

Indice

- 9 *Introduzione*
- 11 **CAP. 1** La piega e la psicologia cognitiva
- 21 **CAP. 2** La piega e l'apprendimento della geometria
- 27 Bibliografia
- 29 **Attività introduttive**
Giochiamo alle pieghe!
- 45 **1** **Denominare**
 - 1.1 La retta e il punto
 - 1.2 L'angolo
 - 1.3 L'angolo retto
 - 1.4 L'angolo piatto
 - 1.5 L'angolo giro e l'angolo nullo
 - 1.6 La bisettrice
 - 1.7 Il segmento
 - 1.8 Il punto medio e l'asse
 - 1.9 I punti, i segmenti e gli angoli in simboli
- 71 **2** **Confrontare**
 - 2.1 Angoli concavi e convessi
 - 2.2 Angoli in libertà
 - 2.3 L'angolo retto e le sue particolarità
 - 2.4 L'angolo piatto e le sue particolarità
 - 2.5 L'angolo giro e le sue particolarità
 - 2.6 Angoli maggiori o minori di altri angoli
 - 2.7 Angoli congruenti
 - 2.8 Angoli opposti al vertice
 - 2.9 Le caratteristiche della bisettrice di un angolo
 - 2.10 Le caratteristiche dell'asse di un segmento
 - 2.11 Confrontare segmenti
- 115 **3** **Comporre e scomporre**
 - 3.1 Angoli consecutivi e adiacenti
 - 3.2 Somma di angoli

- 3.3 Differenza di angoli
- 3.4 Somme e differenze
- 3.5 Somme particolari
- 3.6 Multipli di angoli
- 3.7 Sottomultipli di angoli con bisezione

141  **Classificare**

- 4.1 Classificazione di angoli singoli
- 4.2 Classificazione di coppie di angoli
- 4.3 Dall'oggetto alla classe
- 4.4 Relazioni fra classi

179  **Riconoscere**

- 5.1 Riconoscere angoli retti
- 5.2 Riconoscere angoli acuti e ottusi
- 5.3 Riconoscere angoli concavi e convessi
- 5.4 Riconoscere bisettrici
- 5.5 Riconoscere assi
- 5.6 Riconoscere e costruire segmenti congruenti
- 5.7 Riconoscere e costruire angoli congruenti
- 5.8 Riconoscere angoli complementari e supplementari

203 **Il disco degli angoli**

Attività con il disco degli angoli

Introduzione

Nel campo della psicologia non esistono molte ricerche riguardanti in modo specifico il riconoscimento degli oggetti geometrici (enti fondamentali e figure), né il modo in cui la cognizione geometrica si evolva e potenzi.

Il nostro lavoro si ispira sia a fonti di pensiero scientifico classiche come Piaget (1952, trad. it.) e Vygotskij (1974, trad. it.), sia alle più recenti ipotesi di cognizione visuo-spaziale e di plasticità cerebrale.

Il tutto ci consente infatti di capire come attraverso didattiche semplici, quali l'uso della piegatura della carta, sia possibile nello stesso tempo rispettare le fasi naturali di sviluppo e potenziare la zona prossimale della cognizione geometrica e la sua plasticità cognitiva.

Guida al testo

Il testo è costituito da una parte iniziale dedicata agli aspetti cognitivi legati alla piegatura della carta e da una parte centrale completamente dedicata alle attività.

Le attività sono raggruppate per processi generali quali:

- denominare
- confrontare
- comporre/scomporre
- classificare
- riconoscere.

La suddivisione del programma in queste cinque aree di potenziamento trae spunto dai lavori di Lucangeli e collaboratori (2009).

L'organizzazione delle attività prevede che i risultati o output di ciascun gruppo (processo) siano l'input del gruppo di attività successivo in un crescendo di difficoltà. Da un gruppo di attività all'altro i processi sono compresenti, ma uno domina sull'altro: la conoscenza avviene infatti per *accrescimento* all'inter-

no della stessa attività e per *ristrutturazione* passando da un'attività all'altra (ad esempio, la denominazione può essere vista come una proto-classificazione o una classificazione passiva).

