PROGRAMMI DI POTENZIAMENTO DELLA COGNIZIONE
NUMERICA E LOGICO-SCIENTIFICA
Collana diretta da Daniela Lucangeli

Gian Marco Malagoli, Eugenia Pellizzari e Daniela Lucangeli

Strategie di calcolo

IMPARARE LE TABELLINE USANDO LE DITA

VOLUME 1

Erickson

Indice

Introduzione

L'unico modo di apprendere le tabelline è davvero soltanto quello di impararle a memoria, come del resto tutti abbiamo fatto? Eppure è chiaro che ci sono tabelline veramente difficili da memorizzare: se da un lato le tabelline del 10 e del 5 risultano semplici, dall'altro bambini e adulti generalmente incontrano difficoltà di fronte a calcoli quali 7 • 8, 9 • 6… Inoltre, i ragazzi che hanno difficoltà di memorizzazione stentano anche a imparare le tabelline più semplici! È possibile dunque utilizzare strategie diverse?

Le mani (che rappresentano in molti contesti di apprendimento un vero e proprio tabù!) all'inizio del processo dell'apprendere risultano invece un validissimo ausilio, soprattutto nel caso delle tabelline.

Sembra risalire a *Leonardo Pisano,* detto Leonardo *Fibonacci,* la *tecnica delle tabelline con le dita;* egli ha attinto strategie che risalgono ad antichi testi indiani di matematica vedica.

Per «matematica vedica» si intende in generale la matematica risalente ai Veda, i testi sacri dell'induismo, fonte della conoscenza, trasmessa oralmente attraverso i *Sutra*, regole, o meglio, aforismi della saggezza indiana.

Tra il 1911 e il 1918, Jagadguru Shankaracharya Shri Bharati Krishna Tirthaji Maharaja studia l'essenza della saggezza matematica racchiusa nei sedici Sutra dei Veda e nei loro corollari, giungendo a una nuova e originale teoria matematica, pubblicata per la prima volta nel 1965 nel testo *Vedic Mathematics*. Nell'opera vengono presentate diverse tecniche di calcolo, utili per sviluppare una maggiore flessibilità nel ragionamento matematico perché propongono metodi alternativi di risoluzione dei problemi.

Perché scomodare la matematica vedica per proporre nuove strategie di calcolo?

Tanti «perché» e di diversa natura:

- tanti... troppi bambini continuano a far fatica ad apprendere bene il sistema dei numeri, del calcolo e della soluzione di problemi aritmetici anche elementari (si vedano i risultati INVALSI);
- tanti… troppi *falsi positivi* nell'ambito dei disturbi del calcolo, cioè bambini che apprendono a calcolare come se avessero significativi disturbi cognitivi e che invece non hanno alcun deficit di base, ma solo bisogno di strategie didattiche

funzionali al dominio cognitivo del numero (per una sintesi si veda Lucangeli e Mammarella, 2010);
– tanti… troppi sistemi di classificazione e di interpretazione della «fatica ad apprendere» intelligenti sistemi di calcolo.

E allora che fare? Da anni sosteniamo l'idea che i disturbi specifici dell'apprendimento, e in particolare la discalculia evolutiva, non siano da confondere con il basso risultato nella prestazione scolastica. E soprattutto da anni portiamo evidenze sperimentali di come, adottando didattiche efficaci nel potenziamento delle abilità cognitive alla base del calcolo, gli alunni in difficoltà possano finalmente acquisire le giuste competenze e sperimentare successo e nuova motivazione ad apprendere.

Per questo, studiando e cercando proprio di coniugare strategie didattiche e processi di cognizione numerica, abbiamo trovato nell'antica saggezza vedica interessanti spunti da percorrere: si tratta per lo più di creative strategie di calcolo basate sull'utilizzo delle proprietà delle operazioni e sul complemento al 10 e, in estrema sintesi, su processi strategici e metacognitivi piuttosto che su processi algoritmici e procedurali.

Le evidenze sperimentali sull'efficacia dell'uso didattico di tali strategie sono molto incoraggianti sia dal punto di vista scientifico (si veda Re et al., 2013) che didattico.

In particolare, oltre a risultati significativi nei parametri di correttezza, l'uso di tali strategie risulta molto efficace nei parametri di velocità dell'acquisizione delle strategie e delle corrispondenti prestazioni di calcolo. Test effettuati hanno infatti dimostrato che, nonostante la scarsa abitudine all'uso delle metodologie proposte, in brevissimo tempo le prestazioni di calcolo diventano in molti casi (soprattutto con numeri alti) significativamente più efficienti.

