

Simone Zuppiroli
Giuseppe Bianco

Matematica perché

Percorsi che valorizzano l'errore e il ragionamento

Frazioni e operazioni

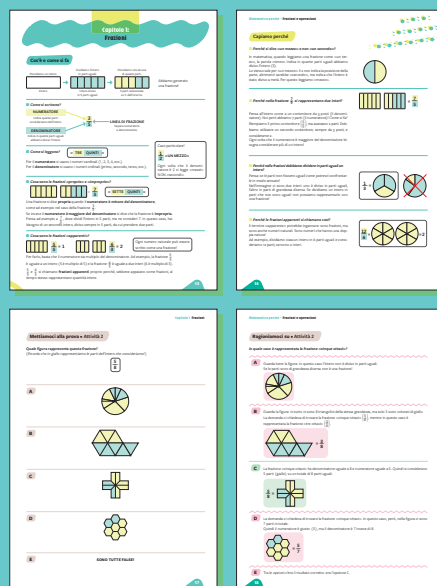
In questo volume dedicato a **frazioni e operazioni** la matematica non fa paura... davvero!
Puoi provare, sbagliare e riprovare, perché ogni **errore** aiuta a **capire** meglio e a **trovare la strada giusta**.

● Si parte da una domanda, da un **cosa**, e si scopre insieme **come** fare.

● Poi si capisce **perché** funziona così...

● ... e ci si mette subito **alla prova**.

● Anche gli **errori** diventano occasioni per **riflettere** e migliorare!



Un percorso visivo e guidato per acquisire sicurezza e capire davvero ciò che fai.

Matematica perché

Percorsi che valorizzano l'errore e il ragionamento

Una serie di quaderni operativi pensata per accompagnarti oltre il semplice «saper fare», verso il **capire davvero la matematica**.

Ogni attività guida a comprendere che **cosa** fare, **come** farlo e il **perché** di ogni passaggio, attraverso spiegazioni, esercizi e momenti di riflessione. Gli **errori** diventano **occasioni** di apprendimento e gli esercizi stimolano il ragionamento, non solo l'automatismo.

Un percorso strutturato e visivo che favorisce **autonomia**, **consapevolezza** e **pensiero critico**.

€ 12,00



9 788859 046677

www.erickson.it

INDICE

Presentazione del libro 5

Mappe dei percorsi 6

Capitolo 1 Frazioni 13

Cos'è e come si fa 13

Capiamo perché 14

Attività 1-4 15

Capitolo 2 Frazioni equivalenti 23

Cos'è e come si fa 23

Capiamo perché 24

Attività 1-6 25

Capitolo 3 Confrontare frazioni e minimo comune multiplo 37

Cos'è e come si fa 37

Capiamo perché 38

Attività 1-4 39

Capitolo 4	Addizioni e sottrazioni tra frazioni	47
	Cos'è e come si fa	47
	Capiamo perché	48
	Attività 1-4	49
Capitolo 5	Moltiplicazioni tra frazioni	57
	Cos'è e come si fa	57
	Capiamo perché	58
	Attività 1-6	59
Capitolo 6	Divisioni tra frazioni	71
	Cos'è e come si fa	71
	Capiamo perché	72
	Attività 1-5	73
Capitolo 7	Potenze ed espressioni tra frazioni	83
	Cos'è e come si fa	83
	Capiamo perché	84
	Attività 1-6	85

Presentazione del libro

Perché per dividere due frazioni dobbiamo fare una moltiplicazione?

Perché un esponente negativo «capovolge» la frazione?

Perché si cerca il minimo dei multipli comuni e non il massimo?

In matematica non basta sapere come si fa. La parte più interessante è scoprire perché funziona.

Questo libro ti accompagna nello studio delle frazioni, con l'obiettivo di attivare il pensiero logico e presentarti la matematica come un percorso di scoperta e di relazioni, non come un elenco di regole da imparare a memoria.

Ma come si fa a capire di aver capito?

C'è un modo che funziona sempre: mettersi alla prova, sbagliare e riflettere. Ogni errore è una risorsa importantissima per imparare.

Come funziona questo libro?

Ogni capitolo parte dalle idee essenziali e ti porta subito a ragionare su quello che stai facendo.

- Nelle pagine *Cos'è e come si fa* esploriamo gli ingredienti teorici essenziali, spiegati un passo alla volta.
- Nelle pagine *Capiamo perché* trasformiamo il «so fare» in «ho capito», scoprendo le ragioni per cui una regola funziona.

