

Geometria piana per la scuola secondaria di primo grado

Dall'esperienza all'astrazione

Maddalena Braccesi

MATERIALI
DIDATTICA



Erickson

GEOMETRIA PIANA PER LA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO

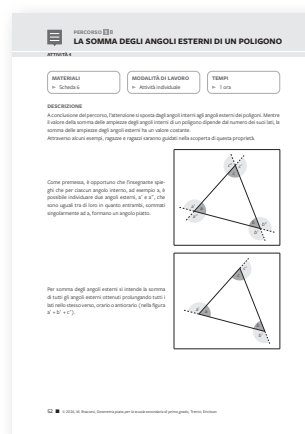
Il volume propone un percorso strutturato in quattro capitoli, pensato per introdurre e sviluppare concetti fondamentali di geometria in modo laboratoriale, attraverso attività pratiche, costruzioni, giochi e riflessioni guidate.

Percorsi graduati che intrecciano geometria, manualità e riflessione; strumenti concreti, flessibili e immediatamente applicabili in classe.

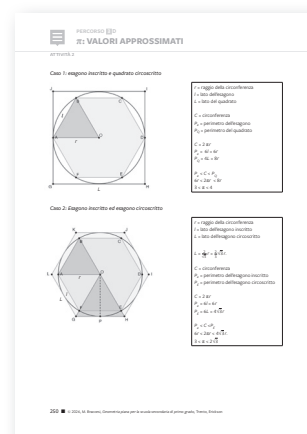
I capitoli sono così articolati:

- Capitolo 1 – Angoli, triangoli e altri poligoni: per scoprire le caratteristiche e le proprietà delle principali figure piane, con particolare attenzione al linguaggio specifico.
- Capitolo 2 – Specchi, mosaici e fregi: percorsi dedicati allo studio delle trasformazioni isometriche, per sviluppare abilità di visualizzazione e di formalizzazione, lasciando spazio alla creatività.
- Capitolo 3 – Area e perimetro: ottimizzazione di superfici e contorni, Teorema di Pitagora, puzzle geometrici (Tangram e Stomachion), introduzione al numero π .
- Capitolo 4 – Fogli, rapporti e similitudini: esperienze con i fogli formato A_n , costruzione di rettangoli aurei e argentei, per esplorare i rapporti proporzionali e la similitudine.

Per imparare la geometria in modo attivo, a partire da esperienze e attività, sviluppando curiosità e gusto per la scoperta.



Poligoni: relazioni tra angoli



Valore approssimato di π – esagono inscritto e quadrato circoscritto alla circonferenza

L'AUTRICE

MADDALENA BRACCESI

Laureata in Matematica, abilitata all'insegnamento nel I e nel II grado, è docente di ruolo dal 2000. Collabora con la Direzione Istruzione e Formazione della Provincia autonoma di Bolzano nella formazione del personale docente e nella produzione di materiali didattici, progettando workshop per bambini, ragazzi e adulti. Al suo attivo ha diverse pubblicazioni, sia di impostazione didattica sia scientifica. I suoi principali ambiti di interesse sono la didattica laboratoriale e la didattica inclusiva.

€ 21,00



www.ericson.it

INDICE

9	Introduzione
10	Bibliografia
11	Cap. 1 Angoli, triangoli e altri poligoni
13	Percorso 1A Verso lo studio delle figure piane
15	Attività 1 Facce di poliedri
20	Attività 2 Solidi <i>pull-up</i>
29	Attività 3 Esamini e sviluppi del cubo
32	Attività 4 Sezioni piane di solidi
36	Percorso 1B Poligoni: relazioni tra angoli
37	Attività 1 Angoli, unità di misura e strumenti per la stima
42	Attività 2 La somma degli angoli interni di un triangolo
46	Attività 3 La somma degli angoli interni di un poligono
52	Attività 4 La somma degli angoli esterni di un poligono
55	Percorso 1C Poligoni: relazioni tra lati e altri segmenti
56	Attività 1 La disuguaglianza triangolare
62	Attività 2 Numero di lati e numero di diagonali
65	Attività 3 Diagonali e stelle
68	Attività 4 Punti notevoli di triangoli
74	Percorso 1D Attenzione alle parole!
75	Attività 1 Triangoli e loro caratteristiche
79	Attività 2 Diversi tipi di parallelogrammi
82	Attività 3 L'insieme dei quadrilateri
86	Attività 4 Equilatero, equiangolo o regolare?
90	Attività 5 Sezioni regolari del cubo
92	Attività 6 La figura misteriosa
105	Cap. 2 Specchi, mosaici e fregi: dai disegni periodici alle isometrie
107	Percorso 2A Costruzione e analisi di mosaici
108	Attività 1 La camera di specchi e le simmetrie di riflessione
125	Attività 2 Un criterio per classificare i mosaici: le simmetrie di rotazione
130	Attività 3 Dalla ricerca del minimo modulo alle isometrie fondamentali
139	Attività 4 Tasselli e pavimentazioni: modelli materiali
141	Attività 5 Tasselli e pavimentazioni: modelli grafici

