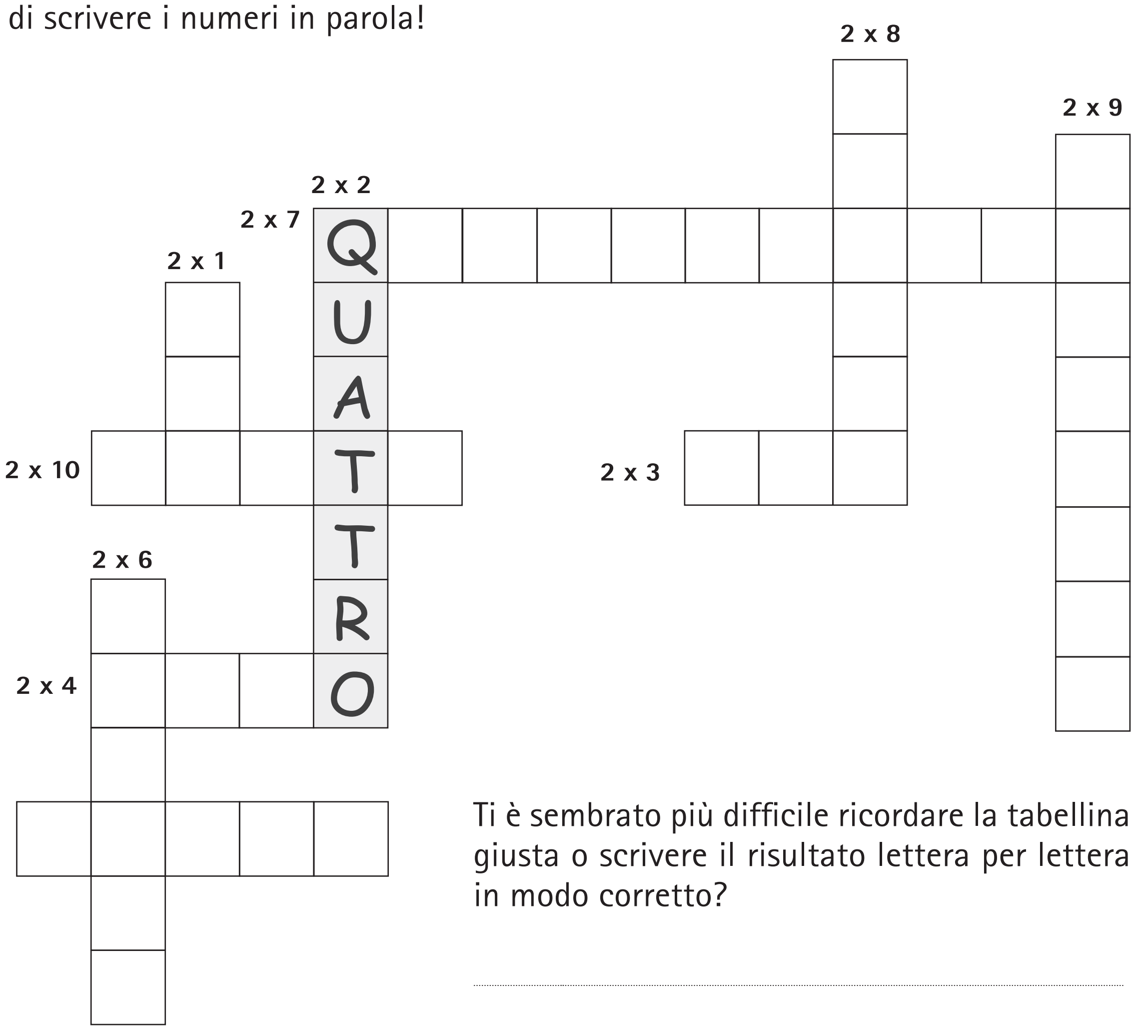
Cartellone

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100



Crucitab (TABELLINA DEL 2)

Completa scrivendo il risultato in lettere nelle caselle.
Ricorda di scrivere i numeri in parola!



Ti è sembrato più difficile ricordare la tabellina giusta o scrivere il risultato lettera per lettera in modo corretto?

ATTIVITÀ DI CONSOLIDAMENTO

Autovalutazione

Ti pare di conoscere bene la tabellina del 6?
Colora il disegno corrispondente alla tua preparazione e, se necessario, scrivi sotto alcuni consigli utili per migliorare.

Buono

Sufficiente

Da migliorare

Consigli utili per migliorare

....

....

....

....

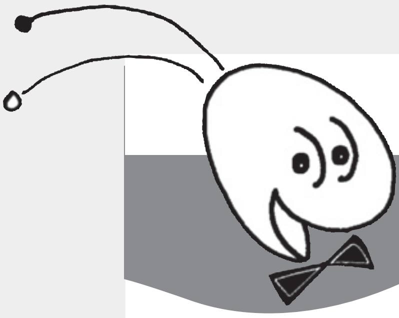
....

....

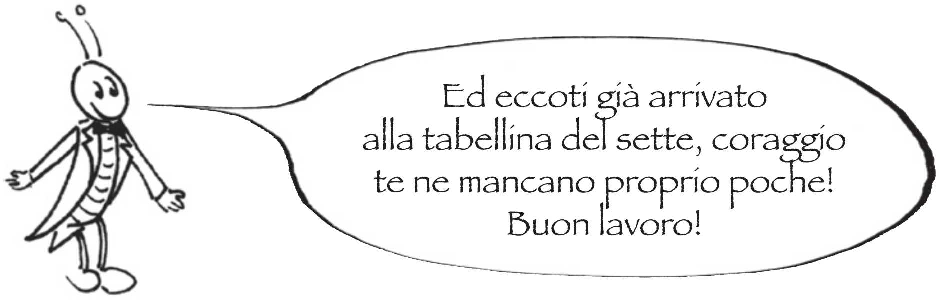
....

....

....



Il bersaglio (TABELLINA DEL 7)



Scegli l'alternativa corretta.

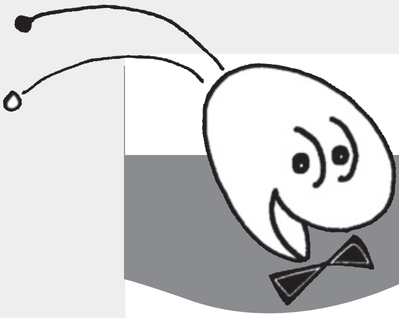
7 x 5 = 35 ☐ 25 ☐ 30 ☐	7 x 9 = 69 ☐ 59 ☐ 63 ☐	7 x 3 = 23 ☐ 24 ☐ 21 ☐
7 x 4 = 44 ☐ 24 ☐ 28 ☐	7 x 10 = 72 ☐ 63 ☐ 70 ☐	7 x 8 = 54 ☐ 56 ☐ 48 ☐
7 x 7 = 47 ☐ 59 ☐ 49 ☐	7 x 2 = 12 ☐ 16 ☐ 14 ☐	7 x 6 = 46 ☐ 42 ☐ 36 ☐

Rifletti! Evidenzia le risposte che fai più fatica a ricordare e cerca una strategia per ognuna che ti aiuti a non sbagliare più!

....

....

....



Collegamenti (TABELLINA DEL 7)

Collega l'operazione al risultato corretto (ti consigliamo di usare la matita in modo da poter correggere facilmente):

7 x 5 =	49
7 x 10 =	42
7 x 3 =	56
7 x 1 =	35
7 x 8 =	21
7 x 4 =	0
7 x 2 =	28
7 x 0 =	14
7 x 6 =	63
7 x 7 =	70
7 x 9 =	7