E poi, tocca a te!

- Con le attività *Mettiamoci alla prova* puoi esercitarti con domande a risposta multipla.
- Con le spiegazioni *Ragioniamoci su* puoi verificare se hai dato la risposta esatta oppure, se hai dato la risposta sbagliata, puoi capire se hai fatto un errore di ragionamento o di passaggio (e vedere in che punto sei «inciampato»).

Capitolo
4

Mappa del percorso

Addizioni e sottrazioni tra frazioni

Come si addizionano due frazioni?

Addizionare frazioni richiede qualche passaggio in più rispetto ai numeri interi. Scopriamo quali.

Passo

1

Passo

2

Come fare se ci sono due segni «vicini»?

Cosa succede quando due segni si trovano uno accanto all'altro?

Passo

3

Passo

4

Perché l'opposto di un numero negativo è positivo?

Scopriamo cosa succede nella retta numerica quando calcoliamo l'opposto di una frazione negativa.

Passo

5

Come si sottraggono due frazioni?

La sottrazione segue lo stesso percorso dell'addizione, ma qualcosa cambia: scopriamo cosa.

Perché per addizionare o sottrarre due frazioni si calcola il denominatore comune?

Senza un denominatore comune, addizionare frazioni diverse sarebbe molto difficile: capiamo perché!

Addizioni e sottrazioni tra frazioni

Cos'è e come si fa

■ Come si addizionano due frazioni?

Per addizionare due frazioni dobbiamo:

- 1) trovare il minimo comune multiplo tra i denominatori;
- 2) determinare le frazioni equivalenti;
- 3) sommare i numeratori.

Vediamo un esempio: addizioniamo $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{5}$.

- 1) Determiniamo il denominatore della frazione somma calcolando il denominatore comune tra le due frazioni (minimo comune multiplo tra 3 e 5): m.c.m. (3, 5) = 15

- 2) Troviamo le frazioni equivalenti alle due frazioni iniziali con denominatore 15:

$$\frac{2}{3} \xrightarrow{\cdot 5} \frac{10}{15} \quad \frac{3}{5} \xrightarrow{\cdot 3} \frac{9}{15}$$

- 3) Determiniamo il numeratore della frazione somma, addizionando i due numeratori:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{10}{15} + \frac{9}{15} = \frac{10+9}{15}$$

Abbiamo finito! Il risultato è $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{19}{15}$.

■ Come si sottraggono due frazioni?

Per sottrarre due frazioni seguiamo gli stessi passaggi visti sopra, ma con una differenza nel passaggio 3: quando calcoliamo il numeratore della differenza si devono sottrarre i numeratori (tenendo conto dei segni!).

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{3} = \frac{9}{15} - \frac{10}{15} = \frac{+9-10}{15} = \frac{-1}{15} = -\frac{1}{15}$$

■ Come fare se ci sono due segni «vicini»?

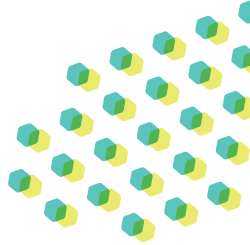
Può capitare di trovare situazioni come $-\left(\frac{5}{6}\right) \circ +\left(-\frac{5}{6}\right) \circ -\left(+\frac{5}{6}\right)$. Come si ragiona in questi casi? Vediamoli uno a uno.

$-\left(-\frac{5}{6}\right)$ è lo stesso che cercare l'opposto di $-\frac{5}{6}$. Quindi:

$$-\left(-\frac{5}{6}\right) = +\frac{5}{6}$$

Negli altri due casi, invece, possiamo vederla così: in $+\left(-\frac{5}{6}\right)$ stiamo aggiungendo una quantità negativa, mentre in $-\left(+\frac{5}{6}\right)$ stiamo togliendo una quantità positiva. In entrambi i casi otteniamo una frazione negativa!

$$+\left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{5}{6} \quad -\left(+\frac{5}{6}\right) = -\frac{5}{6}$$



Capiamo perché

Perché per addizionare o sottrarre due frazioni si calcola il denominatore comune?

Lo abbiamo già visto nel capitolo precedente: se non abbiamo lo stesso denominatore vuol dire che l'intero è diviso in parti di dimensione diversa!

Quindi, per poter addizionare o sottrarre due frazioni, bisogna prima trovare un denominatore comune in modo da avere parti della stessa grandezza.

