

Giuseppina Gentili e Daniele Egidi

# MATEMATICA PER COMPETENZE

*nella scuola secondaria  
di primo grado*

**Didattica laboratoriale,  
proposte operative  
e compiti di realtà**



**iMATERIALI**

**Erickson**

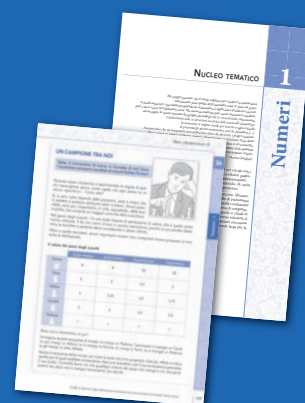
La **metodologia laboratoriale** intreccia mediazione didattica e operatività, permette una programmazione trasversale e diversificata, stimola la cooperazione e la condivisione, incoraggiando un atteggiamento attivo di ricerca nei confronti della conoscenza sulla base della curiosità e della sfida.

Il risultato è una scuola che si pone l'obiettivo di rendere **competenti** i suoi allievi, organizza situazioni di apprendimento affinché ognuno di loro possa osservare, ricercare, fare ipotesi, progettare, sperimentare, discutere, argomentare le proprie scelte, negoziare con gli altri e co-costruire nuovi significati, per risolvere autonomamente e con responsabilità **compiti di realtà**.

Le caratteristiche specifiche della scuola secondaria di primo grado, con insegnanti diversi per le varie discipline, sembrano costituire talvolta un ostacolo alla sua piena applicazione, che prevede un approccio olistico e multidisciplinare alle proposte apprenditive.

Gli autori mostrano come sia possibile proporre modalità innovative di progettazione nelle quali la **competenza** da acquisire diventi il risultato di una pratica, di una riflessione e di una interiorizzazione del processo di apprendimento sperimentato, in linea con le **Indicazioni nazionali MIUR**.

**Matematica per competenze nella scuola secondaria di primo grado** offre agli insegnanti percorsi didattici completi e flessibili per il curricolo di matematica delle tre classi, con dettagliate indicazioni e spunti di approfondimento.



Nuclei tematici	Competenze coinvolte (da Indicazioni nazionali MIUR)
<b>1. Numeri</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Muoversi con sicurezza nel calcolo con i numeri interi, razionali e relativi, padroneggiandone le diverse rappresentazioni</li> <li>▶ Stimare grandezze numeriche di vario genere e il risultato di operazioni</li> </ul>
<b>2. Spazio e figure</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Riconoscere e classificare le forme del piano e dello spazio in base alle loro proprietà, cogliendone le relazioni tra gli elementi</li> <li>▶ Elaborare gli elementi geometrici per produrre trasformazioni di vario genere</li> </ul>
<b>3. Dati e previsioni</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Analizzare e interpretare rappresentazioni di dati per ricavare informazioni, misurazioni di variabilità e prendere decisioni</li> <li>▶ Orientarsi consapevolmente con valutazioni di probabilità nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ecc.)</li> </ul>
<b>4. Relazioni e funzioni</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Utilizzare e interpretare il linguaggio matematico (formule, equazioni, piano cartesiano, ecc.), cogliendone il rapporto con il linguaggio naturale</li> </ul>

**8 LABORATORI  
+ 4 PROVE  
DI COMPETENZA**

ISBN 978-88-590-1168-2

9 788859 011682

€ 20,00

# Indice

- 7 Introduzione
  
- 21 NUCLEO TEMATICO 1 – Numeri**
- 23 AREA LABORATORIALE 1 Il giocoliere della matematica
- 51 AREA LABORATORIALE 2 Manipolazioni numeriche
- 87 AREA LABORATORIALE 3 A tutta stima
- 105 AREA LABORATORIALE 4 Scacchi: gioco per la mente
- 121 PROVA DI COMPETENZA Una nuova rete
  
- 133 NUCLEO TEMATICO 2 – Spazio e figure**
- 135 AREA LABORATORIALE 5 Alla scoperta del piano!
- 161 AREA LABORATORIALE 6 Terza dimensione
- 195 PROVA DI COMPETENZA Un quartiere da scoprire
  
- 209 NUCLEO TEMATICO 3 – Dati e previsioni**
- 211 AREA LABORATORIALE 7 La scelta giusta
- 225 PROVA DI COMPETENZA Capra o auto? Una scelta difficile!
  
- 235 NUCLEO TEMATICO 4 – Relazioni e funzioni**
- 237 AREA LABORATORIALE 8 Funzioni, che passione!
- 249 PROVA DI COMPETENZA Che tempo fa?

# INTRODUZIONE

---

Nella scuola attuale è sempre più viva e sentita l'esigenza di avere a disposizione percorsi di studio in cui l'organizzazione scolastica non sia rigida e preconstituita, ma flessibile e consapevole, per renderla sempre più vicina e rispondente alle diverse modalità e ritmi di lavoro degli allievi.

Troppo spesso le conoscenze e le abilità apprese a scuola rimangono inerti; gli studenti non sono in grado di utilizzarle in altri contesti, in altre parole non si trasformano e non concorrono a produrre *competenze*. Occorre, oggi, ripensare la scuola, riflettere sulla necessità di spostare l'attenzione didattica dall'insegnamento dei contenuti ai processi cognitivi che si attivano e al soggetto che apprende. Ribadire fortemente la centralità di chi apprende vuol dire avere cura di tutto ciò che ci consente di personalizzare le proposte educativo-didattiche, di renderle fruibili ed efficaci, garantendo a ciascuno lo sviluppo completo delle proprie potenzialità, valorizzando e incrementando i personali punti di forza e intervenendo su quelli più deboli. Occorre adoperarsi per uscire dalla logica del «tutto uguale per tutti» e, di contro, promuovere la prospettiva per cui si dà a ciascuno le opportunità di cui ha bisogno per costruire le proprie competenze. Una didattica di questo tipo non può prescindere da un *approccio di tipo laboratoriale*, metodologia che riconosce e valorizza il ruolo attivo dell'allievo, impegnato in processi di problem solving e di attivazione di un proprio pensiero critico e riflessivo.

Il libro nasce dalla volontà di offrire un percorso progettuale e operativo di didattica per competenze per l'insegnamento disciplinare della matematica nella scuola secondaria di primo grado, attraverso un ampio ventaglio di proposte laboratoriali, nelle quali ogni ragazzo è sollecitato, insieme agli altri, a risolvere problemi reali utilizzando la metodologia della ricerca. L'accesso a un ordine di scuola superiore è notoriamente un periodo critico nella crescita emotiva e apprenditiva di ogni individuo; in particolare l'ingresso alla scuola secondaria di primo grado segna anche l'inizio del passaggio da una fase infantile a una fase adolescenziale. Il ragazzo si trova a mettere in discussione le certezze avute fino a quel momento, a sperimentarsi come una persona nuova protesa al riconoscimento della propria identità, alla conquista dell'autonomia e dell'accesso al mondo adulto. Questo passaggio il più delle volte crea disagio e disorientamento anche nelle relazioni che il ragazzo vive negli ambienti di interazione più vicini, come la scuola. La proposta di percorsi didattici laboratoriali rappresenta, in questo quadro, un'esperienza di scoperta, coinvolgimento attivo, condivisione e confronto; offre spazi in cui sperimentarsi e l'opportunità di transitare da un'area mentale confusa e poco definita a luoghi nei quali riconoscersi come detentore di risorse e potenzialità da mettere in gioco per l'apprendimento comune, diventando competente: effettivo protagonista del proprio processo apprenditivo.