L'approccio alle tabelline proposto in questo volume utilizza le dita delle mani. Le tabelline del 2 e del 3 funzionano essenzialmente per conteggio: quella del 2 utilizza le due mani come appoggio per il conto, quella del 3 le tre falangi delle dita, escluso il pollice che funge da contatore; le tabelline dal 6 al 9 prevedono l'elaborazione di calcoli, andando oltre il semplice conteggio.

Le strategie non coinvolgono tutti i casi: infatti, ogniqualvolta sia possibile giungere al risultato raddoppiando, dimezzando o moltiplicando per 10, non vengono proposte ulteriori tecniche (ad esempio non esistono strategie per la tabellina del 5, potendo efficacemente ottenere il risultato moltiplicando per 10 e dividendo per 2).

Si consiglia di allenare con esercizi frequenti, sin dalla prima classe della scuola primaria, la tecnica di calcolo detta «del doppio e della metà»; questo consentirà ai ragazzi di affinare uno strumento davvero potente che sarà loro di aiuto sia per il calcolo a mente, sia per il calcolo scritto; in questa sede proporremo alcuni esercizi per potenziare questa competenza partendo dall'esperienza pratica.

Nel caso delle tabelline dal 6 in poi, le 10 dita rimandano a un'antica tecnica indiana di moltiplicazione incrociata su base; per base si intende il multiplo di 10 più prossimo a entrambi i numeri da moltiplicare (nel caso delle tabelline più note, il 10 stesso).

Nel volume si propone prima la spiegazione dettagliata della strategia di calcolo che utilizza, appunto, le dita delle mani; per facilitarne la comprensione, l'esposizione è corredata di foto, esempi ed esercizi. In un secondo tempo si presenta il metodo della moltiplicazione incrociata a cui la tecnica di calcolo fa — nella maggior parte dei casi — riferimento, avendo cura di esibire i collegamenti tra le due metodologie, cioè attribuendo il significato e il ruolo alle dita in relazione al metodo portante.

Infine, per completezza, giustificheremo il metodo della moltiplicazione incrociata utilizzando le proprietà della moltiplicazione e alcuni semplici strumenti algebrici: tale dimostrazione non è necessaria alla comprensione del metodo, ma consente di validare le strategie proposte per il calcolo delle tabelline, che, pur presentate ai ragazzi come gioco, sono in realtà il frutto di rigorosi ragionamenti di algebra.

Concludendo, il metodo completo proposto utilizza la combinazione di diverse strategie per rendere il calcolo progressivamente più semplice; l'allenamento di tali strategie consente di risolvere in modo veloce molti calcoli a mente o con semplici passaggi scritti.

Riassumiamo le strategie utilizzate:

- conteggio con le dita
- moltiplicazioni sopra e sotto la base (realizzabili con le dita)
- raddoppiare o dimezzare
- moltiplicare per 10
- le proprietà delle operazioni (proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione, proprietà commutativa e associativa della moltiplicazione e dell'addizione).

La parola d'ordine di questo metodo è *semplificare:* ovvero, si parte dal presupposto che anche il calcolo più complesso, opportunamente scomposto, possa essere visto come la combinazione di calcoli più semplici, riferibile alle strategie sopra scritte. Sottolineiamo che, nella maggior parte dei casi, non esiste un'unica combinazione di strategie per giungere al risultato finale; questo, lungi dall'essere un problema, è in realtà una potente occasione didattica di apprendimento, attraverso il confronto e la discussione.

Bibliografia

Bergamini M., Trifone A. e Barozzi G. (2013), *Matematica Verde, vol. 1,* Bologna, Zanichelli.

Glover J.T. (2008), *Vedic Mathematics for Schools: Book 3,* Dehli, Motilal Banarsidass.

Glover J.T. (2011), *Vedic Mathematics for Schools: Book 1,* Dehli, Motilal Banarsidass.

Glover J.T. (2013), *Vedic Mathematics for Schools: Book 2,* Dehli, Motilal Banarsidass.

Herstein I.N. (1988), *Algebra,* Roma, Editori Riuniti.

Lucangeli D. e Mammarella I.C. (a cura di) (2010), *Psicologia della cognizione numerica: Approcci teorici, valutazione ed intervento,* Milano, FrancoAngeli.