147	Percorso 2B Le simmetrie nei fregi
148	Attività 1 Simmetrico o palindromo?
150	Attività 2 I fregi e la loro classificazione
152	Attività 3 Un fregio per ogni tipo
158	Attività 4 Realizza il tuo fregio!
159	Cap. 3 Area e perimetro
162	Percorso 3A Perimetri, aree e problemi di ottimizzazione
164	Attività 1 Contorno e superficie di una figura piana: il problema di Didone
168	Attività 2 Perimetro e area di figure composte da quadratini
172	Attività 3 Rettangoli isoperimetrici e rettangoli equivalenti
175	Attività 4 Comporre e scomporre: dall'area del rettangolo alle aree di altri poligoni
183	Attività 5 Poligoni regolari e cerchio: espressione di relazioni in forma algebrica
187	Percorso 3B Piega, taglia e disegna il Teorema di Pitagora
188	Attività 1 Una pavimentazione origami
191	Attività 2 Il pavimento di Pitagora
193	Attività 3 Pitagora origami – triangolo rettangolo isoscele
196	Attività 4 Pitagora Tangram – triangolo rettangolo isoscele
198	Attività 5 Caso generale: la dimostrazione di Perigal
200	Attività 6 Caso generale: la dimostrazione di Liu Hui
202	Attività 7 Alberi pitagorici
207	Attività 8 La spirale dei numeri irrazionali
210	Percorso 3C Puzzle geometrici: il Tangram e lo Stomachion
212	Attività 1 Una scatola per il Tangram
214	Attività 2 Costruzione del Tangram
216	Attività 3 Le tessere del Tangram
218	Attività 4 Composizione di poligoni
219	Attività 5 Riproduzione di figure: sfida
221	Attività 6 Lunghezze e perimetri – espressioni algebriche
225	Attività 7 Frazioni e aree
228	Attività 8 Tangram e ottimizzazione
230	Attività 9 Lo Stomachion
232	Attività 10 Costruzione dello Stomachion
235	Attività 11 Le tessere dello Stomachion
237	Attività 12 Composizione di poligoni e riproduzione di figure
242	Attività 13 Aree e perimetri
246	Percorso 3D La circonferenza, il cerchio e il numero pi greco (π)
247	Attività 1 Rapporto tra lunghezza della circonferenza e lunghezza del diametro
249	Attività 2 π : valori approssimati
254	Attività 3 Rapporto tra superficie del cerchio e superficie del quadrato del raggio
257	Attività 4 La formula per il calcolo dell'area di un cerchio
259	Attività 5 Figure con elementi circolari: rapporti tra superfici

263	Cap. 4 Fogli, rapporti e similitudini
265	Percorso 4A La similitudine con i fogli A_n
266	Attività 1 Quali rettangoli sono simili?
273	Attività 2 Fogli formato A_n e similitudine
279	Attività 3 Rapporti tra aree di rettangoli simili
285	Attività 4 L'albero origami – pentagoni simili
291	Attività 5 La spirale dei triangoli A_n
295	Percorso 4B Rettangoli speciali
297	Attività 1 La sezione aurea
302	Attività 2 Poligoni aurei
312	Attività 3 Il rettangolo aureo in un foglio quadrato
317	Attività 4 Il rettangolo aureo in un foglio A4
319	Attività 5 Rettangolo « A_n » e rettangolo aureo: una caratteristica in comune
324	Attività 6 Dal foglio A4 al rettangolo argenteo
326	Attività 7 Rettangolo argenteo e ottagono regolare
330	Attività 8 La spirale di Fibonacci e il rettangolo aureo



