

Geometria piana per la scuola secondaria di primo grado

Dall'esperienza all'astrazione

Maddalena Braccesi

MATERIALI
DIDATTICA



Erickson

IL LIBRO

GEOMETRIA PIANA PER LA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO

Il volume propone un percorso strutturato in quattro capitoli, pensato per introdurre e sviluppare concetti fondamentali di geometria in modo laboratoriale, attraverso attività pratiche, costruzioni, giochi e riflessioni guidate.

Percorsi graduati che intrecciano
geometria, manualità e riflessione;
strumenti concreti, flessibili
e immediatamente applicabili in classe.

I capitoli sono così articolati:

- Capitolo 1 – Angoli, triangoli e altri poligoni: per scoprire le caratteristiche e le proprietà delle principali figure piane, con particolare attenzione al linguaggio specifico.
- Capitolo 2 – Specchi, mosaici e fregi: percorsi dedicati allo studio delle trasformazioni isometriche, per sviluppare abilità di visualizzazione e di formalizzazione, lasciando spazio alla creatività.
- Capitolo 3 – Area e perimetro: ottimizzazione di superfici e contorni, Teorema di Pitagora, puzzle geometrici (Tangram e Stomachion), introduzione al numero π .
- Capitolo 4 – Fogli, rapporti e similitudini: esperienze con i fogli formato A_n , costruzione di rettangoli aurei e argentei, per esplorare i rapporti proporzionali e la similitudine.

Per imparare la
geometria in modo
attivo, a partire da
esperienze e attività,
sviluppando curiosità
e gusto per la scoperta.

Percorso 1: LA SOMMA DEGLI ANGOLI ESTERNI DI UN POLIGONO

ATTIVITÀ 1

MATERIALI: > Scherzi

MODALITÀ DI LAVORO: > Attività individuale

TEMPI: > 1 ora

DESCRIZIONE

A conclusione del percorso, l'esperienza si sposta dagli angoli interni agli angoli esterni dei poligoni. Mentre è comune conoscere la somma degli angoli interni di un poligono (uguale al doppio del numero dei suoi lati), la somma degli angoli esterni ha un valore costante.

Alcuni esempi: riguardo ai raggi massimi guida nella scoperta di questa proprietà.

Come premessa, ti opporranno spesso che per ciascun angolo interno, ad esempio x , è possibile trovare un angolo esterno y tale che $x + y = 180^\circ$. Ma sono uguali tra di loro in questo entroto, sommati longitudinalmente ad un angolo piatto.

Per somma degli angoli esterni si intende la somma di tutti gli angoli esterni interno proiettato (tutti i cui vertici sono esterni, unico eccezione) (vedi figura $x + y + z$).

200 ■ © 2022, M. Braccesi, Geometria piana per le scuole secondarie di primo grado, Erickson, Bressana Bottarone.

Percorso 1: VALORI APPROXIMATI

ATTIVITÀ 2

Caso 1: raggio inscritto e quadrato circoscritto

Raggio della circonferenza: $r = 10$ cm
Lato del quadrato: $a = 10\sqrt{2}$ cm
Perimetro: $P = 40$ cm
Aree: $A_{quad} = 200$ cm 2
 $A_{circo} = 314$ cm 2
 $\pi = 3,14$

Caso 2: Esagono inscritto ed esagono circoscritto

Raggio della circonferenza: $r = 10$ cm
Lato dell'esagono inscritto: $a = 10\sqrt{3}$ cm
Perimetro: $P = 60\sqrt{3}$ cm
Aree: $A_{esagono} = 300$ cm 2
 $A_{circo} = 314$ cm 2
 $\pi = 3,14$

201 ■ © 2022, M. Braccesi, Geometria piana per le scuole secondarie di primo grado, Erickson, Bressana Bottarone.

Polygoni: relazioni tra angoli

Valore approssimato di π –
esagono inscritto e quadrato
circoscritto alla circonferenza

L'AUTRICE

MADDALENA BRACCESI

Laureata in Matematica, abilitata all'insegnamento nel I e nel II grado, è docente di ruolo dal 2000. Collabora con la Direzione Istruzione e Formazione della Provincia autonoma di Bolzano nella formazione del personale docente e nella produzione di materiali didattici, progettando workshop per bambini, ragazzi e adulti. Al suo attivo ha diverse pubblicazioni, sia di impostazione didattica sia scientifica. I suoi principali ambiti di interesse sono la didattica laboratoriale e la didattica inclusiva.