## Didattica per competenze e metodologia laboratoriale

Da una rapida analisi dei recenti testi normativi in ambito educativo e scolastico, ci si rende immediatamente conto di come il termine «competenza» sia oggetto, sempre più di frequenti e continui riferimenti e precisazioni. Si parla di competenza ovunque, cercando di favorire una più completa comprensione del concetto sotteso al termine, anche se poi, in realtà, in ambito scolastico c'è ancora poca chiarezza e consapevolezza tra gli insegnanti su come poterla favorire e sviluppare. Per la scuola, e per chi lavora in essa, cosa significa lavorare per competenze? Quali sono i presupposti e gli elementi caratterizzanti di una proposta didattica che abbia come prioritaria la promozione delle competenze? È possibile rintracciare informazioni e validi suggerimenti, sia a livello europeo, con le otto competenze chiave indicate dalla Commissione europea nel 2006 e 2007,<sup>1</sup> sia nelle Indicazioni Nazionali del 2012,<sup>2</sup> ma la trasposizione didattica operativa di quanto suggerito spetta ovviamente alle scuole e ai professionisti che vi operano. È proprio qui che compaiono le più grandi difficoltà. «Essere competenti» significa mettere in gioco e utilizzare tutto ciò di cui si dispone in termini di conoscenze dichiarative e procedurali, disposizioni mentali e caratteristiche personali, per risolvere efficacemente problemi in contesti reali. Se la scuola si pone l'obiettivo di rendere competenti i suoi allievi, deve fornire loro gli strumenti necessari per farlo, deve creare le condizioni e le opportunità perché ognuno di loro possa osservare, ricercare, fare ipotesi, progettare, sperimentare, discutere, argomentare le proprie scelte, negoziare con gli altri e costruire nuovi significati, per risolvere autonomamente e con responsabilità problemi reali. Tutto ciò è possibile solo nel momento in cui la scuola e i docenti scelgono di utilizzare e fare propria una metodologia laboratoriale, nella quale il *laboratorio* non è un momento o uno spazio separato, ma una modalità abituale nella prassi scolastica quotidiana, principio trasversale dell'intera proposta didattica. Un *habitus mentale*, una forma mentis propria dell'insegnante che, nel momento della ideazione e della progettazione dei percorsi di studio, inserisce e crea opportunità tali da sollecitare gli studenti a sperimentare e potenziare tutte le attività cognitive sopra descritte. Seppur si riconosca notevole validità alla pratica laboratoriale come insieme di strategie didattiche in grado di rispondere appieno ai bisogni apprenditivi diversificati degli studenti, in realtà nella scuola, e in particolar modo nella secondaria di primo grado, serpeggiano ancora perplessità sulla importanza da assegnare a tali pratiche a fronte di una didattica più tradizionale improntata sulla consueta frontalità della lezione. Il laboratorio spesso diventa «l'occasione» per potenziare l'offerta formativa della scuola, una appendice di valore, ma che rimane comunque «qualcosa di accessorio», non facente parte della quotidianità scolastica. Inoltre, la settorializzazione e specializzazione degli insegnamenti affidati ai docenti, in questo ordine di scuola, può sembrare a volte una criticità e un ostacolo alla piena diffusione di una metodologia che invece prevede e favorisce un approccio olistico e multidisciplinare alle proposte apprenditive.

<sup>1</sup> UE – Unione Europea (2006), *Raccomandazione 2006/962/CE del Parlamento europeo e del Consiglio, del 18 dicembre 2006, relativa a competenze chiave per l'apprendimento permanente*, eur-lex.europa.eu/legal-content/IT/TXT/?uri=URISERV:c11090.

Commissione europea, DG Istruzione e Cultura (2007), *Competenze chiave per l'apprendimento permanente: Un quadro di riferimento europeo*, Lussemburgo, Ufficio delle pubblicazioni ufficiali delle Comunità europee.

<sup>2</sup> MIUR-Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca (2012), *Indicazioni Nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione*, [www.indicazioninazionali.it/documenti\\_Indicazioni\\_nazionali/indicazioni\\_nazionali\\_infanzia\\_primo\\_ciclo.pdf](http://www.indicazioninazionali.it/documenti_Indicazioni_nazionali/indicazioni_nazionali_infanzia_primo_ciclo.pdf).

*Il laboratorio: ideazione, progettazione, realizzazione*

«Laboratorio» diventa, in maniera fortemente intenzionale nella nostra proposta, qualsiasi esperienza o attività nella quale lo studente, con la sua originale combinazione di risorse e difficoltà, riflette e lavora insieme agli altri, utilizzando molteplici modalità apprenditive, per la soluzione di una situazione problematica reale, l'assolvimento di un incarico o la realizzazione di un progetto. La *competenza* da acquisire diventa, quindi, il risultato di una pratica, di una riflessione e di una interiorizzazione del processo di apprendimento sperimentato. Il laboratorio si pone come spazio multidimensionale:

- è il luogo della *motivazione*, perché ci si impegna di più se lo scopo degli apprendimenti risulta visibile, utile e concreto;
- è il luogo della *curiosità* e della *creatività*, perché si problematizzano gli apprendimenti, ponendo continuamente dei quesiti ai quali si risponde mettendo in gioco conoscenze e intelligenze diverse;
- è il luogo della *partecipazione* e della *socializzazione*, perché si impara a lavorare e costruire conoscenza insieme, confrontandosi, argomentando e negoziando le proprie personali prospettive (Vygotskij, Wenger);<sup>3</sup>
- è il luogo della *personalizzazione*, perché si offrono più percorsi e strumenti didattici, rispondenti ai diversi bisogni apprenditivi ed esigenze di ciascuno;
- è il luogo delle *molteplici intelligenze*,<sup>4</sup> perché in esso trovano spazio e valore le originalità di ciascuno delle quali ognuno diventa consapevole;
- è il luogo della *trasversalità* tra diversi linguaggi, tra «mente» e «mani», tra emozioni e riflessioni, perché si impara meglio facendo e attraverso un coinvolgimento olistico della persona;
- è il luogo della *metacognizione* e della *responsabilità*, perché si sollecita la pratica riflessiva sul proprio operato, riconoscendo un ruolo fondamentale all'errore, che diventa opportunità di miglioramento e crescita per tutti. Riflettere insieme, condividendo gli errori commessi, permette di svelare e comprendere i percorsi mentali che li hanno prodotti, assumendosi la responsabilità del proprio lavoro e l'impegno a migliorare.

Una metodologia strutturata secondo l'organizzazione laboratoriale ha il vantaggio di essere facilmente esportabile in tutti gli ordini scolastici e in tutti gli ambiti disciplinari. I saperi e i linguaggi di ogni disciplina diventano mezzi, strumenti non solo per acquisire, ma anche per verificare le competenze conseguite. È una metodologia che attiva sostanziali modifiche e miglioramenti ai fini dei risultati di apprendimento degli studenti e costituisce un'occasione significativa per ridisegnare stili di insegnamento/apprendimento e ruoli, primo fra tutti quello dell'insegnante. Il docente non è più colui che somministra conoscenze e comunica alla classe informazioni e soluzioni in posizione asimmetrica, ma è colui che progetta e realizza percorsi molteplici e diversificati, predispone il materiale e organizza il lavoro: diventa il *regista dell'azione educativo-didattica*. È una risorsa, è l'esperto che monitora e controlla il processo in atto, che sostiene e modifica quando si rende necessario il suo intervento, che facilita l'interazione fra i diversi soggetti, che attiva i processi di negoziazione rendendosi garante di tutta l'azione educativa.

Il momento fondamentale di una didattica per competenze è quello della *ideazione e progettazione del laboratorio*, all'interno del quale devono trovare la giusta attenzione e collocazione tutti gli elementi e le caratteristiche del laboratorio che

<sup>3</sup> Vygotskij L.S. (1987), *Il processo cognitivo*, Torino, Boringhieri; Wenger E. (1998), *Communities of practice: Learning, meaning, and identity*, New York, Cambridge University Press.

<sup>4</sup> Gardner H. (1987), *Formae mentis: Saggio sulla pluralità dell'intelligenza*, Milano, Feltrinelli.

abbiamo descritto. Come esempio e spunto di riflessione suggeriamo la scheda di progettazione sperimentata e applicata nel testo (Tabella 1), da realizzare per ogni laboratorio. In questa scheda sono definite e strutturate le varie fasi dell'intera attività laboratoriale e costituisce, nella sua realizzazione, una guida e un invito, per gli insegnanti, a una continua riflessione e riformulazione. La scheda, utilizzata nel volume per ogni area laboratoriale, è strutturata in 10 sezioni, permette di realizzare interventi precisi e rispondenti alle necessità apprenditive degli alunni e consente di rimodellare le proposte alla luce delle problematiche e nuove situazioni emerse in itinere. In questo modo l'insegnante, oltre a porsi come professionista «riflessivo», ha la possibilità di gestire e controllare consapevolmente e intenzionalmente tutto il processo apprenditivo del laboratorio.