ATTIVITÀ 4

MATERIALI

► Scheda 6

MODALITÀ DI LAVORO

► Attività individuale

TEMPI

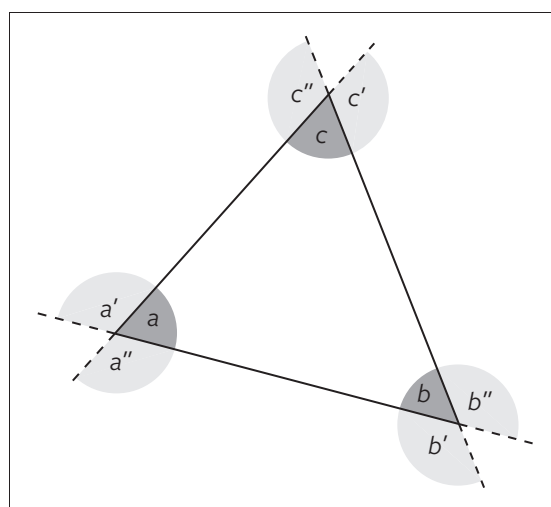
► 1 ora

DESCRIZIONE

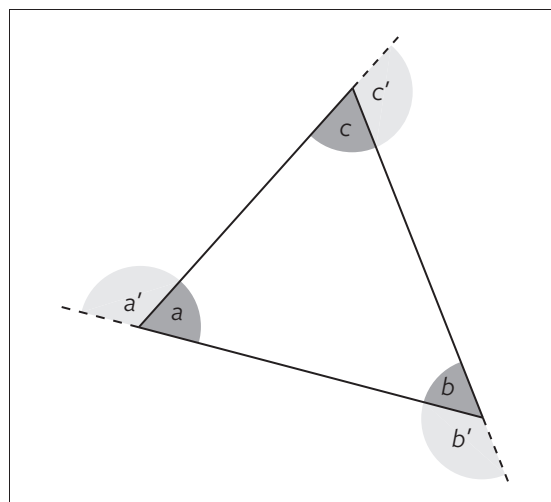
A conclusione del percorso, l'attenzione si sposta dagli angoli interni agli angoli esterni dei poligoni. Mentre il valore della somma delle ampiezze degli angoli interni di un poligono dipende dal numero dei suoi lati, la somma delle ampiezze degli angoli esterni ha un valore costante.

Attraverso alcuni esempi, ragazze e ragazzi saranno guidati nella scoperta di questa proprietà.

Come premessa, è opportuno che l'insegnante spieghi che per ciascun angolo interno, ad esempio a , è possibile individuare due angoli esterni, a' e a'' , che sono uguali tra di loro in quanto entrambi, sommati singolarmente ad a , formano un angolo piatto.



Per somma degli angoli esterni si intende la somma di tutti gli angoli esterni ottenuti prolungando tutti i lati nello stesso verso, orario o antiorario (nella figura $a' + b' + c'$).

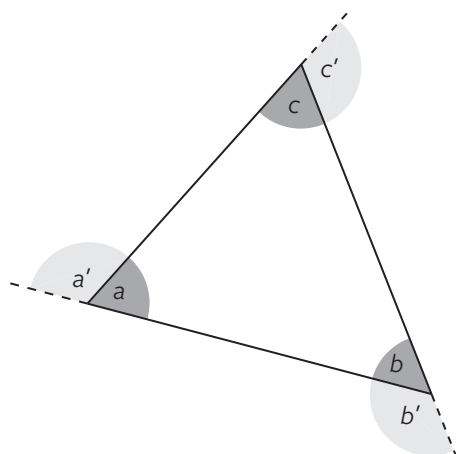




ATTIVITÀ 4

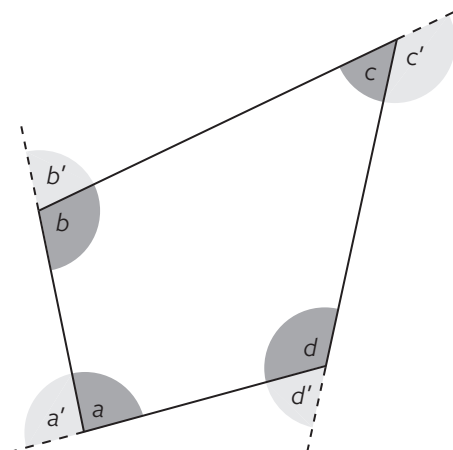
- a Osserva le figure e completa:

Figura 1



$$\begin{aligned}a + a' &= \text{ }^\circ + \text{ }^\circ = \text{ }^\circ \\b + b' &= \text{ }^\circ + \text{ }^\circ = \text{ }^\circ \\c + c' &= \text{ }^\circ + \text{ }^\circ = \text{ }^\circ \\a + a' + b + b' + c + c' &= \text{ }^\circ \times \text{ } = \text{ }^\circ \\a + b + c &= \text{ }^\circ \\a' + b' + c' &= \text{ }^\circ - \text{ }^\circ = \text{ }^\circ\end{aligned}$$

Figura 2



$$\begin{aligned}a + a' &= \text{ }^\circ + \text{ }^\circ = \text{ }^\circ \\b + b' &= \text{ }^\circ + \text{ }^\circ = \text{ }^\circ \\c + c' &= \text{ }^\circ + \text{ }^\circ = \text{ }^\circ \\d + d' &= \text{ }^\circ + \text{ }^\circ = \text{ }^\circ \\a + a' + b + b' + c + c' + d + d' &= \text{ }^\circ \times \text{ } = \text{ }^\circ \\a + b + c + d &= \text{ }^\circ \\a' + b' + c' + d' &= \text{ }^\circ - \text{ }^\circ = \text{ }^\circ\end{aligned}$$



ATTIVITÀ 1

MATERIALI

- Camere di specchi (si veda la descrizione della fase 1)
- Griglie isometriche (vedi Schede 1, 2, 3, 4)
- Eventualmente specchietti rettangolari
- Righello, forbici, colla stick
- Matite colorate e pennarelli
- Scheda 5 e Scheda 6

MODALITÀ DI LAVORO

- Attività individuale

TEMPI

- 3-6 ore, a seconda del numero di disegni realizzati e della realizzazione di disegni cartacei e/o digitali

DESCRIZIONE

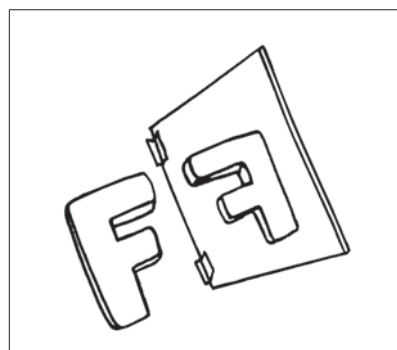
Si suggerisce di strutturare l'attività in tre fasi, la prima dedicata a comprendere il significato di simmetria di riflessione, la seconda a indagare sulle forme dei poligoni che possono essere utilizzati come moduli per costruire un mosaico con simmetrie di riflessione, la terza a motivare il fatto che le possibili forme sono solo cinque.

Fase 1

Facendo riferimento a un'immagine riflessa da uno specchio, è facile comprendere il significato di simmetria di riflessione. Tale simmetria viene detta anche simmetria assiale; la retta a cui appartiene la base dello specchio posto perpendicolarmente al piano dell'immagine corrisponde all'asse di simmetria.

La camera di specchi è un oggetto che permette di effettuare più riflessioni contemporaneamente, producendo disegni periodici bidimensionali dall'effetto caleidoscopico. Si suggerisce di procurarsene almeno un esemplare da utilizzare in classe, se possibile due: una a base quadrata e una a base triangolare regolare; vedremo meglio nel seguito il perché di queste forme. In commercio se ne trovano poche, si possono dunque seguire essenzialmente due strade:

- rivolgersi prima a un falegname e poi a un vetraio, chiedendo al primo di realizzare per esempio la struttura di un cubo o quella di un prisma a base triangolare regolare privi della faccia superiore, al secondo di rivestirli con vetri a specchio;
- costruire camere di specchi da sé, utilizzando strutture di cartone, ad esempio scatole senza coperchio, e rivestirle con pellicola adesiva a specchio.