€ 21,00



9 1788859 044857

www.erickson.it

INDICE

- 9** Introduzione
- 10** Bibliografia
- 11** Cap. 1 Angoli, triangoli e altri poligoni
- 13** Percorso **1A** Verso lo studio delle figure piane
- 15** Attività 1 Facce di poliedri
- 20** Attività 2 Solidi *pull-up*
- 29** Attività 3 Esami e sviluppi del cubo
- 32** Attività 4 Sezioni piane di solidi
- 36** Percorso **1B** Poligoni: relazioni tra angoli
- 37** Attività 1 Angoli, unità di misura e strumenti per la stima
- 42** Attività 2 La somma degli angoli interni di un triangolo
- 46** Attività 3 La somma degli angoli interni di un poligono
- 52** Attività 4 La somma degli angoli esterni di un poligono
- 55** Percorso **1C** Poligoni: relazioni tra lati e altri segmenti
- 56** Attività 1 La diseguaglianza triangolare
- 62** Attività 2 Numero di lati e numero di diagonali
- 65** Attività 3 Diagonali e stelle
- 68** Attività 4 Punti notevoli di triangoli
- 74** Percorso **1D** Attenzione alle parole!
- 75** Attività 1 Triangoli e loro caratteristiche
- 79** Attività 2 Diversi tipi di parallelogrammi
- 82** Attività 3 L'insieme dei quadrilateri
- 86** Attività 4 Equilatero, equiangolo o regolare?
- 90** Attività 5 Sezioni regolari del cubo
- 92** Attività 6 La figura misteriosa
- 105** Cap. 2 Specchi, mosaici e fregi: dai disegni periodici alle isometrie
- 107** Percorso **2A** Costruzione e analisi di mosaici
- 108** Attività 1 La camera di specchi e le simmetrie di riflessione
- 125** Attività 2 Un criterio per classificare i mosaici: le simmetrie di rotazione
- 130** Attività 3 Dalla ricerca del minimo modulo alle isometrie fondamentali
- 139** Attività 4 Tasselli e pavimentazioni: modelli materiali
- 141** Attività 5 Tasselli e pavimentazioni: modelli grafici

- 147** Percorso **2B** Le simmetrie nei fregi
- 148** Attività 1 Simmetrico o palindromo?
- 150** Attività 2 I fregi e la loro classificazione
- 152** Attività 3 Un fregio per ogni tipo
- 158** Attività 4 Realizza il tuo fregio!
- 159** Cap. 3 Area e perimetro
- 162** Percorso **3A** Perimetri, aree e problemi di ottimizzazione
- 164** Attività 1 Contorno e superficie di una figura piana: il problema di Didone
- 168** Attività 2 Perimetro e area di figure composte da quadratini
- 172** Attività 3 Rettangoli isoperimetrici e rettangoli equivalenti
- 175** Attività 4 Comporre e scomporre: dall'area del rettangolo alle aree di altri poligoni
- 183** Attività 5 Poligoni regolari e cerchio: espressione di relazioni in forma algebrica
- 187** Percorso **3B** Piega, taglia e disegna il Teorema di Pitagora
- 188** Attività 1 Una pavimentazione origami
- 191** Attività 2 Il pavimento di Pitagora
- 193** Attività 3 Pitagora origami – triangolo rettangolo isoscele
- 196** Attività 4 Pitagora Tangram – triangolo rettangolo isoscele
- 198** Attività 5 Caso generale: la dimostrazione di Perigal
- 200** Attività 6 Caso generale: la dimostrazione di Liu Hui
- 202** Attività 7 Alberi pitagorici
- 207** Attività 8 La spirale dei numeri irrazionali
- 210** Percorso **3C** Puzzle geometrici: il Tangram e lo Stomachion
- 212** Attività 1 Una scatola per il Tangram
- 214** Attività 2 Costruzione del Tangram
- 216** Attività 3 Le tessere del Tangram
- 218** Attività 4 Composizione di poligoni
- 219** Attività 5 Riproduzione di figure: sfida
- 221** Attività 6 Lunghezze e perimetri – espressioni algebriche
- 225** Attività 7 Frazioni e aree
- 228** Attività 8 Tangram e ottimizzazione
- 230** Attività 9 Lo Stomachion
- 232** Attività 10 Costruzione dello Stomachion
- 235** Attività 11 Le tessere dello Stomachion
- 237** Attività 12 Composizione di poligoni e riproduzione di figure
- 242** Attività 13 Aree e perimetri
- 246** Percorso **3D** La circonferenza, il cerchio e il numero pi greco (π)
- 247** Attività 1 Rapporto tra lunghezza della circonferenza e lunghezza del diametro
- 249** Attività 2 π : valori approssimati
- 254** Attività 3 Rapporto tra superficie del cerchio e superficie del quadrato del raggio
- 257** Attività 4 La formula per il calcolo dell'area di un cerchio
- 259** Attività 5 Figure con elementi circolari: rapporti tra superfici

