

iMATERIALI
Erickson

Strumenti per la didattica, l'educazione,
la riabilitazione, il recupero e il sostegno
Collana diretta da Dario Ianes

Itala Riccardi Ripamonti

TABELLINE E DIFFICOLTÀ ARITMETICHE

Attività per la prevenzione e il trattamento

Erickson

Indice

- 7** Premessa
- 9** Introduzione
- 13** Struttura dell'opera
- 17** Modalità didattiche e prevenzione delle difficoltà in aritmetica
- 23** Imparare le tabelline
- 33** Le proposte didattico-riabilitative
- 49** Conclusioni
- 51** Bibliografia
- 53** Appendice (*a cura di Barbara Cividati*)

Premessa

Quando nel 2011 è stato pubblicato il mio testo *Prevenzione e trattamento delle difficoltà di numero e di calcolo*, ho volutamente tralasciato il capitolo che riguardava le attività per favorire l'apprendimento delle tabelline in coloro che hanno difficoltà di memorizzazione.

È stato tralasciato per più di un motivo:

- La riabilitazione della discalculia deve concentrarsi, soprattutto, sul recupero delle abilità e delle competenze nell'ambito della quantificazione, sul calcolo mentale e sulla comprensione dei concetti che sottostanno alle operazioni aritmetiche.
- Alla difficoltà di ricordare le tabelline è possibile supplire, in gran parte, attraverso l'uso degli strumenti compensativi. «In gran parte» in quanto ci sono situazioni contingenti, della vita corrente, nelle quali non è possibile disporre e richieste scolastiche, nelle scuole secondarie (massimo comune multiplo, minimo comune divisore), in cui lo strumento compensativo risulta relativamente efficace.
- Le tabelline sono legate, soprattutto, ad aspetti di memoria. Tuttavia, è possibile recuperarne l'apprendimento, almeno in parte, coinvolgendo le diverse modalità sensoriali (visive, uditive, propriocettive) e fornendo supporti di consapevolezza (nonché strategie operative a cui attingere quando la memoria fallisce) che permettono di recuperare la risposta, sia pur non immediata, senza cadere nel panico. Ciò implica il ricorso a molteplici attività e l'uso di sussidi specifici, come quelli allegati a questo volume.

Non era, dunque, pensabile appesantire con altro materiale il testo sul trattamento della discalculia, visto che già ve ne era allegato molto.¹

Il presente sussidio, occupandosi dell'apprendimento delle tabelline, intende completare il percorso di recupero di quelle competenze e abilità che consentono di operare nel modo più fluente possibile nell'ambito del numero e del calcolo. Ciò significa che c'è continuità tra le due opere ed è quindi auspicabile — ma non indispensabile — che gli operatori prendano visione della precedente.

¹ In realtà nel 2007 era già stato pubblicato il software (*Numelline*, Riccardi Ripamonti e Crip, Trento, Erickson) per l'apprendimento delle tabelline che parte dalle numerazioni, sussidio tuttora valido per integrare le proposte illustrate in questo volume.

Introduzione

In questo volume vengono ripresi i fondamenti su cui si basa la filosofia che sottostà all'intervento secondo le modalità analogiche-intuitive, vale a dire

- gli studi di Butterworth (1999; 2002; 2003; 2011) che postulano l'esistenza di un modulo numerico innato, localizzato nel lobo parietale del cervello, il quale permette di riconoscere le numerosità, distinguerne i mutamenti, ordinare i numeri in base alle dimensioni, processare piccole quantità e, inoltre, considera la capacità di apprezzare la numerosità alla base di tutte le successive abilità di calcolo e di processamento numerico;
- il Modello del Triplice Codice di Dehaene (1992).

Questo modello distingue, nell'architettura del processamento numerico, oltre a operazioni di transcodifica e di calcolo, anche processi di quantificazione e approssimazione. Prevede, pertanto, tre codici differenti:

- verbale-uditivo, che riguarda gli input e gli output orali e scritti e sottende operazioni di enumerazione, di attribuzione di numerosità, di calcolo a mente nonché i fatti aritmetici;
- arabico-visivo, nel quale gli input e gli output sono espressi in forma numerica (cifre) e al quale si fanno risalire i giudizi di uguaglianza, come pure certe operazioni con gli operatori a due cifre (calcolo complesso);
- analogico, o «codice di grandezza», che permette di risalire alle caratteristiche degli stimoli astratti (quantificazione) e fornisce la base per operazioni di confronto di grandezze numeriche, per il calcolo approssimato e per le stime, oltre a contribuire a eseguire operazioni di *subitizing*. Tutti compiti per i quali costituisce un passaggio obbligato. Si tratterebbe di una via indiretta che, pertanto, non è indispensabile per altre attività quali il calcolo scritto e i fatti aritmetici.

