

Indice

- 7** *Introduzione*
- 9** **CAP. 1** Lo sviluppo delle abilità di calcolo
- 17** **CAP. 2** Il programma

Schede operative

- 21** Numeri naturali
- 81** Numeri razionali
 - Frazioni
 - Numeri decimali
- 133** Rapporti e proporzioni
- 151** Numeri relativi
- 167** Calcolo letterale
- 197** Esercizi di consolidamento

Il programma

Le attività si articolano per nuclei concettuali: i numeri naturali/interi, le frazioni, i numeri decimali, i rapporti e le proporzioni, i numeri relativi e il calcolo letterale. Esse sono state sviluppate tenendo presenti sia i processi basali dell'intelligenza numerica (processi semantici, lessicali, sintattici, di calcolo e procedurali) sia le richieste scolastiche tipiche della scuola secondaria di primo grado. Tutte le attività prevedono una iniziale situazione problematica che implica un particolare ragionamento da cui ricavare, successivamente, procedure e regole. In generale, ogni nuova acquisizione è presentata con un aggancio diretto al significato e all'uso che se ne può fare, quindi viene data enfasi ai processi lessico-sintattici e infine procedurali. Ogni gruppo di attività è associato a una serie di esercizi che consentono il consolidarsi delle nuove acquisizioni. Tuttavia, è da tenere presente che per la natura degli apprendimenti in gioco le attività proposte non sono sufficienti a rendere automatici certi passaggi, pertanto sarà cura dell'operatore o insegnante trovare altre modalità per favorire un consolidamento tale che ne permetta il recupero in futuro. Qui ci preme sottolineare che per aumentare le probabilità di ricordare e usare nel tempo certe acquisizioni si è sempre associato un «ragionamento» di base per agganciarlo all'uso reale e per comprendere e apprezzare la matematica nei suoi diversi aspetti.

Numeri naturali

Questi sono i numeri con cui i bambini hanno imparato a operare e ragionare rispetto al «senso del numero» e che utilizzano per «contare» e «ordinare» in modo sempre più efficiente. Gli argomenti affrontati sono rispettivamente: multipli e divisori, minimo comune multiplo e massimo comun divisore, espressioni, potenze e radice quadrata che richiedono da un punto di vista processuale l'apprendimento del lessico relativo, delle funzioni e delle procedure.

Il primo argomento, multipli e divisori, può essere considerato un ampliamento delle strategie di calcolo mentale che i bambini hanno già sviluppato: le numera-

zioni. I multipli, infatti, non sono altro che numerazioni a più unità per volta. Le attività iniziali fanno riflettere sul significato di «multiplo» riferendolo a situazioni concrete da cui dedurre le modalità per calcolare e consentono di richiamare alla memoria le conoscenze precedenti. Anche per i divisori si è proceduto nello stesso modo, con attenzione ai casi particolari quali i numeri primi. Completano l'area alcune attività relative ad apprendimenti di tipo procedurale.

Minimo comune multiplo e massimo comun divisore sono riferiti in prima istanza a situazioni pratiche (ad esempio, prendere l'autobus contemporaneamente per il m.c.m.) in modo da far comprendere che questi apprendimenti scolastici sono utili anche nella vita quotidiana.

L'espressione con i naturali viene presentata con un problema che necessita, per la soluzione, di una sequenza obbligata di operazioni. Si pone enfasi all'ordine di esecuzione delle operazioni e all'uso delle parentesi.

Nelle potenze, per l'importanza del tema, come sempre vi è la sottolineatura della semantica. Sono presentate visivamente in modo da associare il termine «potenza» a una «espansione super della moltiplicazione». Sugeriamo di lavorare molto a livello lessicale, livello legato ovviamente alla notazione e al significato, in quanto spesso si rilevano errori dovuti a un errata attivazione del lessico corretto (ad esempio, $2^3 \rightarrow 2/3$). Completa questa sezione il lavoro dalla potenza alla radice quadrata, per la parte semantica e l'apprendimento delle procedure organizzate passo dopo passo. Imparare procedure che richiedono molti passi (+ 7) richiede tempo e fatica. Vorremmo quindi ricordare che, a nostro avviso, l'essenziale è comprendere il significato delle radici quadrate, ricordarne le proprietà, e, soprattutto, far ipotizzare il possibile risultato prima a mente per poi verificarlo, accontentandosi di una buona approssimazione e riservandosi di calcolarlo con accuratezza applicando l'algoritmo solo se è proprio indispensabile.