- 263** Cap. 4 Fogli, rapporti e similitudini
- 265** Percorso **4A** La similitudine con i fogli A_n
- 266** Attività 1 Quali rettangoli sono simili?
- 273** Attività 2 Fogli formato A_n e similitudine
- 279** Attività 3 Rapporti tra aree di rettangoli simili
- 285** Attività 4 L'albero origami – pentagoni simili
- 291** Attività 5 La spirale dei triangoli A_n
- 295** Percorso **4B** Rettangoli speciali
- 297** Attività 1 La sezione aurea
- 302** Attività 2 Poligoni aurei
- 312** Attività 3 Il rettangolo aureo in un foglio quadrato
- 317** Attività 4 Il rettangolo aureo in un foglio A4
- 319** Attività 5 Rettangolo « A_n » e rettangolo aureo: una caratteristica in comune
- 324** Attività 6 Dal foglio A4 al rettangolo argenteo
- 326** Attività 7 Rettangolo argenteo e ottagono regolare
- 330** Attività 8 La spirale di Fibonacci e il rettangolo aureo



ATTIVITÀ 4

MATERIALI

- Scheda 6

MODALITÀ DI LAVORO

- Attività individuale

TEMPI

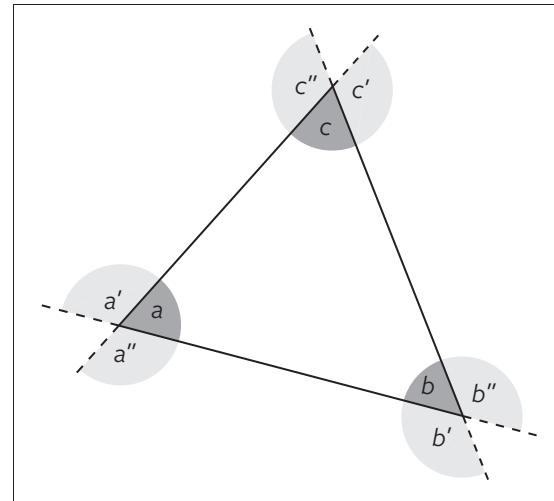
- 1 ora

DESCRIZIONE

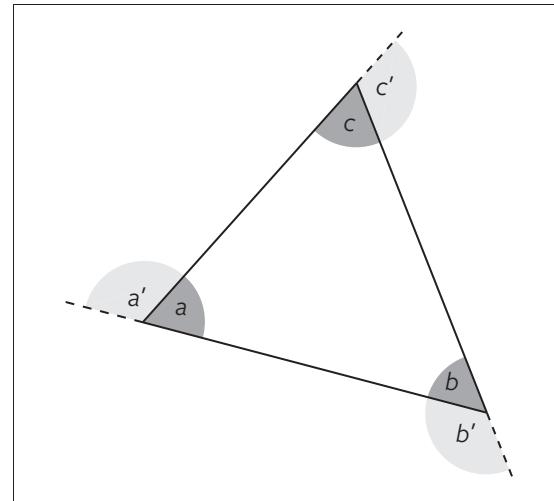
A conclusione del percorso, l'attenzione si sposta dagli angoli interni agli angoli esterni dei poligoni. Mentre il valore della somma delle ampiezze degli angoli interni di un poligono dipende dal numero dei suoi lati, la somma delle ampiezze degli angoli esterni ha un valore costante.

Attraverso alcuni esempi, ragazze e ragazzi saranno guidati nella scoperta di questa proprietà.