Questi tre differenti codici corrispondono, quindi, a tre diversi modi di rappresentarsi i numeri e, conseguentemente, a distinte operazioni di processamento numerico e di calcolo.

Lo stesso Dehaene sostiene che, alla base delle competenze e abilità nell'ambito del numero e del calcolo, c'è la nostra capacità (già presente nei neonati, e che condividiamo con alcune specie animali) di rappresentarci mentalmente le quantità, quindi di trasformarle secondo certe regole aritmetiche e di fare conti elementari. Questa abilità — che consente l'accesso a una matematica approssimativa — si

è evoluta, nell'uomo, grazie alla capacità simbolica e al linguaggio che, dando un nome alle quantità, hanno consentito all'uomo di disporre di una matematica esatta e astratta con la quale è possibile distinguere numerosità anche vicine, elaborare regole e operare su di esse attraverso il calcolo. Il modulo primitivo della percezione della quantità rimane, comunque, alla radice dell'intuizione numerica e della rappresentazione quantitativa, per cui, ogni qual volta pensiamo, sentiamo, vediamo e diciamo un numero, questo processo si attiva in modo spontaneo.

Le proposte operative presentate in questo testo tendono, pertanto, a mantenere vivi i legami con la quantificazione ricorrendo

- alla rappresentazione dei numeri organizzati nel quadro del cento (Riccardi Ripamonti, 2011; 2013) che permette di operare utilizzando appunto la quantificazione piuttosto che il conteggio (si veda figura 1);
- all'utilizzo delle dita delle mani, sino a quando è necessario (vale a dire sino a che i bambini non se le rappresentano);
- a strategie di gioco, volte alla memorizzazione dei prodotti, che coinvolgono: l'operare concreto, la vista, l'udito e che, proprio perché presentate in forma ludica, possono contare sulla motivazione del bambino; vale a dire sulla sua partecipazione attiva che comporta attenzione, pianificazione, controllo, il passaggio da una strategia a un'altra, shifting, inhibition e updating.¹