Una parte introduttiva sarà anche dedicata ai traguardi di ordine geometrico che ci prefiggiamo, ovvero all'insieme di idee e concetti che vogliamo comunicare agli studenti al termine di quest'opera. In sintesi, l'obiettivo geometrico principe è quello di condurre gli alunni a «intelligere», sulla base di caratteristiche rilevanti, gli enti fondamentali della geometria: punto, retta, semiretta, segmento, angolo.

Le attività che presentiamo sono accessibili per i ragazzi e realizzabili con materiali molto poveri: sostanzialmente fogli di carta (possibilmente riciclata o usata) e colori.

L'esperienza sul campo ci ha insegnato che i bambini piegano la carta senza sforzo e con un allenamento minimo sono in grado di farlo con sufficiente precisione. Per questo motivo la sezione «Attività introduttive: Giochiamo alle pieghe!» comprende una guida delle pieghe più importanti e più utilizzate in cui è bene che gli studenti si esercitino.

Alcune attività sono precedute da una parte di spiegazione anche molto dettagliata per l'insegnante, il quale deve ricordare che la semplicità è una condizione di arrivo e non di partenza. Affinché un compito sia semplice per i bambini è infatti richiesto un lavoro preliminare lungo e accurato da parte del docente: per questo motivo la spiegazione delle nostre attività a volte potrà risultare lunga e articolata, ma è esclusivamente nell'intento di proporre con la maggiore chiarezza possibile il modo per semplificarla agli occhi degli alunni. Invitiamo pertanto gli insegnanti a leggere con attenzione l'introduzione alle attività (quando è prevista) e a provare ciascun esercizio personalmente prima di realizzarlo in classe.

Il testo si colloca all'interno di un'opera di ampio respiro dedicata alla geometria, realizzata e spiegata attraverso la piegatura della carta. I volumi successivi della collana saranno dedicati a:

- trasformazioni del piano
- classificazione dei triangoli
- quadrilateri
- assiomi della geometria euclidea
- coniche.

Il percorso è rivolto ad alunni dalla prima classe della scuola primaria alla quinta classe della secondaria di secondo grado.

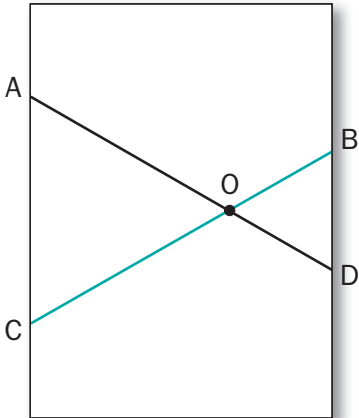
In allegato al volume è previsto uno strumento da costruire e utilizzare come supporto per la spiegazione e la comprensione degli angoli e delle loro caratteristiche rilevanti. Si tratta di un artefatto geometrico mediatore di significato per la rappresentazione dinamica degli angoli. I materiali e le istruzioni per crearlo, oltre ad alcune attività da svolgere con esso, sono specificati nella sezione finale «Il disco degli angoli».



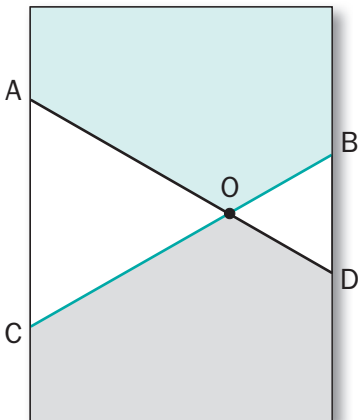
2.4

L'ANGOLO PIATTO E LE SUE PARTICOLARITÀ

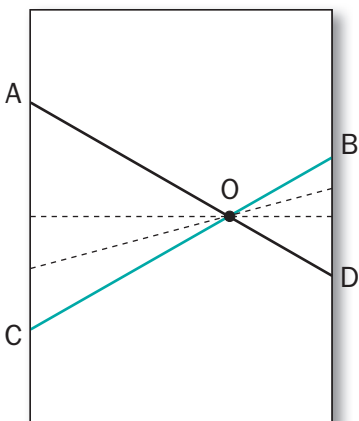
Realizziamo due pieghe casuali che si incrociano in un punto e coloriamone una di nero e una di verde.