Come premessa, è opportuno che l'insegnante spieghi che per ciascun angolo interno, ad esempio a , è possibile individuare due angoli esterni, a' e a'' , che sono uguali tra di loro in quanto entrambi, sommati singolarmente ad a , formano un angolo piatto.



Per somma degli angoli esterni si intende la somma di tutti gli angoli esterni ottenuti prolungando tutti i lati nello stesso verso, orario o antiorario (nella figura $a' + b' + c'$).



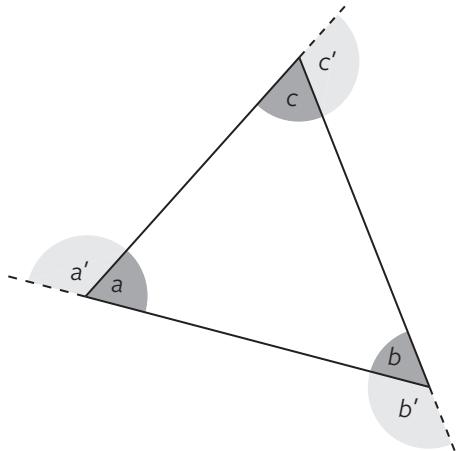


PERCORSO 1 B
SCHEDA 6

ATTIVITÀ 4

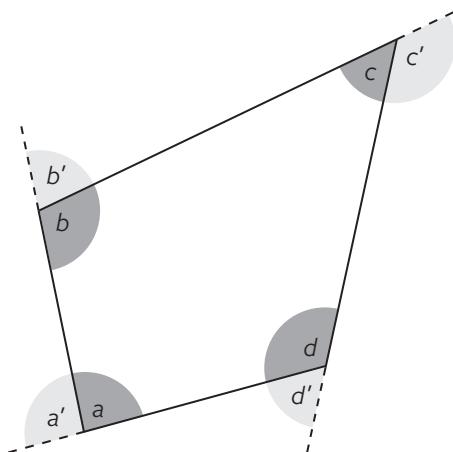
- a Osserva le figure e completa:

Figura 1



$$\begin{aligned}a + a' &= \underline{\hspace{2cm}}^\circ + \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \\b + b' &= \underline{\hspace{2cm}}^\circ + \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \\c + c' &= \underline{\hspace{2cm}}^\circ + \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \\a + a' + b + b' + c + c' &= \underline{\hspace{2cm}}^\circ \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \\a + b + c &= \underline{\hspace{2cm}}^\circ \\a' + b' + c' &= \underline{\hspace{2cm}}^\circ - \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}}^\circ\end{aligned}$$

Figura 2



$$\begin{aligned}a + a' &= \underline{\hspace{2cm}}^\circ + \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \\b + b' &= \underline{\hspace{2cm}}^\circ + \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \\c + c' &= \underline{\hspace{2cm}}^\circ + \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \\d + d' &= \underline{\hspace{2cm}}^\circ + \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \\a + a' + b + b' + c + c' + d + d' &= \underline{\hspace{2cm}}^\circ \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \\a + b + c + d &= \underline{\hspace{2cm}}^\circ \\a' + b' + c' + d' &= \underline{\hspace{2cm}}^\circ - \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}}^\circ\end{aligned}$$



ATTIVITÀ 1

MATERIALI

- Camere di specchi (si veda la descrizione della fase 1)
- Griglie isometriche (vedi Schede 1, 2, 3, 4)
- Eventualmente specchietti rettangolari
- Righello, forbici, colla stick
- Matite colorate e pennarelli
- Scheda 5 e Scheda 6

MODALITÀ DI LAVORO

- Attività individuale

TEMPI

- 3-6 ore, a seconda del numero di disegni realizzati e della realizzazione di disegni cartacei e/o digitali

DESCRIZIONE

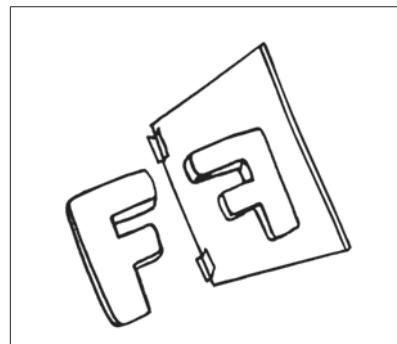
Si suggerisce di strutturare l'attività in tre fasi, la prima dedicata a comprendere il significato di simmetria di riflessione, la seconda a indagare sulle forme dei poligoni che possono essere utilizzati come moduli per costruire un mosaico con simmetrie di riflessione, la terza a motivare il fatto che le possibili forme sono solo cinque.