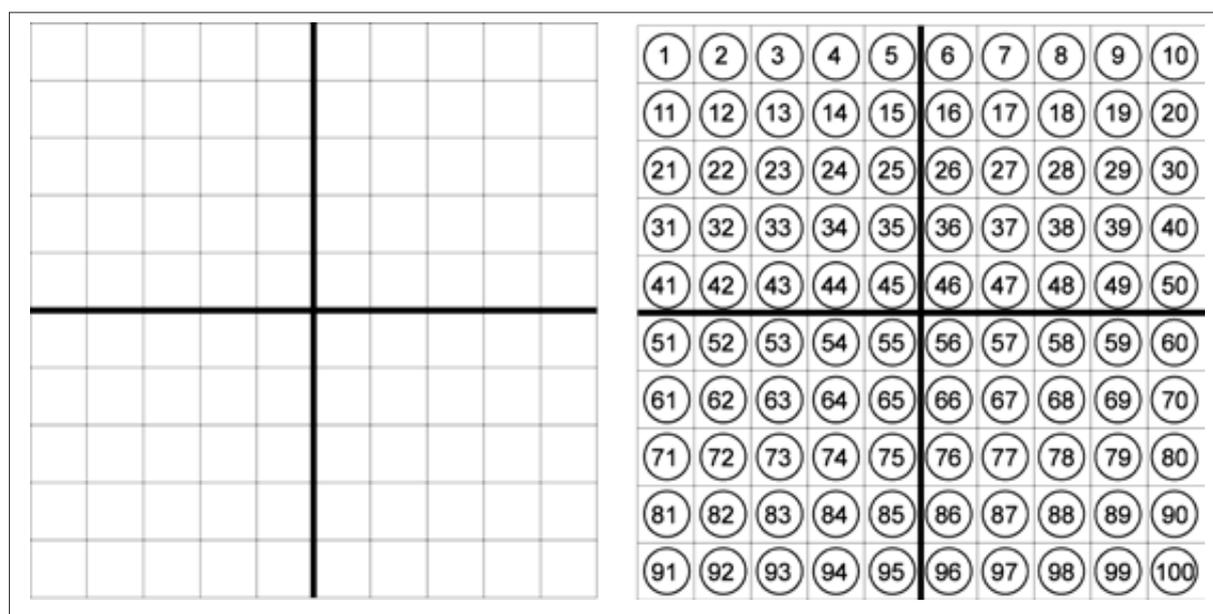


Fig. 1 Il quadro del 100.

La motivazione si ottiene non semplicemente definendo «gioco» le diverse proposte o presentandole sotto una forma accattivante, ma, soprattutto, calibrandole sulle abilità e competenze che il bambino possiede. Vale a dire non troppo semplici, ma neppure troppo al di sopra delle sue possibilità.

¹ Lo shifting indica la flessibilità cognitiva e la capacità di avviare un compito diverso da quello che si sta svolgendo; l'inhibition è un termine controverso che indica l'abilità di controllare risposte non adeguate allo scopo; l'updating indica la capacità di riaggiornamento di materiale in memoria di lavoro.

Prendiamo ad esempio i giochi di carte con le tabelline² (illustrati in seguito).

Inizialmente il gioco del «Rubamazzo» viene proposto con modalità che non richiedono al bambino di ricordare le tabelline (ogni carta riporta sia tabellina che prodotto) ma, solo, di prestare attenzione alle uguaglianze. In tal modo si sollecita la memoria visiva e, contemporaneamente, dovendo il bambino verbalizzare sempre tabellina e relativo prodotto, si favorisce la memoria uditivo-verbale.

Successivamente si opera con le carte che riportano solo le diverse tabelline o i singoli prodotti. Non si utilizzano tutte le tabelline, ma solo quelle che il bambino conosce di più; via via se ne inseriscono di nuove.

La stessa successione nelle proposte si attua quando si chiede ai giocatori di accoppiare tabellina e prodotto corrispondente secondo le diverse modalità dei giochi proposti.

Infine le Carte tabelline con solo la moltiplicazione e le Carte tabelline con il prodotto — su cui si vorrà operare — si sparpagliano ancora sul tavolo, ben in vista e, a turno, i bambini dovranno prelevare una carta dal tavolo solo se sapranno dire a che tabellina corrisponde un certo prodotto o, viceversa, a quale prodotto si associano una (o più) tabelline.

Come si vede c'è una progressione nelle proposte che sostiene la motivazione nei bambini sempre necessaria quando si vogliono sollecitare le Funzioni Esecutive che gran parte hanno nel garantire gli apprendimenti (Benso, 2005; 2008; Benso et al., 2005; Sabbadini, Fazzi e Benso, 2013).

² Nel testo, con il termine «tabelline» si intende la moltiplicazione (2 x 4, 4 x 8, ecc.), mentre con il termine «prodotto» il risultato dell'operazione della tabellina (8, 32, ecc.), ciò in considerazione che non esistono definizioni specifiche per indicare queste due parti separatamente. Tuttavia il termine tabellina, a volte, viene usato sia nel senso di fattori da moltiplicare e prodotto (ad esempio 6 x 8, 48), sia per indicare tutti i prodotti di una stessa tabellina (tabellina del due, del tre, ecc.). Il contesto in cui viene usato il termine, nonché gli esempi che vengono dati, indicano con quale significato deve essere inteso.

Imparare le tabelline

Partiamo dal presupposto che alcuni bambini non arrivano a imparare le tabelline: le studiano con fatica, le ricordano al momento, ma il giorno seguente le hanno già dimenticate. In effetti, alcuni di questi soggetti arrivano a memorizzarle in parte o, comunque, a dominare delle strategie utili a recuperarle in tempi relativamente brevi. Ciò li mette in condizioni di non «soccombere», e di non essere presi dall'ansia, in quelle situazioni in cui non hanno la possibilità di ricorrere alla calcolatrice o ad altro sussidio.