Per favorire una facile ed efficace compilazione, analizziamo e descriviamo singolarmente ogni sezione.

1. *Titolo.* È molto importante catturare, fin da subito, l'interesse e la curiosità degli studenti; scegliere un titolo sintetico ma accattivante giocherà un ruolo fondamentale, sia nel dare un primo indizio dell'argomento trattato e delle attività, sia nel coinvolgere attivamente chi vi parteciperà.
2. *Nucleo tematico disciplinare.* È l'organizzatore concettuale della disciplina, rinvenibile nel documento ministeriale del 2012 *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*, all'interno del quale vengono individuate ed estrapolate le competenze da sviluppare negli alunni.
3. *Competenza di riferimento.* Concorre allo sviluppo e al completamento del nucleo tematico indicato, si concretizza come risultato di una pratica, di una riflessione e di una interiorizzazione del processo di apprendimento laboratoriale. Il numero può essere variabile e sono espresse con verbi di azione che indicano lo sviluppo di un comportamento preciso nell'alunno. Le competenze si sostanziano e vengono declinate in obiettivi specifici di apprendimento: cosa si richiede di saper fare e quali argomenti trattare.
4. *Compito di realtà.*<sup>5</sup> Ogni laboratorio porta all'elaborazione/costruzione finale di un prodotto cognitivo o materiale. Il compito di realtà fa riferimento a situazioni concrete che presuppongono la rielaborazione personale e l'apertura a percorsi aperti e a più soluzioni, in stretta connessione con i compiti reali riconosciuti significativi per chi apprende (serve a qualcosa di concreto) e spendibili nella realtà. Questi compiti coinvolgono diverse dimensioni dell'apprendimento: conoscenze, processi, abilità e disposizioni ad agire; sono il risultato finale di tutte le attività realizzate nel laboratorio e possono venire proposti agli studenti anche in seguito con le prove di competenza, come momento di verifica e mezzo per dimostrare il livello di padronanza di quanto appreso.
5. *Obiettivi specifici di apprendimento.* Descrivono le abilità che gli alunni esercitano e sviluppano nel laboratorio elaborando i contenuti e gli argomenti inseriti nelle attività proposte. Gli obiettivi vengono scelti all'interno di quelli proposti nelle Indicazioni nazionali in base alle esigenze formative della classe o gruppo classe e alla significatività apprenditiva che possono rivestire per quegli stessi alunni. Operare una scelta flessibile, sia delle competenze sia degli obiettivi su cui lavorare, significa contestualizzare le proposte apprenditive

<sup>5</sup> Sono compiti che fanno riferimento a situazioni concrete, significative e spesso reali che presuppongono la rielaborazione personale e l'apertura a percorsi aperti a più soluzioni. Coinvolgono diverse dimensioni dell'apprendimento: conoscenze, processi, abilità e disposizioni ad agire. Sono problemi complessi e aperti posti agli studenti come mezzo per dimostrare la padronanza di qualcosa (Glatthorn A.A., *Performance standards and authentic learning*, Larchmont, NY, Eye on Education, 1999).

- alla propria realtà educativa e scolastica, renderle sempre più vicine alle modalità e ai ritmi di apprendimento di ogni allievo e superare la predominanza della logica della quantità su quella della qualità dei contenuti.
6. *Organizzazione della classe.* Per gestire in modo efficace attività laboratoriali e far in modo che esse si svolgano positivamente, occorre progettare nei minimi particolari anche come deve essere organizzata la classe o il gruppo classe. È importante indicare se e in quali momenti del laboratorio si effettueranno lavori individuali, nel grande gruppo o in piccoli gruppi.
  7. *Organizzazione degli spazi.* In questa sezione sono indicati gli spazi (interni ed esterni alla scuola), nei quali si intende far svolgere le varie attività del laboratorio agli alunni. È di estrema importanza scegliere, da un punto di vista logistico, spazi strutturati e non, che possano garantire il massimo della sicurezza e della fruibilità delle opportunità apprenditive. In questa sezione vanno anche indicate le eventuali uscite o visite didattiche, nel caso le attività laboratoriali lo richiedano, esterne alla scuola.
  8. *Materiali.* In questa sezione viene data l'indicazione di tutto quanto occorre per svolgere efficacemente le attività, «per evitare di perdere tempo e trovarsi poi in difficoltà nella realizzazione di quanto proposto o, in casi estremi, di dover interrompere l'attività stessa».<sup>6</sup>
  9. *Osservazioni.* Tutta l'attività laboratoriale deve essere attentamente monitorata dagli insegnanti con osservazioni costanti, per rilevare l'insorgenza di problematiche o difficoltà e intervenire prontamente riequilibrando tutto il percorso.
  10. *Osservazioni a conclusione del percorso.* L'ultima sezione prevede uno spazio da dedicare alle osservazioni e riflessioni degli insegnanti che hanno realizzato il laboratorio. Si possono anche inserire le descrizioni delle singole esperienze appena concluse, mettendo in rilievo i punti di forza e le criticità riscontrate, in modo da costituire un sorta di «diario di bordo» utile per una revisione e valutazione finali dell'intero lavoro da parte del singolo o dell'équipe insegnante.

TABELLA 1  
Scheda progettazione area laboratoriale

TITOLO DEL LABORATORIO _____	
Nucleo tematico disciplinare _____	
Competenza di riferimento	_____
Compito di realtà	_____
Obiettivi specifici di apprendimento	_____ _____ _____
Organizzazione della classe	_____ _____ _____

<sup>6</sup> Gentili G. (2011), *Intelligenze multiple in classe*, Trento, Erickson, p. 74.



Organizzazione degli spazi	<hr/> <hr/> <hr/>
Materiali	<hr/> <hr/> <hr/>
Osservazioni	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
Osservazioni a conclusione del percorso	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

La scheda completata può costituire un utile strumento per chiunque voglia progettare attività di laboratorio o replicare le esperienze descritte in questo volume adattandole e contestualizzandole ai propri contesti scolastici e necessità educative.

*Dai nuclei tematici disciplinari alle aree laboratoriali: descrizione dell'iter progettuale*

Il testo è stato realizzato sulla base di una progettazione disciplinare scrupolosa e sistematica: partendo dalla individuazione e rilevazione dei *nuclei tematici* della disciplina, all'interno delle Indicazioni nazionali del 2012, sono state estrapolate le *competenze* da promuovere per ogni nucleo tematico, e sono stati scelti e sintetizzati gli *obiettivi specifici* da perseguire. Sulla base di questi ultimi e per acquisire le competenze inizialmente indicate, sono stati ideati e progettati otto aree laboratoriali: ogni area è costituita da molteplici unità di apprendimento, presenta una chiara indicazione del perché è stata progettata e del come può essere sviluppata e adeguata flessibilmente ai diversi contesti scolastici ed esigenze apprenditive degli allievi. I nuclei tematici considerati nel volume sono quattro («Numeri», «Spazio e figure», «Dati e previsioni» e «Funzioni e relazioni»). La distinzione e scansione numerica dei nuclei tematici riguarda essenzialmente la necessità di avere un piano più dettagliato degli obiettivi da approfondire. Nella realtà, così come in tutti gli apprendimenti, le competenze di tutti i nuclei operano sinergicamente e si compenetrano, garantendo una formazione in ambito matematico completa per ogni allievo. Ciò significa che le otto aree laboratoriali progettate non devono intendersi come monadi a se stanti e da sperimentare obbligatoriamente in netta successione, ma, piuttosto, come entità connesse, interagenti e complementari. Si possono presentare mantenendo la successione

presente nel volume, contemporaneamente, o ritornando più volte a sperimentare gli stessi giochi e attività: sarà il docente che deciderà il percorso più adatto ai bisogni apprenditivi dei ragazzi. Non potendo trattare in modo esaustivo, all'interno del volume, tutti gli argomenti della disciplina per le tre classi, è stata fatta la scelta di offrire all'insegnante una prassi, un modello da utilizzare e trasferire a ogni nuovo concetto-argomento, contestualizzandolo alle esigenze di apprendimento specifiche. Nella presentazione degli argomenti da trattare e sperimentare nei laboratori è stata operata una scelta qualitativa, optando per quelli ritenuti fondamentali.