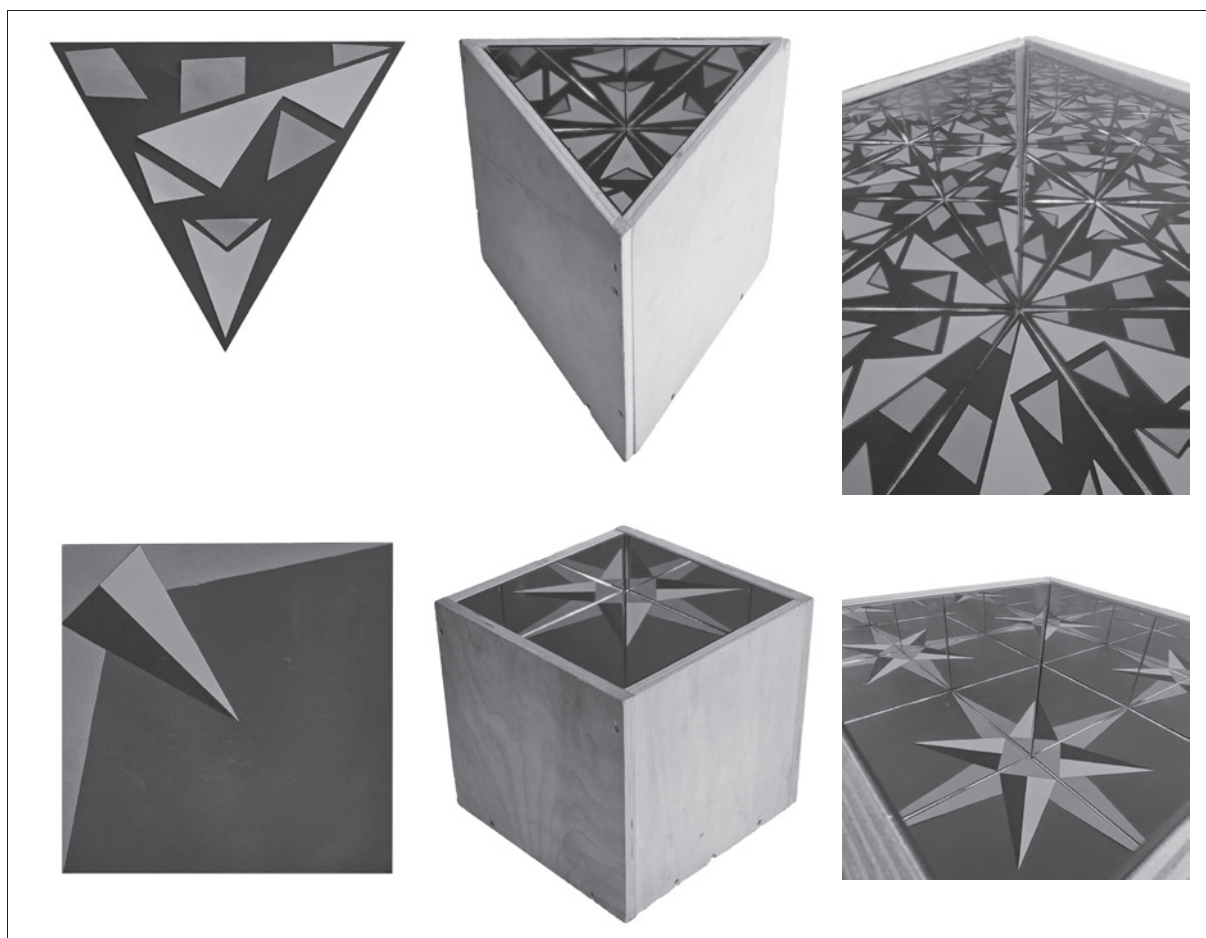


Una volta disponibili le camere di specchi, si chiederà a ragazze e ragazzi di realizzare dei collage su cartoncini aventi le stesse dimensioni delle basi delle camere, di inserirli all'interno delle camere stesse, di abbassarsi in modo da avvicinare gli occhi al bordo superiore delle camere e di osservare che cosa succede.