Le proposte illustrate in questo volume presentano sia diverse modalità per consentire il recupero veloce, in memoria, dei risultati delle tabelline (apprendimento e automatizzazione) sia — qualora ci siano difficoltà ad automatizzare i fatti aritmetici — il recupero di strategie per arrivare, comunque, al risultato. Ciò a prescindere dal consentire ai ragazzi discalculici l'uso dei sussidi compensativi.

In realtà diversi insegnanti non tollerano l'uso della tavola pitagorica (o delle tavole delle moltiplicazioni), della calcolatrice o del computer neppure con gli allievi che manifestano specifiche problematiche (sarebbe come se non accettassero che un bambino con una gamba rotta usasse le stampelle). Essi ritengono che chiunque si eserciti a sufficienza finirà per impararle. In effetti, se i bambini, con difficoltà di apprendimento, non apprendono tabelline e procedure di calcolo, è perché hanno una disabilità nascosta che rende pressoché inefficace l'allenamento. Liberare i bambini discalculici dallo sforzo, molto gravoso — e spesso inutile — di ricordare tabelline e procedure, permette di convogliare le loro energie sulla comprensione, quindi sulle modalità di calcolo più efficaci e sul significato delle diverse operazioni aritmetiche. Contemporaneamente si devono fornire loro strategie di pensiero e di calcolo e padronanza di concetti — comunque utili nella vita — alleviandone il disorientamento e, quindi, l'ansia.

Vi sono, poi, diversi soggetti che presentano difficoltà con l'aritmetica, ma che non rientrano in un problema specifico di discalculia. Alunni che, comunque, fanno fatica con l'aritmetica e con le tabelline; a volte a causa di modalità di insegnamento non adeguate per dei bambini che sono arrivati alla scuola primaria magari immaturi o poco stimolati dall'ambiente. Per questi una corretta modalità di insegnamento è la migliore prevenzione.

Per quanto poi riguarda, nello specifico le tabelline, la cosa più importante è che lo studente comprenda il concetto di moltiplicazione; successivamente oc-

correrà tenerle legate alla quantificazione e infine tentare, senza stressare troppo gli alunni, di farle loro memorizzare utilizzando modalità che mantengano viva la motivazione. Bisogna, comunque, mettere in conto che, per alcuni, i risultati potranno essere alquanto ridotti.

Proprio per sottolineare l'importanza, per i ragazzi discalculici, di poter accedere agli strumenti compensativi, in appendice è stato inserito un breve excursus sui sussidi previsti per questi alunni.

L'insegnamento-apprendimento delle tabelline

Premessa

Le attività illustrate mirano in primo luogo a guidare l'apprendimento delle tabelline attraverso percorsi costruttivi che, partendo dal concreto, portano all'astrazione; quindi propongono attività di gioco (vale a dire di reiterazione delle attività) per consentire l'automatizzazione del processo; infine, qualora quest'ultimo passo risultasse deficitario, conducono i bambini a scoprire strategie per recuperare, in ogni caso, il risultato della tabellina. Naturalmente, anche se si è cercato di ordinare le proposte secondo questa progressione, va da sé che alcuni materiali vengano utilizzati, nei diversi momenti, con finalità diverse. Per questo il terapeuta/insegnante/genitore che se ne vuole servire deve, prima, prendere confidenza con tutte le diverse proposte così da valutare, di volta in volta, la successione più adeguata.

Comprendere per apprendere

Prima di affrontare le varie attività con i bambini, è necessario, che essi abbiano preso confidenza con il quadro del cento (Riccardi Ripamonti, 2011, pp. 98-101 e 103-105), e con alcune proposte (pp. 121-124) che, di seguito riprenderò brevemente.

Infatti già la prima proposta utilizza le Strisce quantità (già presentate nel sussidio suddetto) con le quali sarà possibile far comprendere al bambino il concetto di moltiplicazione e divisione (come vedremo più avanti).

Si inizia ponendo sul tavolo i *quadratini singoli*, quindi si formulano una serie di richieste ai bambini (è sempre opportuno che, a loro volta siano i bambini stessi a fare le richieste al compagno o, in sua assenza, all'adulto che conduce la proposta), ad esempio: «Costruisci una striscia di 5 quadratini» (si veda figura 9). Quindi: «Costruisci 3 strisce, ciascuna di 6 quadratini» (si daranno indicazioni affinché le dispongano in modo da costruire un rettangolo lungo 6 quadratini, alto 3; si veda figura 10).