A conclusione del percorso laboratoriale sperimentato, per ogni nucleo tematico, è stata inserita una prova di competenza, nella quale si richiede agli alunni, individualmente e in gruppo, di mettere in gioco le competenze acquisite e dimostrare quanto hanno appreso, realizzando un *compito di realtà*. Vengono suggerite varie modalità di verifica e non soltanto elaborati «carta e penna», con lo scopo di risolvere un problema reale o assolvere a un incarico utile e concreto. Tutto l'iter progettuale è riassunto nella Tabella 2.

#### *Verifiche e valutazioni: le prove di competenza*

L'iter progettuale di una azione didattica efficace non può prescindere dal momento della valutazione, che assume nel nostro progetto una rilevanza fondamentale. Coerentemente con tutto l'impianto educativo didattico di tipo laboratoriale, anche il momento conclusivo delle verifiche e successive valutazioni si basa su una molteplicità di proposte tali da garantire a ogni alunno il rinvenimento e l'utilizzazione della modalità più congeniale alle sue peculiari caratteristiche. Occorre precisare che la valutazione, nella nostra prospettiva, non è solo finalizzata all'atto finale della prova di competenza, ma si attualizza all'interno di ogni processo apprenditivo, attraverso i continui feedback che la stessa offre agli studenti per migliorare i loro apprendimenti e agli insegnanti per rendere sempre più efficaci e contestualizzate le proposte didattiche.<sup>7</sup> È una valutazione autentica che richiede agli alunni di impegnarsi e coinvolgersi in compiti e prestazioni riconoscibili e coerenti con la vita reale, offrendo loro la possibilità di dimostrare le competenze acquisite in modi anche molto diversi l'uno dall'altro.

Come accennato, le prove di competenza inserite per ogni nucleo tematico prevedono la realizzazione di un compito di realtà, accanto a modalità più standardizzate «carta e penna». Il realizzare un compito di realtà, come richiesto in ogni prova inserita, consente all'allievo di generalizzare, di trasferire e utilizzare in nuovi contesti ciò che sa e ciò che sa fare per risolvere un problema concreto in situazioni nuove e diversificate; in altre parole di dimostrare di essere diventato competente.

## Come usare il volume

L'idea di fondo, alla base di questo testo, è dimostrare come si possa utilizzare, con positivi riscontri negli apprendimenti e nella motivazione degli studenti, la didattica laboratoriale inserendola come prassi consueta e non come evento episodico nel curriculum disciplinare. L'impianto concettuale che permea tutta l'opera si basa su alcuni elementi essenziali, rinvenibili nelle unità di apprendimento di ogni laboratorio:

- il ruolo educativo riconosciuto al *gioco* e a tutte le *attività ludiche*, inserite in gran numero all'interno di ogni unità apprenditiva;

<sup>7</sup> Gentili G. (2011), *Intelligenze multiple in classe*, Trento, Erickson.

*Ho sempre pensato che il modo migliore per rendere la matematica interessante fosse quello di presentarla come se fosse un gioco. A livelli superiori, specialmente quando la matematica è applicata a problemi concreti, può e deve essere terribilmente seria. Ma nessuno studente può essere motivato a studiare, ad esempio, la teoria astratta dei gruppi dicendogli che la troverà bella, interessante, o addirittura utile se diventerà un fisico delle particelle elementari. Sicuramente il miglior modo per tenerlo sveglio è quello di presentargli giochi matematici, puzzle, paradossi [...]. Nessuno dice che un insegnante non debba fare altro che divertire i propri studenti. Deve esserci un interscambio tra serietà e divertimento: quest'ultimo tiene desto l'interesse, mentre la serietà giustifica il divertimento. Alla fine, lo studente potrà perfino essere sorpreso della quantità di matematica non banale che ha appreso senza neppure volerlo.*

(Martin Gardner)

In linea con le parole di Gardner, obiettivo primario del percorso laboratoriale progettato per questo nucleo è quello di far vivere e sperimentare ai ragazzi una nuova visione della matematica, non più ridotta a un insieme arido e decontestualizzato di regole da memorizzare e applicare, ma come strumento vivo e sfidante per scoprire, affrontare e risolvere problemi, esplorando relazioni e strutture osservabili in natura o prodotte dall'uomo. Le competenze individuate per il nucleo tematico (oltre a quelle relative ai tre nuclei di processo: Porsi e risolvere problemi; Argomentare e congetturare e Confrontare e modellizzare-generalizzare) che si concretizzano e si sviluppano nei percorsi laboratoriali inseriti sono:

- muoversi con sicurezza nel calcolo con i numeri interi, razionali e relativi, padroneggiando le diverse rappresentazioni;
- stimare grandezze numeriche di vario genere e il risultato di operazioni.

A conclusione del percorso laboratoriale, per verificare il livello di padronanza raggiunto da ogni alunno nelle competenze indicate, si propone la prova di competenza *Una nuova rete*, nella quale si chiede ai ragazzi di scegliere, tra diverse soluzioni, il progetto migliore per realizzare una nuova infrastruttura di rete a banda larga per la scuola.

## INDICAZIONI MINISTERIALI 2012

Nella scuola secondaria di primo grado si svilupperà un'attività più propriamente di matematizzazione, formalizzazione, generalizzazione. L'alunno analizza le situazioni per tradurle in termini matematici, riconosce schemi ricorrenti, stabilisce analogie con modelli noti, sceglie le azioni da compiere (operazioni, costruzioni geometriche, gra-

fici, formalizzazioni, scrittura e risoluzione di equazioni, ecc.) e le concatena in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema. Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di esporre e di discutere con i compagni le soluzioni e i procedimenti seguiti.

## OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO

- ▶ Eseguire operazioni, ordinamenti e confronti tra i numeri conosciuti (naturali, interi, frazionari e decimali) a mente e utilizzando gli usuali algoritmi scritti, le calcolatrici e i fogli di calcolo, valutando lo strumento più opportuno nelle diverse situazioni
- ▶ Utilizzare le proprietà delle operazioni per agevolare il calcolo mentale
- ▶ Dare stime approssimate per il risultato di una operazione e controllare la plausibilità di un calcolo
- ▶ Utilizzare il concetto di rapporto fra numeri o misure ed esprimerlo sia nella forma decimale, sia mediante frazione
- ▶ Comprendere il significato di percentuale e saperla calcolare utilizzando strategie diverse
- ▶ Individuare multipli e divisori di un numero naturale e comuni a più numeri
- ▶ Comprendere il significato e l'utilità del multiplo comune più piccolo e del divisore comune più grande, in matematica e in situazioni concrete
- ▶ Scomporre numeri naturali in fattori primi e conoscere l'utilità di tale scomposizione per diversi fini
- ▶ Comprendere il concetto di potenza e utilizzarne operazioni e proprietà
- ▶ Conoscere la radice quadrata come operatore inverso dell'elevamento al quadrato
- ▶ Descrivere con un'espressione numerica la sequenza di operazioni che fornisce la soluzione di un problema
- ▶ Eseguire espressioni di calcolo con numeri conosciuti, rispettando l'algoritmo delle parentesi e le convenzioni sulla precedenza delle operazioni
- ▶ Usare il linguaggio algebrico velocizzando anche il calcolo mentale
- ▶ Attivare processi di problem posing e problem solving
- ▶ Sviluppare il pensiero critico e strategico