Coloriamo gli angoli BOA e COD.



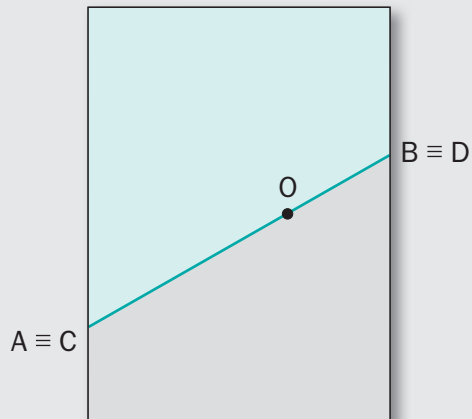
Mantenendo la piega CB (verde), realizziamo altre pieghe sempre passanti per O, progressivamente più vicine alla piega CB (verde); a ogni nuova piega, coloriamo i nuovi angoli BOA e COD.



Continuiamo poi l'attività proponendo agli alunni alcune domande e osservazioni (suggerite nel riquadro che segue) per stimolarne la riflessione.

Osservazioni e domande stimolo

- Cosa succede ai due angoli colorati?
- Cosa succede ai due angoli bianchi?
- Cosa succederebbe se la piega AD (nera) fosse sovrapposta alla piega CB (verde)? Gli angoli bianchi sparirebbero... e gli angoli colorati? Gli angoli colorati diventerebbero angoli piatti.



- Gli angoli sono sempre quattro?
- Cosa succede agli angoli bianchi? Essi diventano angoli nulli.
- Cosa caratterizza gli angoli piatti? Nascono da due pieghe particolari, due pieghe sovrapposte.
- Cosa si può dire dei lati di un angolo piatto?
- Quanti angoli generano due pieghe sovrapposte?

ABBIAMO IMPARATO CHE...

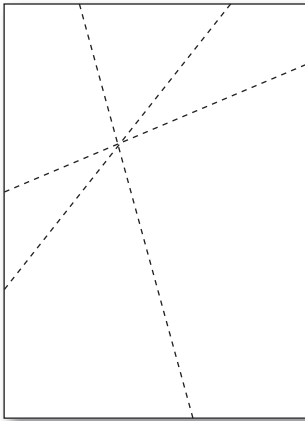
I lati dell'angolo piatto giacciono sulla stessa piega.



3.1

ANGOLI CONSECUTIVI E ADIACENTI

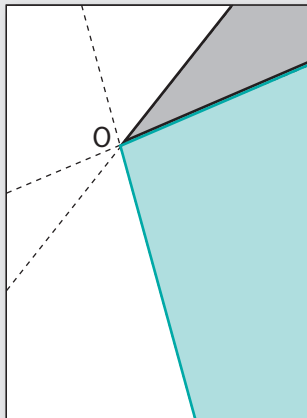
Realizziamo tre pieghe casuali che si incontrano tutte nello stesso punto.



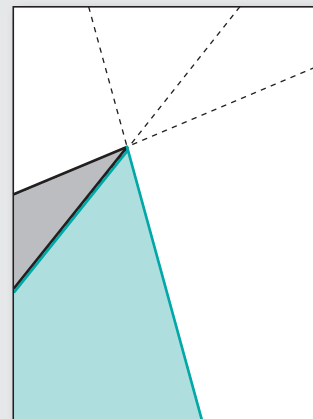
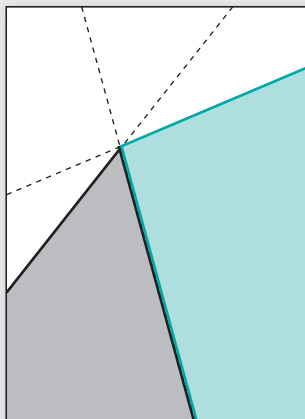
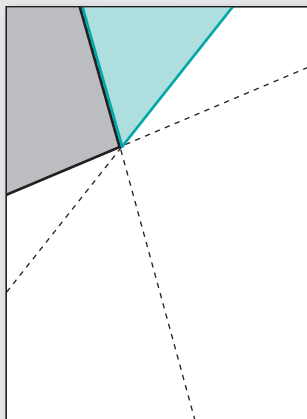
Proseguiamo ora proponendo agli alunni alcune domande e osservazioni (suggerite nel riquadro qui sotto) per stimolarne la riflessione.