Si proseguirà con le seguenti domande:

- «Quanti quadratini in tutto?»
- «Quante strisce?»
- «Quanti quadratini ogni striscia»
- «Quante colonnine?»
- «Quanti quadratini ogni colonnina?»



Fig. 9 Il bambino costruisce una striscia di 5 quadratini.

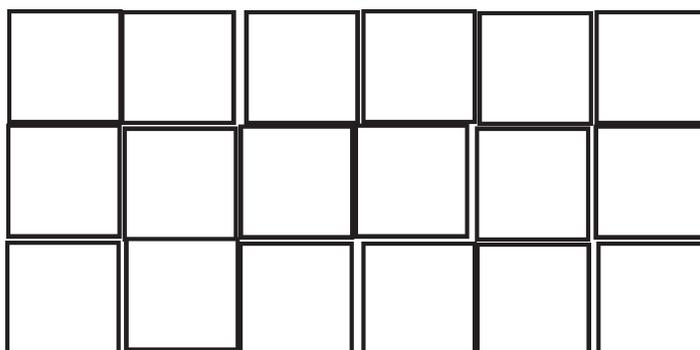


Fig. 10 Il bambino ha costruito tre strisce di sei quadratini ciascuna, creando un rettangolo.

Già a questo livello è possibile scontrarsi con difficoltà legate al significato della terminologia: ciascuno, ognuno, ogni, tutto, in totale, ecc. Spesso, nelle situazioni concrete, questi termini non si differenziano. Infatti io posso dire: «Vado tutti i giorni a scuola», ma anche «Vado ogni giorno a scuola», «Dai un foglio a ciascun alunno» come pure «Dai un foglio a tutti gli alunni», intendendo la stessa cosa. Nel concreto non si modifica nulla, ma, nella mente, nel primo caso si rappresenta la totalità del gruppo, nel secondo i singoli elementi. Occorre pertanto accertarsi che i bambini abbiano chiara questa distinzione, diversamente bisogna chiarirgliela, magari attraverso l'utilizzo di immagini simbolizzate come quelle che si vedono nella figura 11.

Le richieste andranno formulate anche in modo differente: «Costruisci una striscia di 3 quadratini per 4 volte». Quindi si procederà con la stessa sequenza di domande di cui sopra.

Le proposte didattico-riabilitative

Le proposte che vengono qui illustrate si articolano secondo un preciso percorso. In un primo tempo, aiutandosi con la quantificazione e la visualizzazione, si organizzano le tabelline in un quadro che evidenzia collegamenti tra di esse, il che permetterà di individuare strategie di recupero dei diversi prodotti.

Per raggiungere questi obiettivi si utilizzano

- le *Strisce quantità* (figura 3) con cui i bambini prendono confidenza con il concetto di singolare collettivo, o comunque lo rafforzano: una striscia (singolare) di tot quadratini (plurale);
- le *Configurazioni tabelline* (figura 5), che permettono di svolgere attività per tenere i bambini collegati alle quantità, così che le tabelline da memorizzare non siano solo dei numeri astratti, ma qualcosa di concretizzabile e visualizzabile;
- i *Quadri tabelline* per consentire ai bambini di avere una visione d'insieme delle tabelline, nel quadro del cento (figura 4), nonché un'immagine per ogni tabellina (figura 8) che, evidenziando regolarità e riferimenti spaziali, può aiutare a visualizzare un insieme organizzato di numeri e non solo delle sequenze o delle liste di prodotti. I quadri tabelline sono particolarmente utili con quei soggetti che si avvalgono, preferenzialmente, della via visiva.

Successivamente si propongono giochi che ne facilitino la memorizzazione, usando le *Carte tabelline* (figura 6).

Vediamo ora, nell'ordine, le diverse attività relative al materiale sopra elencato.

Le tabelline con le Strisce quantità e le Configurazioni tabelline

Inizialmente è necessario operare con le Strisce quantità per tenere i bambini legati alla quantificazione.



COSTRUIAMO LE CONFIGURAZIONI

(Si utilizzano le Strisce quantità)

Partendo dalla tabellina del due, si chiede ai bambini di disporre sul tavolo «Due quadratini, per due volte» e si fa notare come si formi la stessa configurazione se si prende una striscia da due quadratini per due volte.