Mnemonic A.S. (2012), *Il mago matematico,* Narcissus Self Publishing (eBook).

Mahadevan C. (2011), *Basics of Speed Mathematics,* Astrarka Educational Solutions Private Limited (eBook).

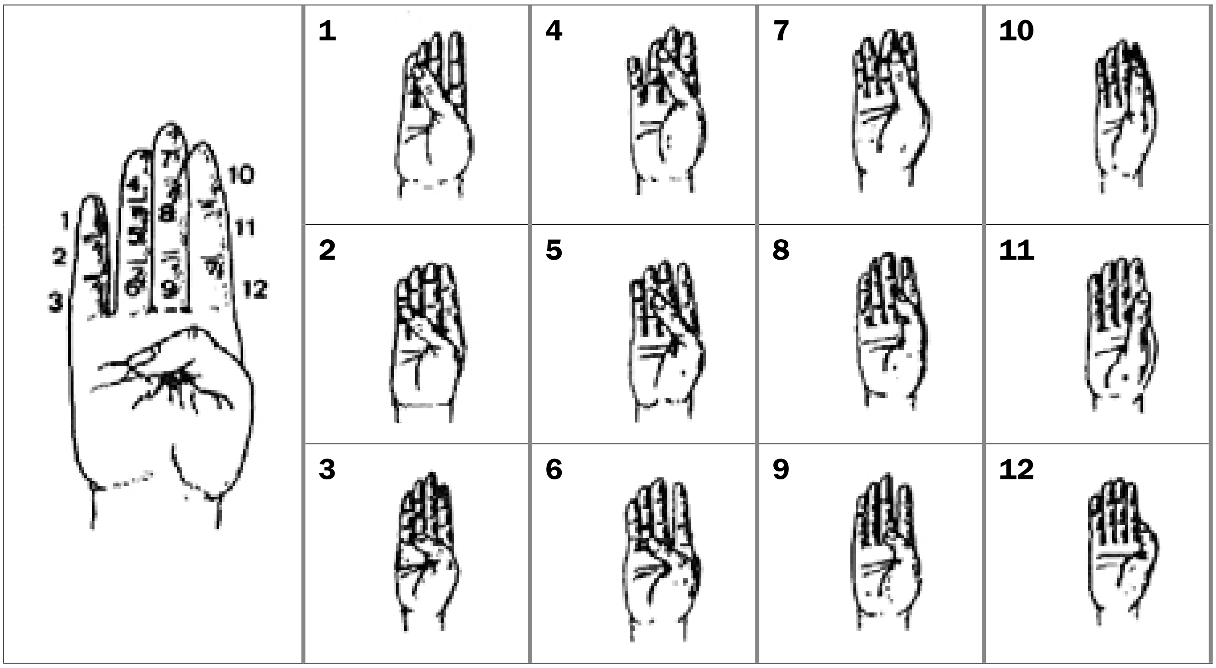
Re A.M., Pedron M., Tressoldi P.E. e Lucangeli L. (2013), *Response to specific training for students with different levels of mathematical difficulties: A controlled clinical study,* «Exceptional Children».

Sharma N. e Sharma P. (2011), *Math Made Simple,* Create Space (eBook).