Ad esempio, nel caso di $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$, troviamo il denominatore comune a entrambe le frazioni che è 15. In seguito, calcoliamo le frazioni equivalenti e procediamo a sommare le parti considerate (numeratore).

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15} \quad \left| \quad \frac{3}{5} = \frac{9}{15}\right.$$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{19}{15}$$

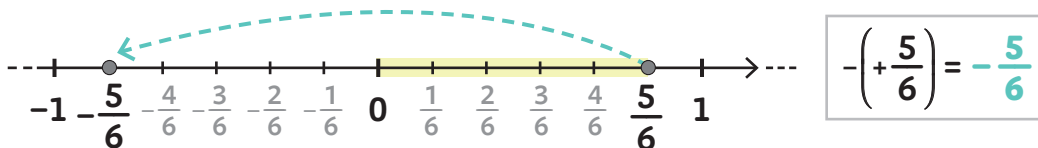
Perché l'opposto di un numero negativo è positivo?

Ogni volta che mettiamo un «meno» davanti a un numero stiamo determinando l'opposto di quel numero!

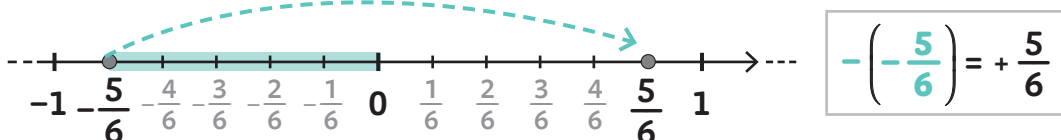
Ad esempio, se mettiamo un meno davanti a $+\frac{5}{6}$ otteniamo $-\left(+\frac{5}{6}\right)$, che è uguale a $-\frac{5}{6}$ ed è proprio l'opposto di $+\frac{5}{6}$.

$$-\left(+\frac{5}{6}\right) = -\frac{5}{6}$$

Se passiamo alla retta numerica orientata, per determinare l'opposto di un numero si deve «ribaltare rispetto allo zero»: partiamo dal punto che corrisponde al numero iniziale e troviamo il suo simmetrico rispetto allo 0.



Lo stesso vale anche per i numeri negativi: l'opposto di $-\frac{5}{6}$ si trova facendo $-(-\frac{5}{6})$ che è uguale a $+\frac{5}{6}$.



Mettiamoci alla prova • Attività 1

Qual è il risultato di questa sottrazione?

$$2 - \frac{1}{9}$$

A

$$\frac{3}{9}$$

B

$$\frac{17}{9}$$

C

$$\frac{1}{9}$$

D

$$\frac{19}{9}$$

E

SONO TUTTE FALSE!

Ragioniamoci su • Attività 1

Qual è il risultato di questa sottrazione?

A La sottrazione $2 - \frac{1}{9}$ non può dare come risultato $\frac{3}{9}$. Ricorda: quando addizioniamo o sottraiamo frazioni è importante che abbiano lo stesso denominatore, altrimenti si confrontano parti di grandezze diverse!

B Per effettuare questa sottrazione, trasformiamo 2 in $\frac{2}{1}$ (è la stessa cosa!):

$$2 - \frac{1}{9} = \frac{2}{1} - \frac{1}{9}$$

Calcoliamo poi il minimo comune multiplo fra i denominatori 1 e 9 che è 9 e trasformiamo le frazioni iniziali in frazioni equivalenti con denominatore 9:

$$\frac{2}{1} - \frac{1}{9} = \frac{18}{9} - \frac{1}{9}$$

Infine, sottraiamo i numeratori, ottenendo $\frac{17}{9}$.

$$\frac{18}{9} - \frac{1}{9} = \frac{18 - 1}{9} = \frac{17}{9}$$

C Se hai ottenuto $\frac{1}{9}$ potresti non aver portato 2 a denominatore comune con $\frac{1}{9}$. Prima di fare la sottrazione le due frazioni devono essere portate allo stesso denominatore!

D Probabilmente qualcosa è andato storto nel calcolo finale. Nella parte finale, quando si calcola $\frac{18}{9} - \frac{1}{9}$ bisogna sottrarre i numeratori, non addizionarli, ottenendo $\frac{18 - 1}{9} = \frac{17}{9}$.

E Tra le opzioni c'era il risultato corretto! Nell'opzione B trovi lo svolgimento.