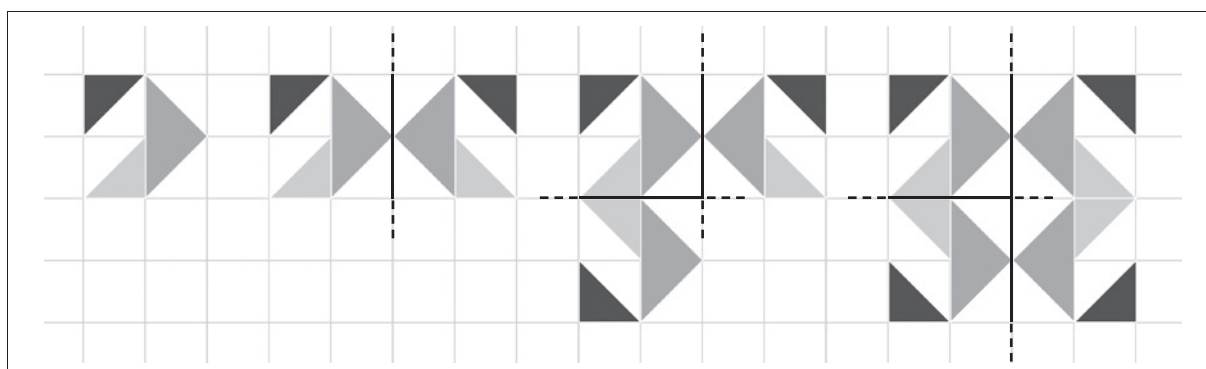
La camera di specchi riflette il motivo all'infinito, formando un disegno periodico che si sviluppa idealmente su tutto il piano. L'effetto è ancora più sorprendente se il motivo rappresentato sul cartoncino, che chiameremo in seguito modulo, non ha assi di simmetria paralleli ai lati della base della camera.



ATTIVITÀ 1



Dopo aver sperimentato il funzionamento delle camere di specchi, l'insegnante distribuirà alle ragazze e ai ragazzi una griglia a quadretti e una griglia isometrica triangolare (Scheda 1 e Scheda 2), e chiederà loro di provare a realizzare con la mente lo stesso lavoro effettuato dalla camera di specchi: dovranno realizzare graficamente due disegni periodici bidimensionali, ovvero due mosaici, a partire da un modulo quadrato e da uno triangolare regolare, costruiti attraverso simmetrie di riflessione. I lati dei poligoni corrispondenti ai moduli fungono da assi di simmetria. Il disegno dovrà essere formato da un numero adeguato di moduli (es. 16 moduli; estensione del disegno circa 12cm x 12cm).



Esempio: Costruzione di un mosaico con simmetrie di riflessione a partire da un modulo quadrato



ATTIVITÀ 7

MATERIALI

- ▶ Carta quadrettata
- ▶ Colori
- ▶ Scheda 6 e Scheda 7

MODALITÀ DI LAVORO

- ▶ Attività individuale

TEMPI

- ▶ 2 ore

DESCRIZIONE

In questa sede si riprende la figura di Pitagora relativa al triangolo rettangolo isoscele, e la si utilizza come elemento di partenza su cui sviluppare una costruzione grafica con struttura frattale, ossia una figura geometrica che si ripete all'infinito uguale a sé stessa, su scala sempre più piccola, che, in questo caso, prende il nome di albero pitagorico. La costruzione può essere realizzata sia a mano, su carta quadrettata, sia utilizzando il software Geogebra.

Riportiamo di seguito la descrizione della struttura della figura:

1. Si parte dalla figura di Pitagora associata a un triangolo rettangolo isoscele (fig. 1).
2. Si sostituisce ciascuno dei due quadrati costruiti sui cateti con una nuova figura di Pitagora (fig. 2).
3. Si ripete l'operazione precedente, sostituendo cioè ciascun quadrato con una figura di Pitagora (fig. 3).
4. Reiterando il procedimento all'infinito, si ottiene come figura limite una figura che assomiglia a un albero, la cui chioma corrisponde a una curva frattale (fig. 4).