Fase 1

Facendo riferimento a un'immagine riflessa da uno specchio, è facile comprendere il significato di simmetria di riflessione. Tale simmetria viene detta anche simmetria assiale; la retta a cui appartiene la base dello specchio posto perpendicolarmente al piano dell'immagine corrisponde all'asse di simmetria.

La camera di specchi è un oggetto che permette di effettuare più riflessioni contemporaneamente, producendo disegni periodici bidimensionali dall'effetto caleidoscopico. Si suggerisce di procurarsene almeno un esemplare da utilizzare in classe, se possibile due: una a base quadrata e una a base triangolare regolare; vedremo meglio nel seguito il perché di queste forme. In commercio se ne trovano poche, si possono dunque seguire essenzialmente due strade:

- rivolgersi prima a un falegname e poi a un vetrario, chiedendo al primo di realizzare per esempio la struttura di un cubo o quella di un prisma a base triangolare regolare privi della faccia superiore, al secondo di rivestirli con vetri a specchio;
- costruire camere di specchi da sé, utilizzando strutture di cartone, ad esempio scatole senza coperchio, e rivestirle con pellicola adesiva a specchio.

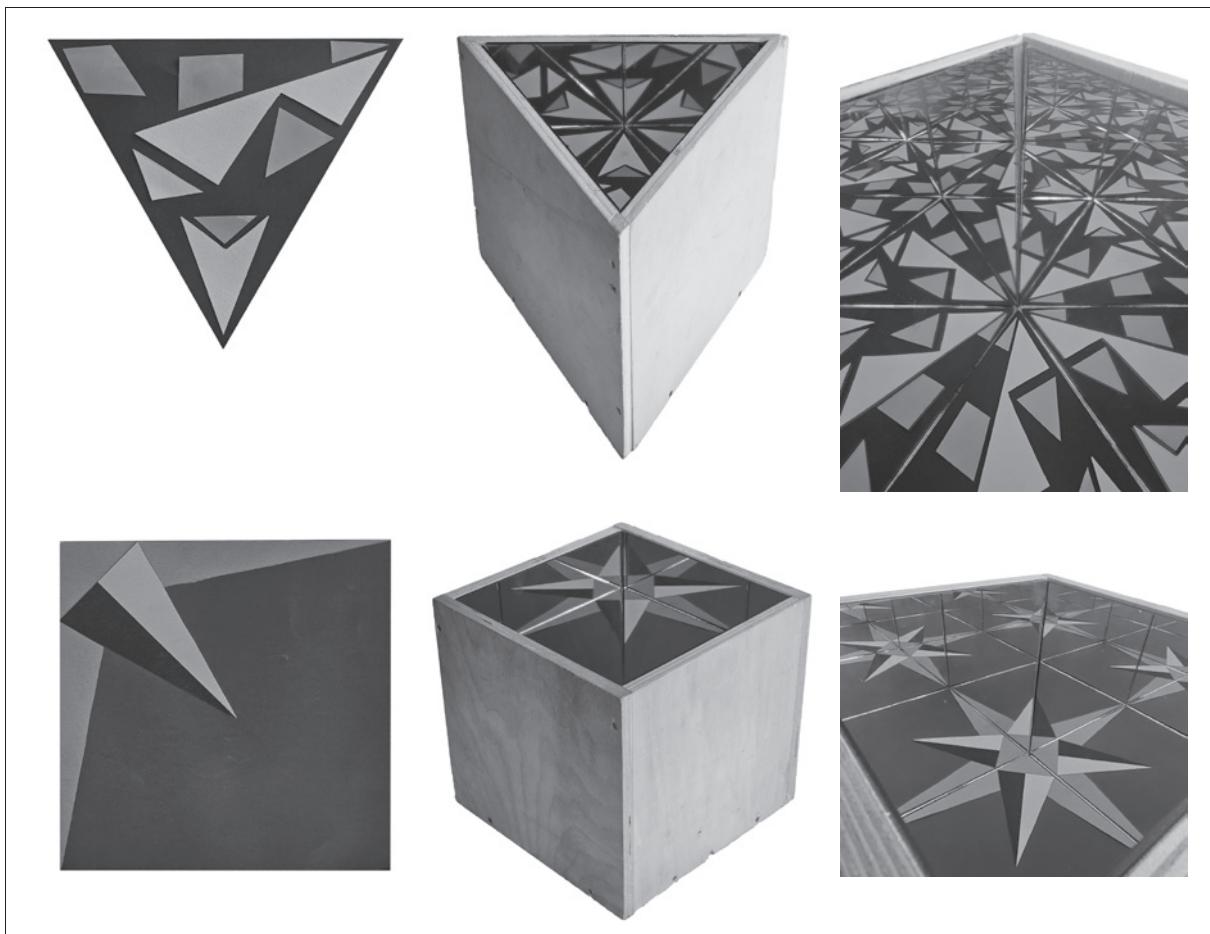


Una volta disponibili le camere di specchi, si chiederà a ragazze e ragazzi di realizzare dei collage su cartoncini aventi le stesse dimensioni delle basi delle camere, di inserirli all'interno delle camere stesse, di abbassarsi in modo da avvicinare gli occhi al bordo superiore delle camere e di osservare che cosa succede.

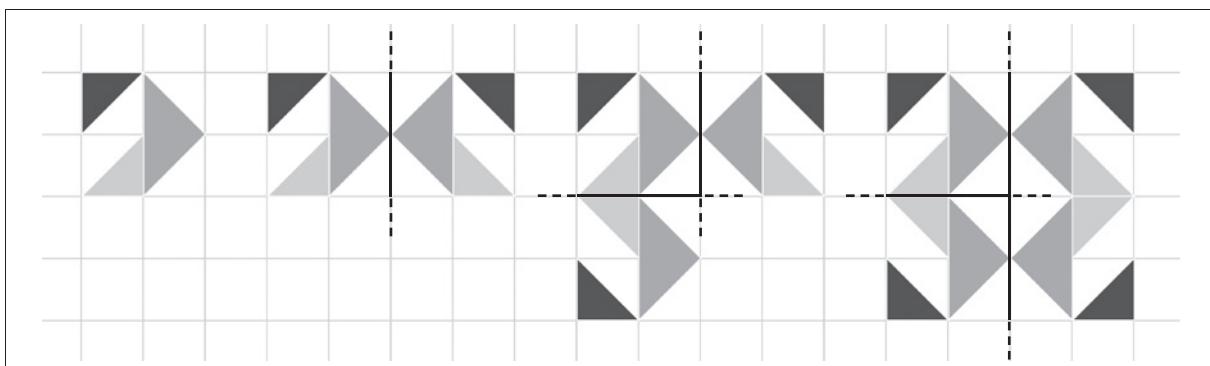