## AREA LABORATORIALE 1 • Il giocoliere della matematica

Le tre unità di apprendimento con le quali si apre la prima area laboratoriale rappresentano un'introduzione al mondo della matematica. Con le attività in questione non si cerca soltanto di verificare le conoscenze e competenze pregresse, premessa comunque indispensabile all'inizio di ogni nuovo anno scolastico, ma anche e soprattutto di sfatare dei miti e pregiudizi legati alla materia, in particolare nella scuola secondaria. In tal senso giocherà un ruolo fondamentale la *matematica ricreativa*, teorizzata e interpretata da Martin Gardner,\* personaggio che introdurrà i ragazzi al coinvolgente mondo dei rompicapi e dell'illusionismo. Per quanto possibile, pur rimanendo nel rigore scientifico, questo laboratorio sarà improntato al gioco e alla curiosità. Inoltre, i quesiti proposti ai ragazzi serviranno a conoscere meglio loro stessi, i propri compagni di classe e i docenti. Il passaggio dalla scuola primaria alla secondaria è notoriamente il più delicato e per certi versi complesso dell'intero ciclo dell'istruzione e la matematica rappresenta forse il principale, spesso ingiustificato, spauracchio di questo raccordo. Si crede, in questa sede, che proporre attività ludiche e operative, ma contraddistinte comunque dal rigore tipico della materia, possano aiutare gli studenti a superare con maggior naturalezza il passaggio. Il laboratorio si apre con la presentazione del nuovo personaggio guida Martin Gardner e la proposta di risolvere un cruciverba numerico

o «crucinumero», un gioco enigmistico divertente che presuppone la conoscenza di vari codici e tecniche aritmetiche e matematiche. Tale attività, unita alle altre due, più logiche, manuali e spaziali, servirà a dare un'immagine della materia diversa dagli stereotipi cui gli studenti potrebbero essere abituati di una disciplina noiosa, fredda e spersonalizzata. La prima unità di apprendimento («Il cruciverba numerico»), serve da ripasso e verifica delle conoscenze sul linguaggio-codice matematico. La seconda unità («La mitica fila 3»), presenta un gioco diffusissimo in tutte le culture mondiali e di antichissima origine. Nonostante l'apparente semplicità, è un ottimo indicatore e stimolatore di abilità logico-spaziali, presupponendo per una riuscita efficace la messa in atto di diverse strategie e tattiche di gioco. La terza unità («Stretti come le sardine») propone ai ragazzi di cimentarsi con un gioco tridimensionale, prima semplicemente per giocare e in seguito per realizzarne uno nuovo. Anche in questo caso si tratta di un'attività ludica che mette in azione competenze logiche e spaziali, permettendo la verifica di conoscenze pregresse nel campo, oppure consolidandole e potenziandole laddove necessario. Il laboratorio termina con la quarta unità e la proposta del compito di realtà («Puzzle matematici»): ricomporre un puzzle dato, dopo aver mentalmente risolto problemi e calcoli aritmetici e logici.

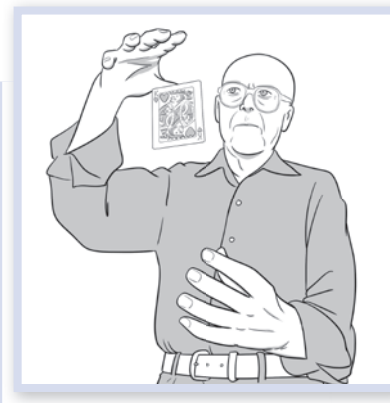
<b>Competenze di riferimento</b>	✓ Muoversi con sicurezza nel calcolo con i numeri interi e razionali, padroneggiando le diverse rappresentazioni
<b>Compito di realtà</b>	✓ Risolvere e ricostruire un puzzle matematico
<b>Obiettivi specifici di apprendimento</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Eseguire operazioni, ordinamenti e confronti tra i numeri conosciuti (naturali, interi, frazionari e decimali), a mente e utilizzando gli usuali algoritmi scritti, le calcolatrici e i fogli di calcolo, valutando lo strumento più opportuno nelle diverse situazioni</li> <li>✓ Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti</li> </ul>

\* Martin Gardner (1914-2010) è stato un matematico, illusionista e divulgatore scientifico statunitense, con interessi variegati che spaziavano in molti campi del sapere. Fu per molti anni il curatore della rubrica «Mathematical Games» sulla rivista *Scientific American* (la cui versione italiana era «Giochi Matematici», pubblicata su *Le Scienze*). È stato autore di oltre 65 libri e di innumerevoli articoli nel campo della matematica, scienza, filosofia e letteratura.

Organizzazione della classe	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Lavoro individuale</li> <li>✓ Lavoro a coppie</li> <li>✓ Grande gruppo (disposizione circolare)</li> </ul>
Organizzazione degli spazi	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Aula</li> <li>✓ Aula, banchi due a due (nel lavoro a coppie)</li> </ul>

DESCRIZIONE DELLE ATTIVITÀ (SEQUENZA APPLICATIVA)			
UA	ATTIVITÀ	MATERIALI	OSSERVAZIONI
1	<b>Il cruciverba numerico</b>	SCHEDA 1 SCHEDA 2A SCHEDA 2B SCHEDA 2C ALLEGATO 1 FOGLI DI CARTA FORBICI COLLA CARTELLONI PC SOFTWARE SPECIFICI	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
2	<b>La mitica fila 3</b>	SCHEDA 3	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
3	<b>Stretti come le sardine</b>	SCHEDA 4 SCHEDA 5 SCHEDA 6 ALLEGATO 2 BASTONCINI DI LEGNO (O ALTRO MATERIALE) FORBICI ALBUM DA DISEGNO COLORI PC	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
4	<b>Puzzle matematici</b>	SCHEDA 7 ALLEGATO 3 E 3A ALLEGATO 4 E 4A ALLEGATO 5 E 5A COLLA CARTONCINO FORBICI	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

## IL GIOCOLIERE DELLA MATEMATICA



«E adesso facciamo sparire un coniglio qui... e poi proponiamo quell'indovinello là...»

Salve a tutti cari ragazzi, sono **Martin Gardner!**

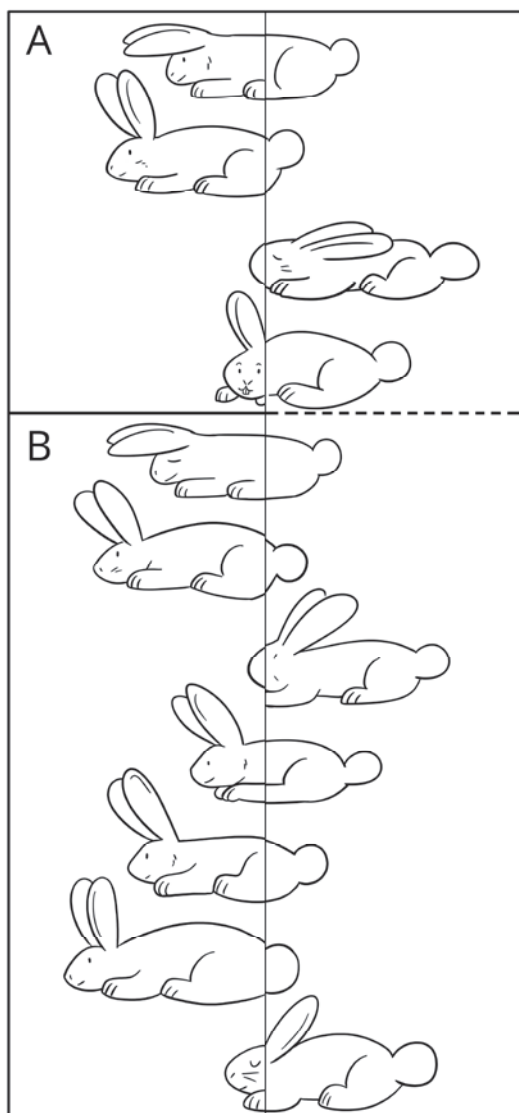
Nella vita ho fatto un po' di tutto, ma in particolare ho praticato la magia, l'illusionismo e la prestidigitazione. Soprattutto ho scritto, insegnato e coltivato la **matematica ricreativa**.

Cosa significa? È una matematica divertente, curiosa, «ingannevole» e allo stesso tempo rigorosa.