Quindi si passa a «Due quadratini per tre volte». Si ripete l'osservazione appena fatta, e si prosegue con «Due quadratini per quattro volte», ecc.

Si può continuare così con altre tabelline ma, generalmente, bastano pochi esempi per far comprendere come le Configurazioni tabelline siano state costruite partendo dai quadratini raggruppati in strisce (da due, da tre, da quattro, da cinque... quadratini). Le configurazioni che si vengono a formare, inoltre, mettono in evidenza la reversibilità (proprietà commutativa) e saranno di aiuto nel passaggio alla geometria e al concetto di area. Anche il concetto di quadrato matematico (potenza) trova un riferimento concreto, in quanto, usando le strisce di quadratini, i bambini si rendono conto che 2×2 , 3×3 , 4×4 , ecc. formano sempre dei quadrati. Ancora una volta si riportano dei concetti astratti a una rappresentazione concreta che li rende più accessibili.



RAGGRUPPA E RIORDINA

(Si utilizzano le Configurazioni tabelline)

Tutte le configurazioni relative alle tabelline vengono sparpagliate sul tavolo e i bambini sono invitati a ricostruirne le sequenze (si veda la figura 17).

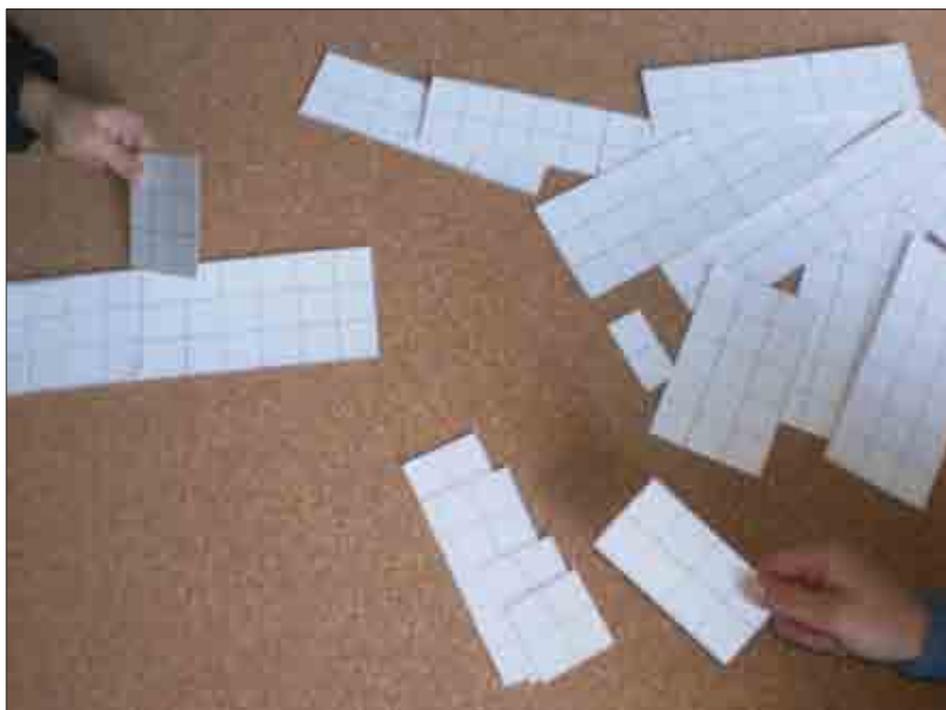


Fig. 17 I bambini stanno ricostruendo le sequenze delle tabelline del 2 e del 3.



CAMBIA LA TABELLINA, MA NON IL PRODOTTO

(Si utilizzano le Strisce quantità)

I bambini hanno davanti le Strisce quantità, raggruppate secondo il numero di quadratini, e si chiede loro, ad esempio: «Dammi 3 strisce di 4 quadratini».

Si fanno riordinare in una configurazione (una striscetta sotto l'altra), quindi si domanda: «Quanti quadratini ci sono in tutto?». «Adesso chiedi al tuo compagno (o a me) di consegnarti lo stesso numero di quadratini, ma utilizzando strisce di quantità diversa» (ad esempio: 4 strisce di 3 quadratini, 6 strisce di 2 quadratini e, se ci fossero anche le strisce di 6 quadratini, 2 strisce da 6).