Osservazioni e domande stimolo

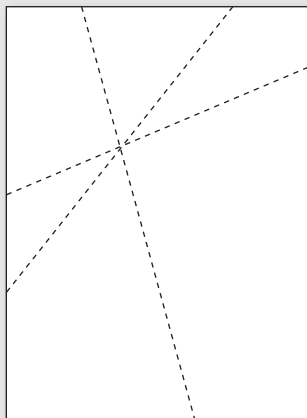
- Considerate questa coppia di angoli.



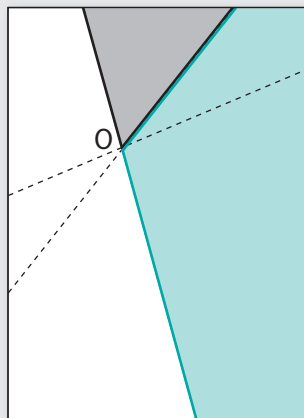
- Che cosa hanno in comune questi angoli?
- E cosa potete dire dei lati che non sono sovrapposti? Sono dalla stessa parte o da parti opposte rispetto al lato in comune?
- Due angoli di questo tipo si chiamano **consecutivi**, perché uno segue esattamente l'altro.
- Riuscite a individuare altre coppie di angoli consecutivi? Di seguito alcuni esempi.



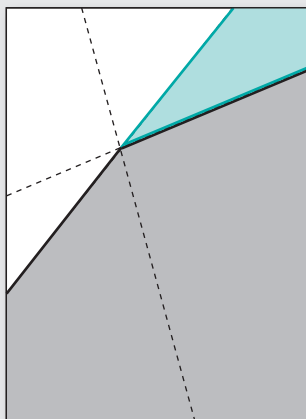
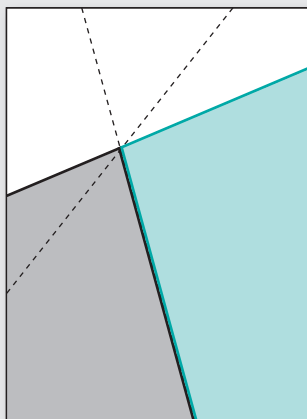
- Partite sempre dal foglio piegato in questo modo...



- ... e considerate ora questa coppia di angoli.



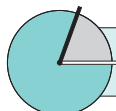
- Sono consecutivi? Cosa potete dire dei lati che non sono sovrapposti?
- Osservate: hanno una caratteristica particolare, cioè giacciono sulla stessa piega e sono uno il prolungamento dell'altro. Questa caratteristica dovrebbe ricordarvi un angolo speciale: quale? Angoli di questo tipo si chiamano **adiacenti**.
- Sapete individuare altre coppie di angoli adiacenti? Alcuni esempi sono i seguenti.



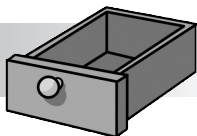
ABBIAMO IMPARATO CHE...

È significativo per una coppia di angoli avere un lato e il vertice in comune e gli altri due lati da parti opposte: questi angoli sono CONSECUTIVI.

Se due angoli CONSECUTIVI hanno il secondo lato sulla stessa piega, allora si dicono ADIACENTI.



Si veda anche l'attività con il disco degli angoli



4.2

CLASSIFICAZIONE DI COPPIE DI ANGOLI

4.2.1 CON UN ATTRIBUTO: ANGOLI LA CUI SOMMA È UN ANGOLO RETTO (SOMMA $\cong R$)

Osservazioni preliminari

Per questa attività le posizioni degli angoli non contano, potrebbero anche essere angoli su fogli diversi.