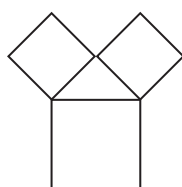


Figura 1

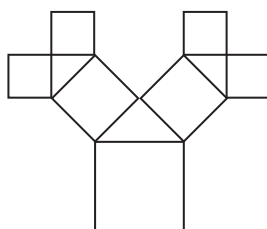


Figura 2

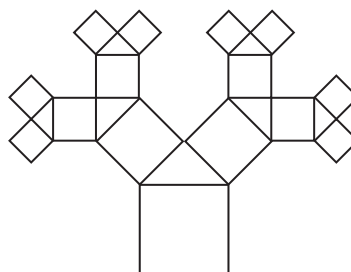


Figura 3

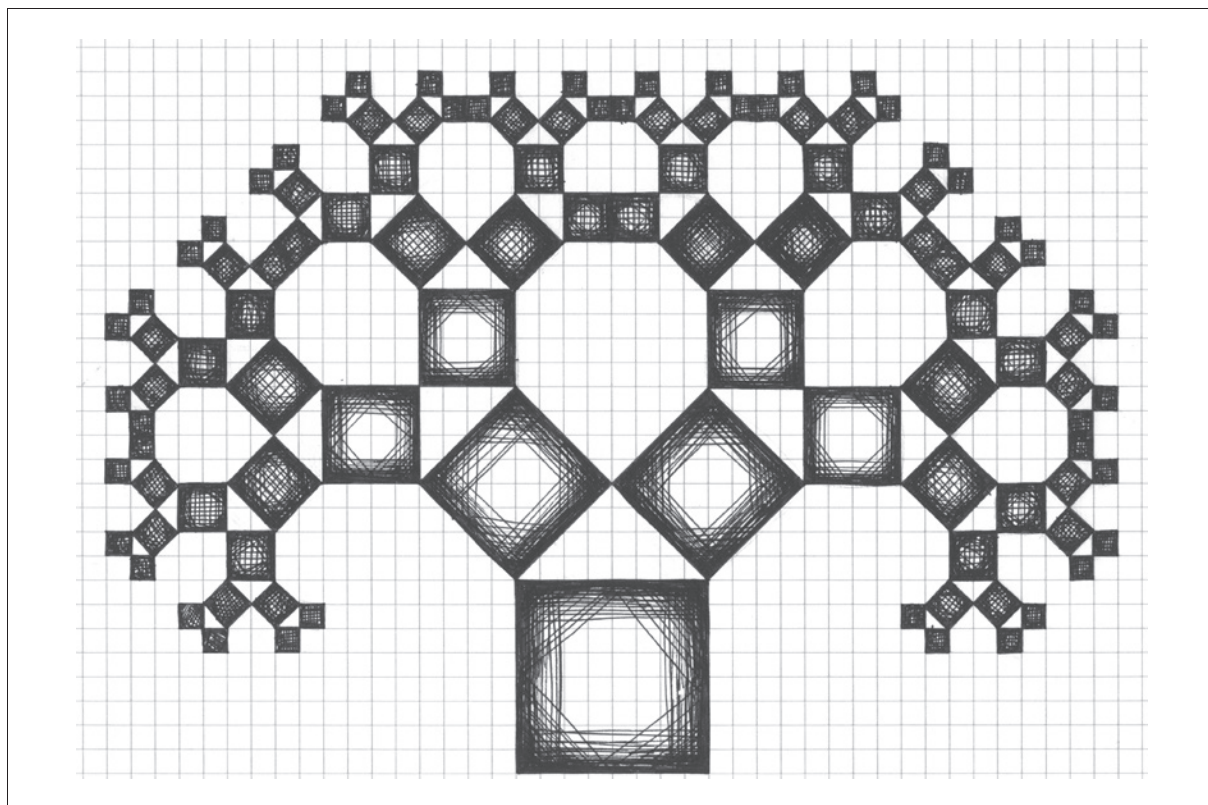


Figura 4



ATTIVITÀ 7

Nella Scheda 6 sono riportate le indicazioni per realizzare graficamente un albero pitagorico su un foglio quadrettato. È comodo utilizzare mezzo foglio protocollo con quadretti di lato 0,5 cm, disposto orizzontalmente, partendo da un triangolo rettangolo isoscele con ipotenusa lunga 8 unità (4 cm).