La richiesta è complessa quindi è importante aiutare i bambini a uscire d'im-paccio fornendo loro la quantità corrispondente di quadratini sciolti — in questo caso 12 — invitandoli a raggrupparli, formando ogni volta dei rettangoli.



FACCIAMO COPPIA

(Si utilizzano le Carte tabelline e le Configurazioni tabelline)

Per questo gioco, oltre alle Configurazioni tabelline — escludendo le configurazioni dei numeri moltiplicati per 1 e per 10 — servono anche le Carte tabelline.

In questo, come in tutti i giochi che seguono, è fondamentale che i bambini verbalizzino sempre tabelline e prodotti in modo da rinforzare la memoria verbale-uditiva.

- a) Con il mazzo A (moltiplicazione e prodotto). Si sparpagliano sul tavolo le Configurazioni tabelline (si inizia con una tabellina per poi proporre diverse contemporaneamente, sempre valutando le possibilità dei bambini coinvolti nell'attività). Il direttore di gioco prenderà una carta dal mazzo delle Carte tabelline (che corrisponderanno, ovviamente, alle configurazioni sul tappeto). Il primo giocatore che ritrova la corrispondente configurazione la fa propria. Si procede così fino all'esaurimento delle carte e delle configurazioni. Vince chi ha recuperato il maggior numero di cartelle.
- b) Con il mazzo B (solo moltiplicazione; figura 18). Si procede come sopra ma, questa volta, non essendoci il prodotto (ma solo la tabellina) sarà colui che prende la configurazione dal tavolo a dichiararlo. Se lo ha memorizzato non avrà problemi ma, se non lo ricorda, si metteranno in atto strategie per aiutare il giocatore a recuperarlo.
Va da sé che, se la tabellina presa dal mazzo delle carte fosse, ad esempio, 3×4 , i giocatori potranno prelevare sia la configurazione 3×4 , che 4×3 .
- c) Con il mazzo C (solo prodotto). In questa versione del gioco se uscirà il prodotto 24 i giocatori potranno prendere dal tavolo la configurazione 4×6 e 3×8 (figura 19). È senza dubbio la versione più difficile che tuttavia permette di far sperimentare diverse strategie per ritrovare la/e configurazione/i corrispondente/i.

Ad esempio¹ si trovano sul tavolo le Configurazioni del 3 e del 5. Di conseguenza, il direttore di gioco ha in mano le Carte con i prodotti delle relative tabelline e gira la carta «35». Se i giocatori sono in difficoltà, chiede: «Può essere della tabellina del tre?». Evidentemente no perché al massimo arriva a 30 (3×10). «Allora è la tabellina del cinque!»

Si prosegue ad esempio con: «Ti ricordi qualche tabellina nell'ambito del 5?».

¹ Si vedano altri esempi nel prosieguo.



Fig. 18 Accoppiamento Carta tabellina/Configurazione tabellina.

«Cinque per cinque, venticinque»
 «Bene, allora, prova ad aggiungere un altro cinque»
 «Trenta»
 «Che corrisponde a...? Cinque per...»
 «Per sei»
 «Aggiungi ancora cinque»
 «35... cinque per sette».

Naturalmente le risposte dei bambini possono essere diverse rivelandoci modalità sbagliate di affrontare la difficoltà, o aspetti della stessa che non ci si erano ancora palesati; conseguentemente li condurremo a controllare la capacità attraverso percorsi che riterremo, di volta in volta, adeguati. Quello che conta è dimostrare loro come sia sempre possibile recuperare un percorso che conduca al «traguardo». Così facendo, inoltre, essi imparano a muoversi nel labirinto dei numeri che via via si farà sempre meno intricato.

In ogni caso, è fondamentale, introdurre le diverse proposte calibrandole sulle capacità del bambino in modo da non provocare frustrazione, ma incrementare la motivazione a cimentarsi con sfide possibili.



FAMIGLIA

(Si utilizzano le Configurazioni tabelline)

Si opera su un minimo di tre Configurazioni, si mischiano e si distribuiscono ai giocatori (per questa attività, minimo tre), che le raggrupperanno secondo le diverse tabelline, per poi ordinarle dalla quantità minore alla maggiore, in modo da averle tutte in vista, tenendosele in mano o mettendole sul tavolo — in tal caso