La camera di specchi riflette il motivo all'infinito, formando un disegno periodico che si sviluppa idealmente su tutto il piano. L'effetto è ancora più sorprendente se il motivo rappresentato sul cartoncino, che chiameremo in seguito modulo, non ha assi di simmetria paralleli ai lati della base della camera.



ATTIVITÀ 1



Dopo aver sperimentato il funzionamento delle camere di specchi, l'insegnante distribuirà alle ragazze e ai ragazzi una griglia a quadretti e una griglia isometrica triangolare (Scheda 1 e Scheda 2), e chiederà loro di provare a realizzare con la mente lo stesso lavoro effettuato dalla camera di specchi: dovranno realizzare graficamente due disegni periodici bidimensionali, ovvero due mosaici, a partire da un modulo quadrato e da uno triangolare regolare, costruiti attraverso simmetrie di riflessione. I lati dei poligoni corrispondenti ai moduli fungono da assi di simmetria. Il disegno dovrà essere formato da un numero adeguato di moduli (es. 16 moduli; estensione del disegno circa 12cm x 12cm).



Esempio: Costruzione di un mosaico con simmetrie di riflessione a partire da un modulo quadrato



ATTIVITÀ 7

MATERIALI

- Carta quadrettata
- Colori
- Scheda 6 e Scheda 7

MODALITÀ DI LAVORO

- Attività individuale

TEMPI

- 2 ore

DESCRIZIONE

In questa sede si riprende la figura di Pitagora relativa al triangolo rettangolo isoscele, e la si utilizza come elemento di partenza su cui sviluppare una costruzione grafica con struttura frattale, ossia una figura geometrica che si ripete all'infinito uguale a sé stessa, su scala sempre più piccola, che, in questo caso, prende il nome di albero pitagorico. La costruzione può essere realizzata sia a mano, su carta quadrettata, sia utilizzando il software Geogebra.