Cosa dite? Che non può esistere una matematica di questo tipo? La immaginate tutta al contrario?

Vi sbagliate cari ragazzi... vi sbagliate alla grande!

Vi accompagnerò in questa nuova avventura e cercherò di farvi ricredere su ciò che pensate del mondo dei numeri e delle figure.



Giusto per iniziare, ecco qui un assaggio tratto dagli innumerevoli «trucchetti» che ho proposto ai miei lettori. Si tratta del «mistero del coniglio scomparso»...

Nella figura si vedono 11 conigli. Giusto?

Bene, ora prendi l'allegato, ritaglia i rettangoli contrassegnati con A e B e scambiali di posto.

Adesso conta i coniglietti... Abracadabra, uno è scomparso!

Dov'è andato?

Prova a fare delle ipotesi, confrontale con quelle dei tuoi compagni e provate a dare la soluzione. Dai, non è poi così difficile!

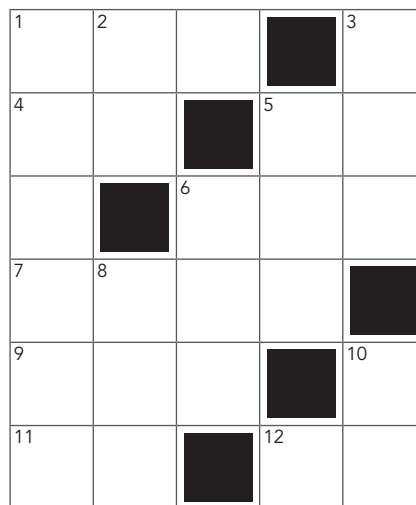
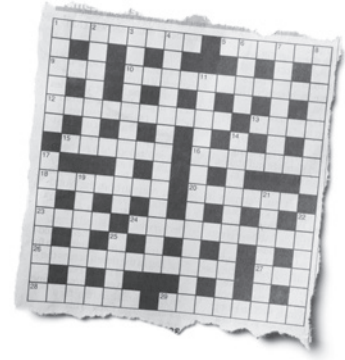
Ah, dimenticavo! Se vuoi conoscermi un po' meglio guarda questo video: «Martin Gardner: The best friend Mathematics ever had» ([www.youtube.com/watch?v=PyDnzAWTe0Y](http://www.youtube.com/watch?v=PyDnzAWTe0Y)). È in inglese, ma so che voi siete appassionati delle lingue straniere...

## IL CRUCINUMERO 1

Non è poi così male questa matematica, non trovi?

Allora proseguiamo, ho preparato per te un nuovo gioco.  
Si tratta di un cruciverba numerico: il **crucinumero**.

Le modalità di completamento sono le stesse di un cruciverba consueto: leggi le definizioni e inserisci i numeri al posto giusto. Lavora da solo, poi confronta i risultati con un tuo compagno, in coppia. Al termine, provate insieme a costruirne uno completamente nuovo per sfidare i vostri compagni... sorprendeteli!



### DEFINIZIONI

#### Orizzontali

1. Doppio di 313
4. Numero dei calciatori di ogni squadra in campo
5. XX
6. 5 unità, 3 centinaia, 2 decine
7. 85 per se stesso
9. 1 migliaio meno 3 centinaia
11. LXX
12. 1 centinaio meno 6 unità e 5 decine

#### Verticali

1. Il doppio di 305000 con l'aggiunta di 777
2. 100 diviso 10 + 1
3. 6 dopo 299
5. 15 alla seconda
6. 32 decine
8.  $(1000 : 4) - (10 \cdot 5)$
10. Caselle di una scacchiera

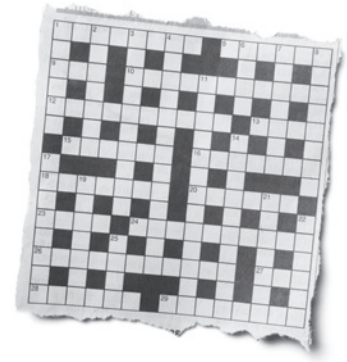


## IL CRUCINUMERO 2

Non è poi così male questa matematica, non trovi?

Allora proseguiamo, ho preparato per te un nuovo gioco. Si tratta di un cruciverba numerico: il **crucinumero**.

Le modalità di completamento sono le stesse di un cruciverba consueto: leggi le definizioni e inserisci i numeri al posto giusto. Lavora da solo, poi confronta i risultati con un tuo compagno, in coppia. Al termine, provate insieme a costruirne uno completamente nuovo per sfidare i vostri compagni... sorprendeteli!



1	2	■	■	3
4		■	5	
	■	6		
7	8			■
9			■	10
	■	■	11	

### DEFINIZIONI

#### Orizzontali

1.  $(5^7 : 5^2) : 5^3$
4.  $(30 \cdot 2 - 15) : 3$
5. 4 al quadrato
6. Somma degli angoli interni di un triangolo
7. 5 miglia, 5 centinaia, 3 decine, 2 unità
9. Un triangolo isoscele ha la base di 52 cm e il lato obliquo di 95 cm. Qual è la misura del perimetro?
11. hg corrispondenti a 8500 g

#### Verticali

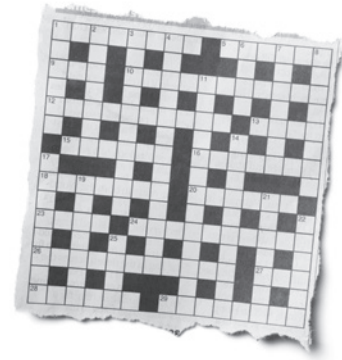
1. 461 per se stesso
2. Decametri in 5,5 hm
3. Gradi in un angolo giro
5.  $\left(\frac{36}{5} + \frac{35}{10} + \frac{19}{2}\right) \cdot 10 - 20$
6. Un negoziante vende 12 pentole a 20 euro ciascuna, se le aveva pagate 9 euro ognuna, quanto guadagna?
8. 16 al quadrato meno 202
10. MCD fra 50, 75 e 100

## IL CRUCINUMERO 3

Non è poi così male questa matematica, non trovi?

Allora proseguiamo, ho preparato per te un nuovo gioco. Si tratta di un cruciverba numerico: il **crucinumero**.

Le modalità di completamento sono le stesse di un cruciverba consueto: leggi le definizioni e inserisci i numeri al posto giusto. Lavora da solo, poi confronta i risultati con un tuo compagno, in coppia. Al termine, provate insieme a costruirne uno completamente nuovo per sfidare i vostri compagni... sorprendeteli!



1	2			3
4			5	
		6		
		7		
8	9		10	
11				

### DEFINIZIONI

#### Orizzontali

- $\sqrt{17^2 + 93^2} - 87^2 + 81$
- Calcolare il 7% di 500
- Il 2,5% di 1960
- Un triangolo rettangolo ha il cateto minore di 66 cm e quello maggiore di 88 cm. Quanto vale l'ipotenusa?
- La collezione di 150 figurine di Marco è formata per il 32% da calciatori. Quante sono le rimanenti?
- A un angolo alla circonferenza di  $26^\circ$ , corrisponde un angolo al centro di ...?
- Completa la terna pitagorica 5, 12, ...
- 2 operai impiegano 252 ore a erigere un muro. Quanto impiegherà un solo operaio?

#### Verticali

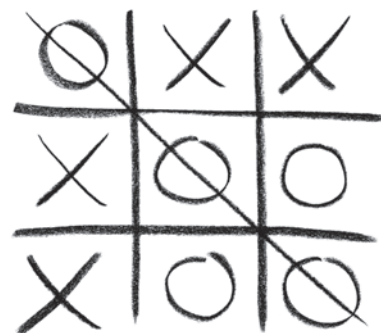
- Un rettangolo ha la base e l'altezza rispettivamente di 11 dm e 12 dm. Quanto misura l'area?
- $\frac{1500}{100}$
- $436^2 + (169 - 28)$
- Un rombo ha la diagonale maggiore e quella minore rispettivamente di 91,14 e 90 cm. Quanto misura l'area? (approssima il risultato per difetto)
- $\sqrt{121}$  (solo il risultato positivo)
- $\sqrt{100} + 3^2 \cdot 5$
- $(7,2 - 5,8) : 0,07$

## LA MITICA FILA 3

I giochi non finiscono qui... ti sfido ora alla mitica **fila 3**, che magari conosci con il nome di «filetto» o «tris».