DEFINIZIONE DELLA CLASSE: *Creazione della scatola – Angoli la cui somma è un angolo retto (Somma $\cong R$)*

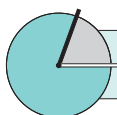
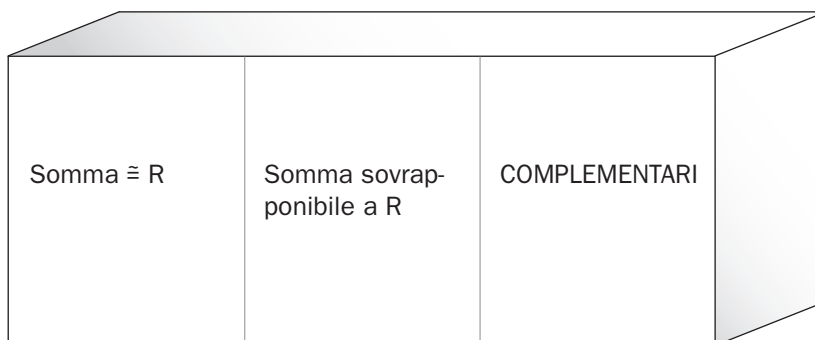
- Predisponiamo una scatola di carta vuota e scriviamo sul bordo il nome dell'attributo: «ANGOLI LA CUI SOMMA È UN ANGOLO RETTO (SOMMA $\cong R$)».

ATTRIBUZIONE DI OGGETTI A UNA CLASSE: *Riempimento della scatola – Angoli la cui somma è un angolo retto (Somma $\cong R$)*

- Dato il gruppo di angoli di partenza, cerchiamo le coppie con gli attributi richiesti.
- Raggruppiamo tutte le coppie trovate e mettiamole nella scatola predisposta.

ASSEGNAZIONE DELL'IDENTIFICATIVO: *Il gioco dei nomi*

- Chiediamo ai bambini di proporre, per gli oggetti contenuti nella scatola, alcune «etichette»:
 - un simbolo
 - un descrittore di attributo esplicito
 - un nome evocativo
 - un nome di fantasia libero.
- Esponiamo poi il nome convenzionale e ufficiale «dei grandi»: ANGOLI COMPLEMENTARI.
- Completiamo la *marcatura degli angoli* con l'attributo: *Angoli la cui somma è un angolo retto (Somma $\cong R$)* o il nome COMPLEMENTARI.
- Completiamo infine la *marcatura della scatola* con le molte informazioni che fungeranno in seguito da legenda:
 - l'attributo: *Angoli la cui somma è un angolo retto (Somma $\cong R$)*
 - il nome dei grandi (COMPLEMENTARI)
 - l'operazione di confronto (*Posti uno di seguito all'altro si sovrappongono a R*) rispetto al modello.



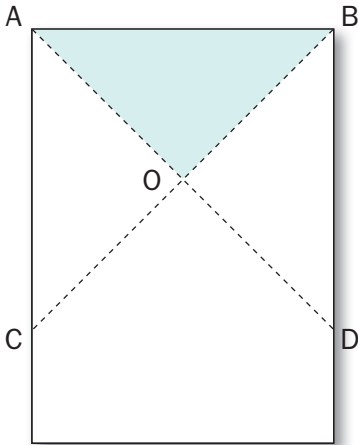
Si veda anche l'attività con il disco degli angoli



5.1

RICONOSCERE ANGOLI RETTI

Pieghiamo un foglio, sovrapponendo prima il margine superiore al margine sinistro, poi il margine superiore al margine destro.



Proseguiamo dunque l'attività proponendo agli alunni alcune domande e osservazioni (suggerite nel riquadro qui sotto) per stimolarne la riflessione.

Osservazioni e domande

- Vogliamo verificare che l'angolo BOA è retto.

RICORDA!

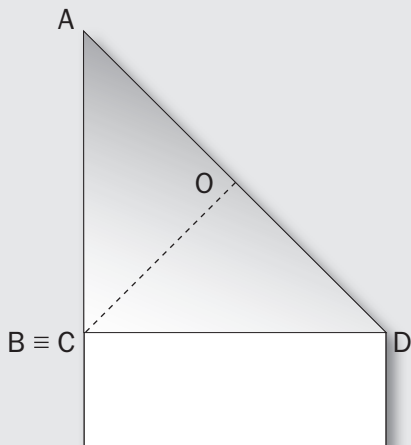
Quando un angolo è retto?