Riportiamo di seguito la descrizione della struttura della figura:

1. Si parte dalla figura di Pitagora associata a un triangolo rettangolo isoscele (fig. 1).
2. Si sostituisce ciascuno dei due quadrati costruiti sui cateti con una nuova figura di Pitagora (fig. 2).
3. Si ripete l'operazione precedente, sostituendo cioè ciascun quadrato con una figura di Pitagora (fig. 3).
4. Reiterando il procedimento all'infinito, si ottiene come figura limite una figura che assomiglia a un albero, la cui chioma corrisponde a una curva frattale (fig. 4).

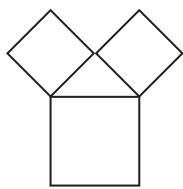


Figura 1

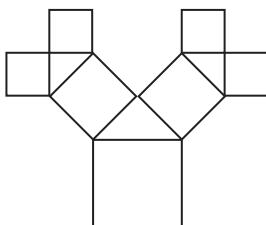


Figura 2

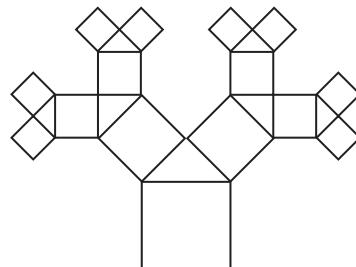


Figura 3



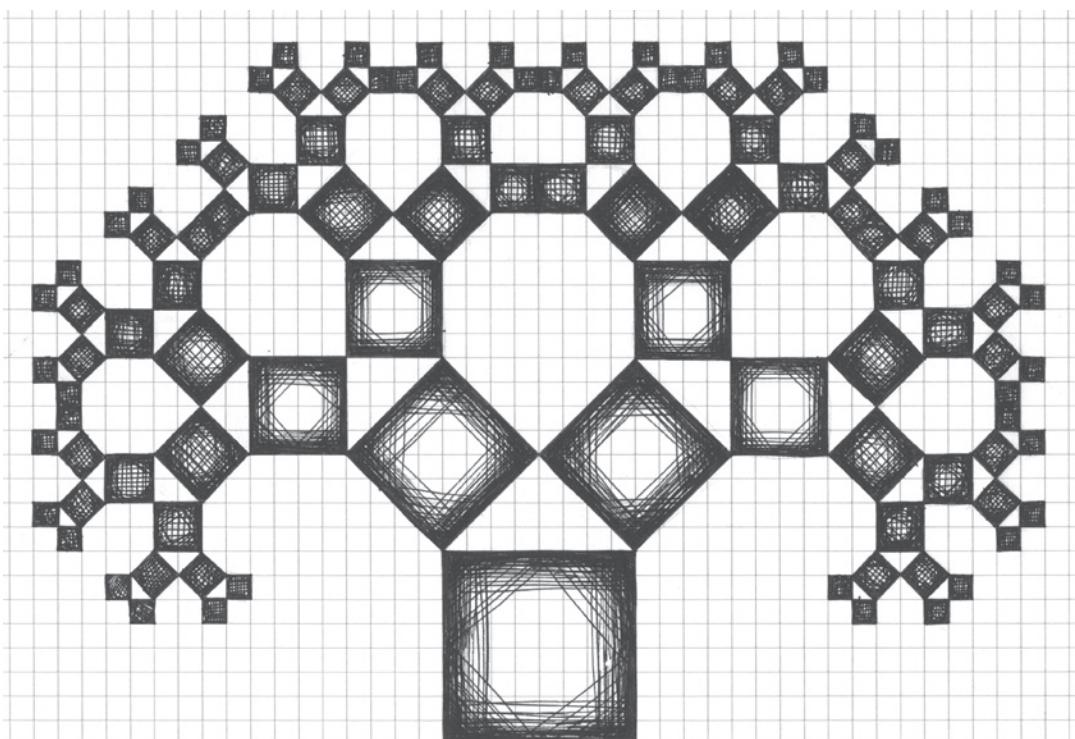
Figura 4



PERCORSO 3 B
ALBERI PITAGORICI

ATTIVITÀ 7

Nella Scheda 6 sono riportate le indicazioni per realizzare graficamente un albero pitagorico su un foglio quadrettato. È comodo utilizzare mezzo foglio protocollo con quadretti di lato 0,5 cm, disposto orizzontalmente, partendo da un triangolo rettangolo isoscele con ipotenusa lunga 8 unità (4 cm).