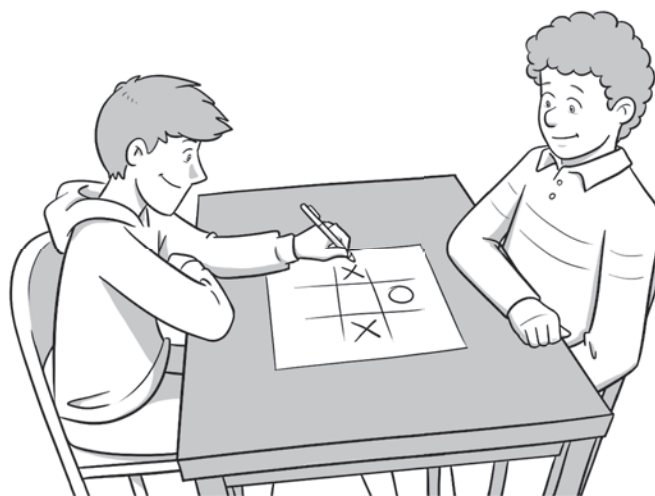
Credi sia troppo facile? Non sempre la realtà è come ci appare...

Prova, sfida un tuo compagno e ti accorgerai che per vincere hai bisogno di mettere in pratica tutto il tuo talento di stratega matematico!



### Regole di gioco

1. Disegnare preliminarmente la scacchiera a 9 posizioni.
2. Ogni giocatore mette, a turno, il proprio simbolo in una casella (in genere una X o un cerchietto). **Attenzione:** come prima mossa non si può mettere il proprio simbolo nella casella centrale (sarebbe troppo facile...).
3. Vince chi per primo allinea i propri 3 simboli (in verticale, orizzontale o diagonale).



## AREA LABORATORIALE 2 • Manipolazioni numeriche

Le quattro unità di apprendimento proposte nella seconda area invitano gli studenti a scoprire e sperimentare diverse e molteplici *manipolazioni numeriche*: potenze, numeri relativi, proporzioni ed equazioni. Con la prima unità («Scacchi... che potenza!»), si intende riproporre (visto che gli studenti lo conoscono già dalla scuola primaria) e consolidare ulteriormente il concetto di *potenza* e delle operazioni relative. Tale concetto può essere efficacemente introdotto utilizzando gli scacchi, gioco fortemente sostenuto in ambito scolastico anche dalla Commissione europea e già diventato disciplina di insegnamento in alcuni Paesi membri.\* Tale «sport mentale» è universalmente noto e riconosciuto come una delle attività che maggiormente predispongono bambini e ragazzi alla riflessione, alla pazienza, al corretto agonismo, alla costruzione di piani astratti «mentali», al pensiero logico, al problem solving, ecc. Con la seconda unità di apprendimento («La relatività dei numeri relativi»), ci si inoltra nel campo dei *numeri relativi*, argomento già toccato nella scuola primaria, che viene approfondito, nella scuola secondaria, con la relativa razionalizzazione dell'insieme corrispondente e formalizzazione algebrica. La terza unità («Calorie? Sì, ma nelle giuste proporzioni!») si focalizza sulla sperimentazione del concetto di *proporzione* e della sua operatività in situazioni concrete. Le proporzioni sono strumenti matematici essenziali; le applicazioni di questo relativamente semplice dispositivo matematico sono innumerevoli e permettono di semplificare questioni altrimenti risolvibili solo in maniera molto complessa. Lo stimolo per utilizzare le proporzioni è dato, in questa unità, dall'educazione alimentare, diventata in questi ultimi anni motivo di studio e in-

teresse tra i giovani. Diete ipercaloriche dovute all'eccesso di «junk food», di merendine e snack, disturbi alimentari che cominciano a insorgere in questa fascia di età, spreco alimentare, emergere di nuovi stili di vita legati al consumo solo di determinati alimenti, ecc. sono solo alcuni dei principali temi legati al cibo. Parlare di cibo significa allo stesso tempo affrontare le tematiche relative al carico energetico e alle calorie. Questo argomento viene trattato ampiamente nei testi scolastici di scienze, nei quali sono indicate, anche se in modo approssimativo, le calorie (o, meglio, kilocalorie o grandi calorie) raccomandate dall'OMS o da altri enti per le fasce di età e per le varie attività svolte. Il laboratorio procede poi con la quarta unità apprenditiva, dedicata alle equazioni («Le eque equazioni dei ceci»). Ogni insegnante ricorderà le difficoltà incontrate, in particolare nei primi tempi, nell'approccio alle equazioni. Il forte formalismo (ad esempio, quel segno dell'uguale che si trova al centro dell'«espressione»), quei rovesciamenti di operazioni e segni, i 2 principi di equivalenza e poi... le verifiche! Proprio per evitare tutto questo, si propone ai ragazzi di sperimentare un metodo che non è alternativo bensì complementare alla *ratio* algebrica. Si tratta di una visualizzazione concreta, tridimensionale e manipolabile di un'equazione, che utilizza oltre al canale pratico e visivo-spaziale anche quello linguistico, nell'ottica di rendere accessibile la comprensione anche agli alunni in difficoltà favorendo così una sempre maggiore inclusività della proposta didattica. L'ultima unità apprenditiva costituisce il compito di realtà e consiste nel progettare un menù settimanale corretto ed equilibrato per la mensa scolastica dei compagni più piccoli della scuola primaria («Menù ideale»).

<b>Competenze di riferimento</b>	✓ Muoversi con sicurezza nel calcolo con i numeri interi, razionali e relativi, padroneggiando le diverse rappresentazioni
<b>Compito di realtà</b>	✓ Progettare un menù settimanale per la mensa scolastica della scuola primaria

\* Zunino C. (2015), *A lezione di scacchi: giocare con Torri e Re aiuta in matematica*, la Repubblica, 28 ottobre, [www.repubblica.it/scuola/2015/10/28/news/a\\_lezione\\_di\\_scacchi\\_giocare\\_con\\_torri\\_e\\_re\\_aiuta\\_in\\_matematica\\_-126039402](http://www.repubblica.it/scuola/2015/10/28/news/a_lezione_di_scacchi_giocare_con_torri_e_re_aiuta_in_matematica_-126039402).

<b>Obiettivi specifici di apprendimento</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Utilizzare il concetto di rapporto fra numeri o misure ed esprimerlo sia nella forma decimale, sia mediante frazione</li> <li>✓ Comprendere il significato di percentuale e saperla calcolare utilizzando strategie diverse</li> <li>✓ Individuare multipli e divisori di un numero naturale e comuni a più numeri</li> <li>✓ Comprendere il significato e l'utilità del multiplo comune più piccolo e del divisore comune più grande, in matematica e in situazioni concrete</li> <li>✓ Scomporre numeri naturali in fattori primi e conoscere l'utilità di tale scomposizione per diversi fini</li> <li>✓ Comprendere il concetto di potenza e utilizzarne operazioni e proprietà</li> <li>✓ Conoscere la radice quadrata come operatore inverso dell'elevamento al quadrato</li> <li>✓ Eseguire espressioni di calcolo con numeri conosciuti, rispettando l'algoritmo delle parentesi e le convenzioni sulla precedenza delle operazioni</li> </ul>
<b>Organizzazione della classe</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Lavoro individuale</li> <li>✓ Lavoro a coppie</li> <li>✓ Piccolo gruppo</li> <li>✓ Grande gruppo (disposizione circolare)</li> </ul>
<b>Organizzazione degli spazi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Aula con spazio libero da arredi</li> <li>✓ Aula, banchi due a due (nel lavoro a coppie e in piccolo gruppo)</li> <li>✓ Palestra o spazio all'aperto</li> </ul>