Frazioni

Si presenta in prima istanza la frazione come quoziente di due numeri interi, riprendendo le tradizionali strategie di insegnamento. L'ancoraggio a ciò che i ragazzi già sanno è il punto di partenza per farli progredire in questa acquisizione complessa per la varietà di rappresentazioni utilizzate, che rimandano a problematiche e applicazioni diverse. Sarà cura dell'insegnante presentare uno sfondo per far comprendere l'utilità della frazione nella vita di tutti i giorni, favorendo il riconoscimento delle frazioni proprie, improprie, apparenti. Particolare attenzione dovrà essere posta nella presentazione di frazione equivalente e di ordinamento delle frazioni, in cui deve prevalere la semantica rispetto agli altri aspetti. Le operazioni con le frazioni completano le attività specifiche.

Numeri decimali

I numeri decimali sono presentati con una situazione simile a quella delle frazioni per mantenere la continuità da un punto di vista concettuale (frazione generatrice). Si prosegue quindi facendo riflettere il ragazzo sulle caratteristiche dei numeri decimali e sulla necessità, in determinati casi, di ritornare alla frazione

generatrice per facilitare i calcoli delle operazioni. Chiude questo breve intervento una riflessione sull'uso dei numeri decimali.

Rapporti e proporzioni

Nel trattare questo argomento è essenziale che inizialmente i ragazzi si impraticiscano nell'uso dei termini «scala» e «rapporto» e sappiano, quindi, riferire il termine «rapporto» al processo di misurazione. Si prosegue facendo ragionare i bambini sulla invarianza dei rapporti tra base e altezza di figure e tra perimetri. Il passaggio successivo va dai rapporti alle proporzioni per arrivare a calcolare il valore dell'incognita. La proporzionalità diretta è rappresentata tramite tabella che consente di guidare il ragazzo nella scrittura della proporzione. La stessa strategia è usata anche per la proporzionalità inversa.

Numeri relativi

Si introducono i numeri relativi con la storia di Roberto, che ama fare immersioni subacquee. In modo molto intuitivo, quindi, sono introdotti semanticamente i numeri relativi e la terminologia appropriata. Sempre tramite storie di ragazzi che guadagnano qualcosa, ma anche spendono, vengono affrontati l'ordinamento, le operazioni e le potenze con i numeri relativi. Ci si sofferma su queste storie perché sono in rapporto diretto con l'esperienza dei ragazzi e perché consentono una rappresentazione mentale adeguata dei numeri relativi, che non sono di semplice e immediata comprensione (meno ricco → più povero) e per molti bambini anche «difficili», poiché richiedono la ristrutturazione e l'arricchimento dell'insieme di conoscenze numeriche fino a quel momento consolidate.

Calcolo letterale

L'ultima sezione prevede il calcolo letterale ed è da considerarsi come semplice avvio all'astrazione generalizzata. Si articola in monomi e polinomi, equazioni e calcolo dell'incognita, e calcolo. Anche in questo caso si introducono e sviluppano i diversi argomenti a partire da situazioni problematiche. In un primo tempo si cerca di far comprendere il senso del numero e/o dell'operazione e poi si puntualizza la terminologia. Attenzione particolare è data all'aspetto procedurale delle attività proposte.

F 11

Espressioni con le frazioni

«Alla festa di compleanno di Silvana hanno portato molte pizze, che gli amici si sono divisi a pezzi... lasciando un sacco di avanzi! Silvana vuole scoprire quanta pizza è rimasta. Come?»

Silvana raccoglie: due pizze intere, cinque mezzepizze, sette terzi di pizza e un quarto di pizza! Alla fine dà la metà di due terzi di pizza per merenda al suo cagnolino Birillo.

Mettiamo insieme tanti pezzi di pizza di diversa grandezza!

$$\begin{aligned} & \text{due pizze intere} + \text{cinque mezzepizze} + \text{sette terzi di pizza} + \text{un quarto di pizza} - \text{la metà di due terzi di pizza} = \\ & = 2 \text{ pizze intere} + 5 \text{ volte } 1/2 \text{ di pizza} + 7 \text{ volte } 1/3 \text{ di pizza} + 1/4 \text{ di pizza} - 2/3 \text{ di pizza diviso } 2 = \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{1} + 5 \cdot \frac{1}{2} + 7 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \left(\frac{2}{3} : 2\right) =$$



Ecco l'espressione!

Prima esegui moltiplicazioni e divisioni...