Al termine dell'attività grafica, si suggerisce di proporre alcuni esercizi relativi al calcolo di misure di lunghezze o di aree, prendendo spunto dalle figure 1, 2 e 3. Dopo aver risolto un quesito assegnato, si propone di richiedere a ragazze e ragazzi di inventare e formulare ulteriori quesiti, da far risolvere, dopo la validazione da parte dell'insegnante, a compagne e compagni di classe. Le consegne sono esplicitate sulla Scheda 7.



PERCORSO 4 B

SCHEDA 9

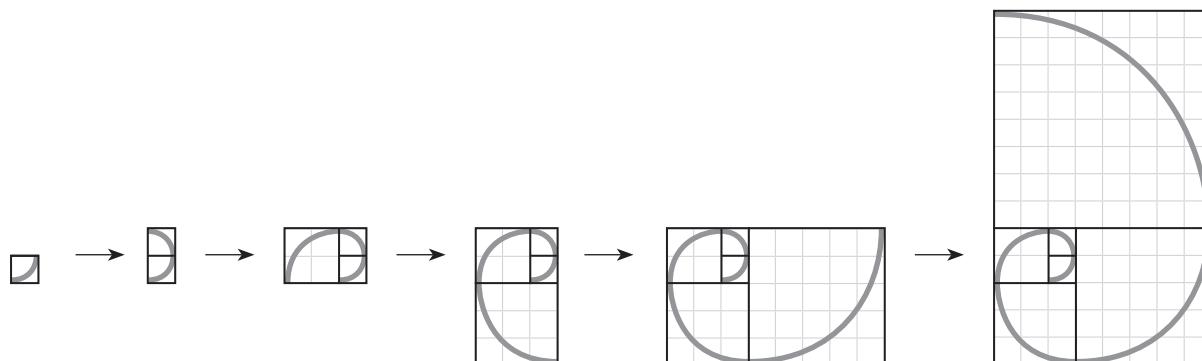
ATTIVITÀ 5

CONSEGNA 1

- Risovi il seguente problema:

GEOMETRIA DELLE CHIOCCIOLE

Giulio ha osservato nel suo giardino la conchiglia di una chiocciola e vorrebbe disegnarla con il compasso, seguendo un modello che ha visto in un libro. L'idea è quella di disegnare quarti di circonferenza all'interno di quadrati, formando spirali che assomigliano a chiocciole. Incomincia con un piccolo quadratino, al quale ne accosta altri procedendo in senso antiorario.



Giulio vuole disegnare ancora 2 quadrati.

- Quanto misurano i lati dei quadrati che deve ancora disegnare?

- 12 quadretti e 17 quadretti
- 13 quadretti e 18 quadretti
- 13 quadretti e 21 quadretti
- 17 quadretti e 21 quadretti
- 21 quadretti e 34 quadretti

Motiva la tua risposta:

CONSEGNA 2

- Seguendo il modello presentato nella Consegnna 1, disegna nella griglia quadrettata la chiocciola più grande possibile e colora il tuo disegno a piacere.
Per capire da dove conviene incominciare, puoi fare degli schizzi su un foglio di brutta copia.
- Se vuoi disegnare una chiocciola ancora più grande, puoi utilizzare come griglia un foglio protocollo.

Nota Il nome utilizzato comunemente per denominare questa spirale a chiocciola è Spirale di Fibonacci, in onore di un importantissimo matematico italiano vissuto tra il XII e il XIII secolo.

Fibonacci è famoso soprattutto per aver introdotto in Europa il sistema di numerazione indo-arabico (i numeri che usiamo oggi: 0, 1, 2, 3, ecc.), che ha sostituito il sistema di numerazione utilizzato dai Romani, e per aver studiato una successione correlata alla costruzione della spirale.



PERCORSO 4 B
SCHEDA 9

ATTIVITÀ 5