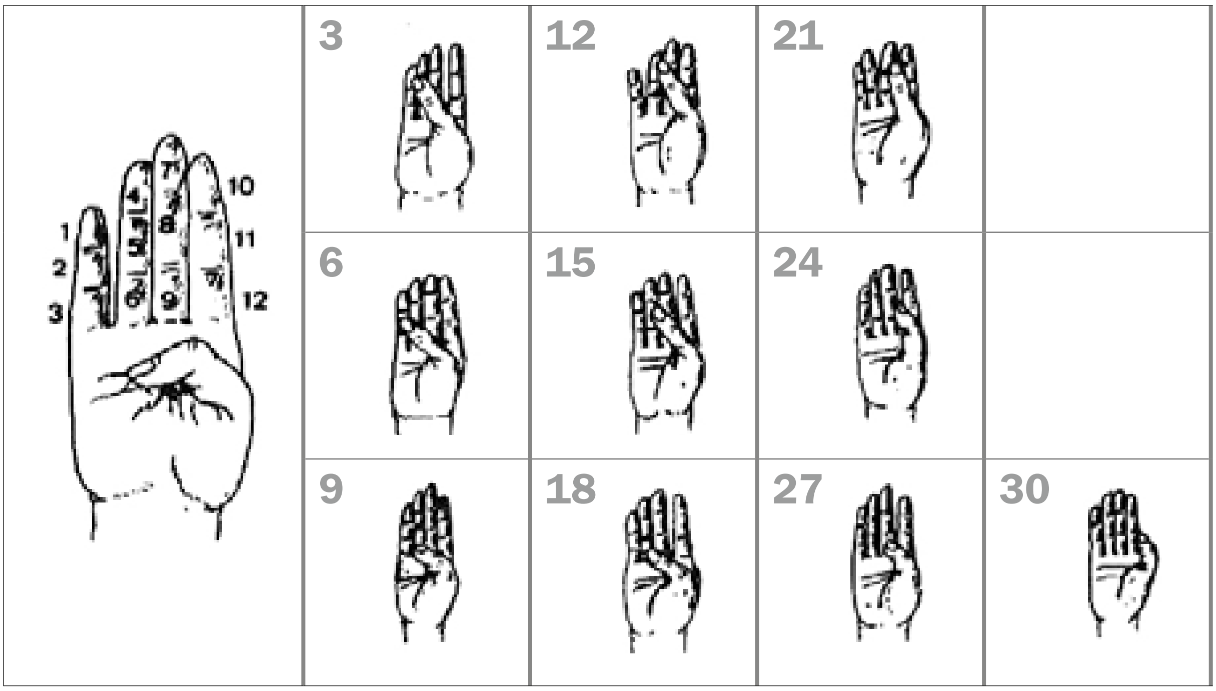
Williams K. e Gaskell M. (2010), *The Cosmic Calculator: A Vedic Mathematics course for schools (voll. 1-3),* Inspiration Books.

TABELLINA DEL 3

Anche la tabellina del 3 funziona per conteggio, utilizzando per contare il raggruppamento a 3 (compatibile con lo span di memoria) e ogni falange con funzione di unità di moltiplicazione.
Se osserviamo le nostre dita vediamo che, a parte il pollice, sono divise in tre falangi; a ogni falange possiamo far corrispondere un numero dall'1 al 12: è come se ogni mano avesse 12 dita e un contatore (il pollice). La figura ci mostra come contare.



Il conteggio a tre a tre avviene come descritto nella seguente figura (la tabellina si crea per conteggio a gruppi di tre).



Attività 2

Moltiplicazioni per 20

Esempi:

$21 \cdot 20 = 21 \cdot 10 \cdot 2 = 210 \cdot 2 = 420$

$32 \cdot 20 = 32 \cdot 10 \cdot 2 = 320 \cdot 2 = 640$

Abbiamo utilizzato in sequenza due strategie che hai studiato: le ricordi?

Continua tu…

$14 \cdot 20 =$

$19 \cdot 20 =$

$31 \cdot 20 =$

$23 \cdot 20 =$

Attività 6

La proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione

Già con le attività precedenti hai potuto osservare che i calcoli si possono semplificare applicando opportunamente le proprietà delle operazioni, in combinazione con le tecniche di calcolo veloce sulle dita, o di moltiplicazione per 10 e per 2.
Ora vedremo anche l'importanza della proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.

Ricorda!

Il prodotto di un numero C per una somma A + B non cambia sommando i prodotti tra tale numero e ciascun addendo componente la somma.

$C \cdot (A + B) = C \cdot A + C \cdot B$

Osserva:

Vediamo come anche questa proprietà può aiutarti a calcolare in modo più veloce:

$$13 \cdot 8 = (10 + 3) \cdot 8 = 10 \cdot 8 + 3 \cdot 8 = 80 + 24 = 104$$

Abbiamo:

- sostituito al 13 l'addizione 10 + 3, di cui 13 è il risultato → proprietà dissociativa dell'addizione;
- sostituito al prodotto iniziale la somma dei prodotti parziali → proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione;
- eseguito i prodotti parziali → tabellina del 10 e del 3;
- ricondotto il calcolo a un'addizione più semplice.

$$7 \cdot 24 = 7 \cdot (20 + 4) = 7 \cdot 20 + 7 \cdot 4 = 140 + 28 = 168$$

Abbiamo:

- sostituito al 24 l'addizione 20 + 4, di cui 24 è il risultato → proprietà dissociativa dell'addizione;
- sostituito al prodotto iniziale la somma dei prodotti parziali → proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione;
- eseguito i prodotti parziali → moltiplicazione per 20 e tabellina del 4;
- ricondotto il calcolo a un'addizione più semplice.