...poi addizioni e sottrazioni!

$$= \frac{2}{1} + \frac{5}{2} + \frac{7}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{24}{12} + \frac{30}{12} + \frac{28}{12} + \frac{3}{12} - \frac{4}{12} =$$

$$= \frac{24 + 30 + 28 + 3 - 4}{12} =$$

$$= \frac{81}{12^4} = \frac{27}{4}$$

A Silvana rimangono 27/4 di pizza!

(continua)

Prova da solo a risolvere l'espressione:

$$3 \cdot \frac{2}{4} + 2 \cdot \frac{4}{2} - 6 : \frac{9}{2} - 3 =$$

$$\underline{3 \cdot \frac{2}{4}} + \underline{2 \cdot \frac{4}{2}} - \underline{6 : \frac{9}{2}} - 3 =$$

$$\dots\dots + \dots\dots - \dots\dots - \dots =$$



«Alla festa di compleanno di Giovanna hanno portato moltissime torte. Alla fine della festa Lucia e Giovanna raccolgono tutti i pezzi rimasti. Qual è la quantità di torta rimasta?»

Giovanna ha raccolto tre mezzette e un quarto di torta; Lucia raccoglie il triplo di quello che ha raccolto Giovanna.

Giovanna ha raccolto $3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

Lucia ha raccolto $3 \cdot (3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4})$



Mettiamo insieme tutto:

$$3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 3 \cdot (3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) =$$

(continua)

Risolviamo!

$$\begin{aligned} & 3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 3 \cdot \left(3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) = \\ & = 3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 3 \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4} \right) = \\ & = 3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 3 \cdot \left(\frac{6}{4} + \frac{1}{4} \right) = \\ & = 3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{7}{4} = \\ & = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} + \frac{21}{4} = \\ & = \frac{6}{4} + \frac{1}{4} + \frac{21}{4} = \\ & = \frac{28}{4} \end{aligned}$$

Se ci sono parentesi diverse prima le tonde, poi le quadrate e infine le graffe!



Semplifica il risultato!

$$\frac{28^7}{4^7} = \frac{7}{1} = 7$$

Prova da solo:

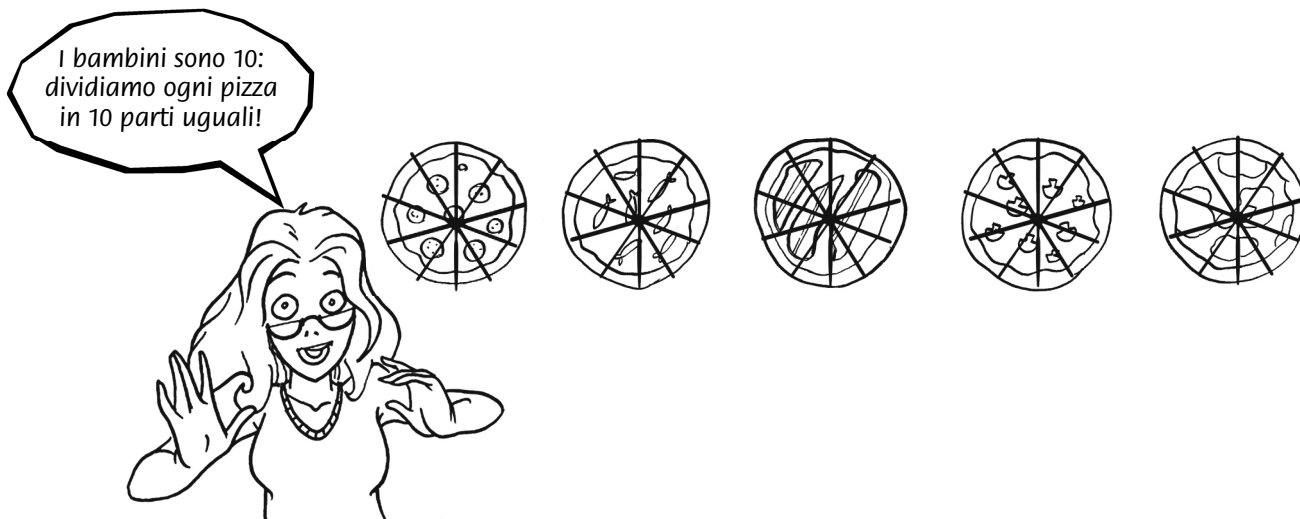
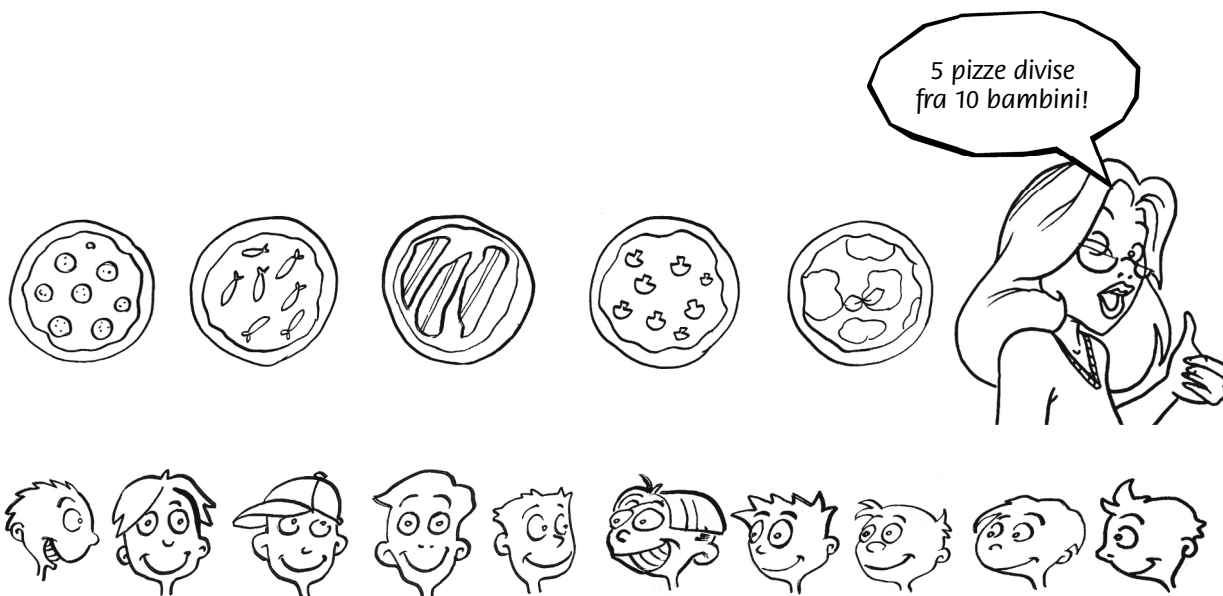
$$\left\{ 9 \cdot \frac{7}{3} - \left[25 - \left(3 \cdot \frac{5}{3} + \frac{5}{2} \cdot 2 + 18 : \frac{6}{3} - \frac{4}{2} \right) + 1 \right] \right\} + \left(9 \cdot \frac{2}{3} - 4 \cdot \frac{1}{2} \right) =$$

(la soluzione è 16)

D 1

I numeri decimali limitati

«Teresa ha 5 pizze, una diversa dall'altra, che deve dividere tra 10 bambini... quanto riceve ogni bambino?»



Ciascun bambino riceverà $\frac{1}{10}$ di ogni pizza, quindi $\frac{5}{10}$ di pizza.

(continua)


Se dividi 5 pizze tra 10 bambini, usando la divisione con la virgola il quoziente è 0,5!

$5 : 10 = 0,5$

$5 : 10 = \frac{5}{10}$

Il numero decimale e la frazione indicano la stessa quantità: sono equivalenti!

Si chiama frazione decimale una frazione che ha denominatore 10, 100, 1000, ecc.



Puoi trasformare i numeri decimali nelle loro frazioni decimali equivalenti, le frazioni generatrici.

La frazione «genera» un numero decimale dividendo il numeratore per il denominatore!

Il numero decimale e la sua frazione generatrice sono equivalenti!



(continua)

Prova tu!

0,7 diventa 0 interi e 7 decimi, quindi $\frac{7}{10}$

0,2 diventa 0 interi e 2 decimi, quindi

0,37 diventa 0 interi 3 decimi e 7 centesimi, quindi $\frac{37}{100}$

0,571

1,5 diventa 1 intero e 5 decimi, quindi $\frac{15}{10}$

1,25 corrisponde a 1 intero 2 decimi e 5 centesimi, quindi

2,34 ha come frazione generatrice

156,3

0,123

12,15

Trasforma le frazioni generatrici in numeri decimali:

$\frac{75}{100}$ corrisponde a 75 centesimi (75 c), cioè a 0,75

$\frac{48}{10}$

$\frac{124}{100}$

$\frac{84}{100}$

$\frac{39}{10}$