Quando i suoi lati prolungati creano quattro angoli congruenti.

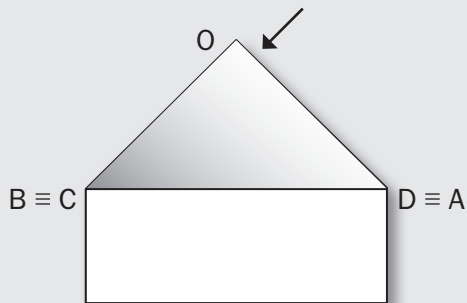
Qual è la piega che consente di creare angoli retti?

La piega che porta una piega su stessa.

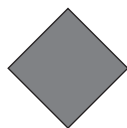
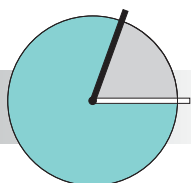
- Sapete costruire l'angolo retto di lato OB e vertice O? Ricordate la piega che consente di creare angoli retti... Realizzate quindi la piega che porta la piega BC su se stessa passando per O.



- Questa è la piega cercata. Cosa osservate?
- Tale piega è sovrapposta alla piega AD, ovvero è la stessa piega.
- Quindi? Cosa potete dire dell'angolo formato dalle pieghe AO e OB? Che l'angolo BOA è retto, perché la piega perpendicolare a BC passante per O è proprio AD.
- Potete fare anche questa ulteriore verifica: piegate il foglio prima lungo la piega AD, poi lungo la piega BC e osservate cosa succede ai quattro angoli formati dal prolungamento dei lati dell'angolo BOA. Si sovrappongono tutti!

**ABBIAMO IMPARATO CHE...**

La piega utilizzata per creare angoli retti serve anche per *verificare che un angolo sia retto*.



ATTIVITÀ CON IL DISCO DEGLI ANGOLI

DUE LATI CON VERTICE IN COMUNE IDENTIFICANO DUE ANGOLI

Questo concetto è difficile da comunicare con le usuali rappresentazioni dell'angolo (lavagna, libro, ecc.), ma risulta immediato con l'utilizzo del disco.

La comprensione della presenza di due angoli, contemporaneamente, è data dalla presenza dei due colori, cioè per via percettiva, non definitoria. L'inganno offerto dalla predilezione nell'identificare gli angoli «piccoli» è superato dal bicromatismo e dal movimento (una fetta colorata è prima grande e poi piccola).

Svolgiamo dunque l'attività nel seguente modo:

- predisponiamo il disco degli angoli in una posizione intermedia (escludendo l'angolo nullo, l'angolo giro e l'angolo piatto);
- chiediamo ai bambini quanti colori vedono;
- esponiamo ai bambini che a ogni colore corrisponde (una fetta di torta) un angolo;
- chiediamo loro da cosa sono individuati i *due* angoli (dalle due aste/fascette colorate-lati);
- esponiamo agli studenti che le due aste si chiamano lati;
- chiediamo ai bambini se si può dire qualcosa sull'ampiezza dei due angoli;
- muoviamo il disco e chiediamo ai bambini che cosa succede ai due angoli con il movimento dei lati.

ABBIAMO IMPARATO CHE...

Due lati che hanno un vertice in comune individuano due angoli.

Una rotazione dei lati aumenta l'ampiezza di un angolo e diminuisce quella dell'altro.

ANGOLO NULLO

Per svolgere questa attività, operiamo nel seguente modo:

- predisponiamo il disco degli angoli in una posizione intermedia (escludendo l'angolo nullo, l'angolo giro e l'angolo piatto);
- chiediamo ai bambini quanti colori vedono;
- chiediamo loro anche quanti angoli vedono;
- effettuiamo poi una lenta rotazione e domandiamo cosa accade all'angolo che sta diminuendo di dimensione;
- continuiamo a ruotare fino a quando il colore considerato diventa «piccolissimo»;
- a questo punto chiediamo come appare tale angolo;
- operiamo ancora una rotazione finché l'angolo scompare;
- domandiamo dunque di descrivere l'angolo scomparso;
- guidiamo la descrizione, notando il progressivo rimpicciolimento dell'angolo, fino a che questo diventa **nullo**.