Al termine dell'attività grafica, si suggerisce di proporre alcuni esercizi relativi al calcolo di misure di lunghezze o di aree, prendendo spunto dalle figure 1, 2 e 3. Dopo aver risolto un quesito assegnato, si propone di richiedere a ragazze e ragazzi di inventare e formulare ulteriori quesiti, da far risolvere, dopo la validazione da parte dell'insegnante, a compagne e compagni di classe. Le consegne sono esplicitate sulla Scheda 7.



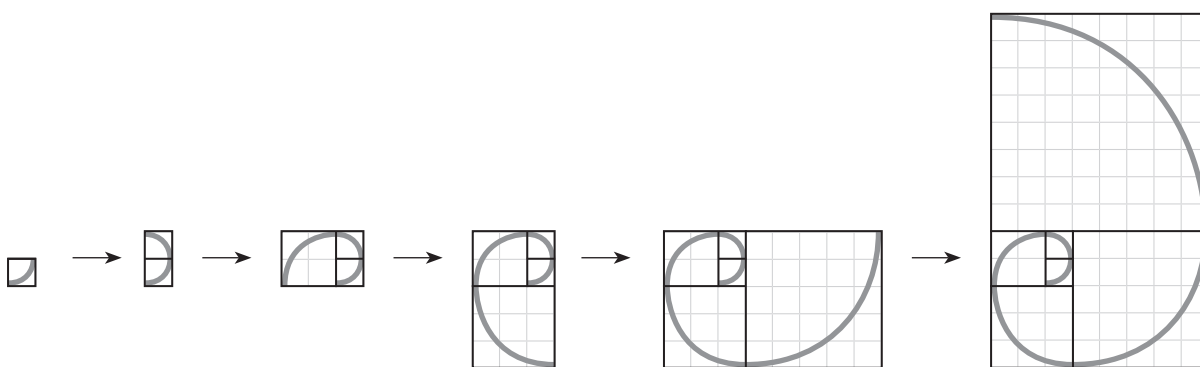
ATTIVITÀ 5

CONSEGNA 1

- Risolvi il seguente problema:

GEOMETRIA DELLE CHIOCCIOLE

Giulio ha osservato nel suo giardino la conchiglia di una chiocciola e vorrebbe disegnarla con il compasso, seguendo un modello che ha visto in un libro. L'idea è quella di disegnare quarti di circonferenza all'interno di quadrati, formando spirali che assomigliano a chioccioline. Incomincia con un piccolo quadratino, al quale ne accosta altri procedendo in senso antiorario.



Giulio vuole disegnare ancora 2 quadrati.

- Quanto misurano i lati dei quadrati che deve ancora disegnare?
 - ☐ 12 quadretti e 17 quadretti
 - ☐ 13 quadretti e 18 quadretti
 - ☐ 13 quadretti e 21 quadretti
 - ☐ 17 quadretti e 21 quadretti
 - ☐ 21 quadretti e 34 quadretti

Motiva la tua risposta:

CONSEGNA 2

- Seguendo il modello presentato nella Consegna 1, disegna nella griglia quadrettata la chiocciola più grande possibile e colora il tuo disegno a piacere.
Per capire da dove conviene incominciare, puoi fare degli schizzi su un foglio di brutta copia.
- Se vuoi disegnare una chiocciola ancora più grande, puoi utilizzare come griglia un foglio protocollo.

Nota Il nome utilizzato comunemente per denominare questa spirale a chiocciola è Spirale di Fibonacci, in onore di un importantissimo matematico italiano vissuto tra il XII e il XIII secolo. Fibonacci è famoso soprattutto per aver introdotto in Europa il sistema di numerazione indo-arabico (i numeri che usiamo oggi: 0, 1, 2, 3, ecc.), che ha sostituito il sistema di numerazione utilizzato dai Romani, e per aver studiato una successione correlata alla costruzione della spirale.



ATTIVITÀ 5