DESCRIZIONE DELLE ATTIVITÀ (SEQUENZA APPLICATIVA)			
UA	ATTIVITÀ	MATERIALI	OSSERVAZIONI
1	<b>Scacchi... che potenza!</b>	SCHEDA 8 SCHEDA 9 SCHEDA 10 SCHEDA 11 SCHEDA 12 LIM o PC CHICCHI DI GRANO O DI RISO SCACCHIERA	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
2	<b>La relatività dei numeri relativi</b>	SCHEDA 13 SCHEDA 14 SCHEDA 15 SCHEDA 16 CARTONCINI GESSO O NASTRO ADESIVO COLORATO	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>



## UNITÀ DI APPRENDIMENTO 1

## SCACCHI... CHE POTENZA!

- ✓ **MATERIALI:** Scheda 8, Scheda 9, Scheda 10, Scheda 11, Scheda 12, PC o LIM, chicchi di grano o di riso, scacchiera
- ✓ **LUOGO:** aula

**Descrizione**

L'unità apprenditiva inizia con la lettura collettiva dell'affascinante «Leggenda di Sissa»,<sup>1</sup> sulla nascita del gioco degli scacchi. Quello che di questa leggenda — di cui esistono molte varianti — è importante notare ai fini matematici, è l'enorme chiarezza con la quale viene «sperimentato» e illustrato il concetto di potenza.

Nella leggenda, il geniale Sissa chiede al re, come ricompensa, un premio che dapprima sembra molto modesto, mentre in realtà si tratta di oltre 1000 miliardi di tonnellate di grano (in alcune versioni della leggenda si parla di riso)! Si invitano i ragazzi, con la Scheda 8, a trovare la soluzione provando concretamente a porre sulla scacchiera chicchi di grano o di riso seguendo la richiesta di Sissa, mettendoli così alla prova senza prima svelare la reale entità del premio richiesto. In coppia, i ragazzi cominciano a porre 1 chicco sulla prima casella, 2 sulla seconda, 4 sulla terza, 8 sulla quarta, ecc. via via raddoppiando fino all'ultima casella, la sessantaquattresima. Probabilmente incontreranno i primi problemi già all'ottava casella (128 chicchi). Al termine, nel grande gruppo si confrontano e si argomentano i risultati ottenuti dalle varie coppie e si arriva insieme alla formalizzazione del linguaggio matematico (potenze) per esprimere il lavoro realizzato sulla scacchiera (Scheda 9).

L'unità prosegue, nella Scheda 10, con la proposta di leggere un passo della *Divina Commedia* di Dante (dal «Paradiso») nel quale il Sommo poeta utilizza per l'appunto questa leggenda<sup>2</sup> per dare un'idea al lettore del numero degli angeli presenti nei cieli: «L'incendio suo seguiva ogni scintilla ed eran tante, che 'l numero loro più che 'l doppiar de li scacchi s'inmilla» (Paradiso, XXVIII, 91-93).

L'unità si conclude con la Scheda 11, nella quale i ragazzi fanno la conoscenza del matematico persiano al-Khwarizmi, studioso di emerito valore, vissuto fra l'VIII e IX sec. d.C., al quale, tra le altre cose, è fatta risalire l'origine del termine «algoritmo». Nell'attività, si chiede ai ragazzi di scoprire attraverso la visione di un video come l'uso delle potenze del 10 possa risultare interessante e utile per stimare e confrontare sia enormi grandezze sia quelle talmente piccole da risultare invisibili all'occhio umano. L'attività si conclude con la sfida di risolvere alcuni quesiti pratici (Scheda 12).

## UNITÀ DI APPRENDIMENTO 2

## LA RELATIVITÀ DEI NUMERI RELATIVI

- ✓ **MATERIALI:** Scheda 13, Scheda 14, Scheda 15, Scheda 16, cartoncini, gesso o nastro adesivo colorato
- ✓ **LUOGO:** aula, palestra o spazio all'aperto

**Descrizione**

L'unità di apprendimento, incentrata sull'esplorazione e applicazione in situazioni concrete dei numeri relativi (positivi e negativi)<sup>3</sup> ha inizio con la consegna della Scheda 13, nella quale si chiede ai ra-

<sup>1</sup> La leggenda è reperibile in: Nicodemo Mursia M. (2010), *Scacchi enigmi e matematica 2*, Milano, Mursia, p. 13.

<sup>2</sup> Questa leggenda sembra fosse notissima anche nel Medioevo con il nome di *duplicatio scacherii*.

<sup>3</sup> I *numeri positivi*, cioè numeri preceduti dal segno + e quelli *negativi*, preceduti dal segno -, complessivamente prendono il nome di *numeri relativi* il cui valore, quindi, è relativo al segno che li precede (Flaccavento Romano G., 2014, *Obiettivo competenze*, vol. 3 A, Milano, Fabbri).

gazzi, divisi in coppia, di indicare le probabili temperature registrate nelle città e nei luoghi raffigurati, in un tempo limite di 3 minuti. Fatto ciò, gli studenti confrontano in coppia le risposte date individualmente, per elaborare un'ipotesi condivisa che verrà presentata e argomentata nel grande gruppo. Questa prima attività darà l'incipit per esplorare l'insieme dei numeri relativi individuandone i diversi valori e distinguendo i numeri positivi e negativi.

Dopo questa iniziale esperienza, si propone ai ragazzi di sperimentare concretamente, con un gioco, il valore di questi numeri. Con la Scheda 14, sempre in coppia, si chiede di costruire due mazzi di carte (numerate da 1 a 10) di due colori diversi sul retro: il colore rosso designerà i numeri positivi con il segno +, mentre il nero i numeri negativi con il segno -. Per ogni mazzo di carte verrà disegnato anche un jolly. I due mazzi serviranno per il successivo gioco motorio in palestra (o in uno spazio all'aperto). Si predispongono il campo di gioco, disegnando in terra (ad esempio, sul pavimento della palestra) una linea retta orizzontale (Linea 0) e, a intervalli regolari (a 30 cm o a 50 cm di distanza, a seconda dello spazio a disposizione) si inseriscono dei segni sia davanti (in alto), sia indietro (in basso) alla Linea 0, che verranno indicati con +1, +2, +3, ecc. e -1, -2, -3, ecc. Il gioco si svolge in coppia, contemporaneamente agli altri compagni. Un componente per ogni coppia si dispone sulla Linea 0 mentre il compagno con carta e penna si pone davanti a lui porgendogli di volta in volta i due mazzi per «pescare» una carta che indicherà i movimenti da fare. Chi è sulla linea estrae una carta dal mazzo delle carte rosse (segni positivi) e procede in avanti di tanti step quanti ne indica il valore della carta. Mentre un membro della coppia si sposta, l'altro registra il movimento sul foglio. Fatto ciò, il primo ragazzo passa a estrarre una carta dal mazzo nero, che in questo caso, lo costringerà a retrocedere (dal punto in cui si trova in quel momento). Quando viene pescato un jolly, si raddoppiano i valori usciti nelle due estrazioni successive, sia in positivo che in negativo. Mentre un componente della coppia compirà il percorso in avanti e indietro in base alle carte estratte, l'altro registrerà tutte le estrazioni: i movimenti sul foglio creeranno in questo modo una somma algebrica costituita dall'intero insieme dei numeri relativi (+ e -). Il numero di estrazioni può essere liberamente deciso, si consiglia un minimo di 5-6 estrazioni. Successivamente, i ruoli si invertono, chi prima ha scritto ora si posiziona sulla Linea 0 e pesca le carte. Al termine del gioco, in circle time, si raccoglieranno le riflessioni dei ragazzi su quanto accaduto, si analizzeranno le somme algebriche scritte e si arriverà ad avere una più completa e significativa comprensione di questo insieme numerico.

L'unità di apprendimento si conclude con due attività, introdotte dalle Schede 15 e 16. In primo luogo si chiede di rappresentare graficamente, su una linea verticale graduata già predisposta, la somma algebrica relativa al percorso realizzato e registrata dal compagno di coppia. I movimenti in avanti indicati dalle carte rosse andranno segnati in rosso, quelli indietro in nero: il risultato finale sarà una linea a zig zag. Nella Scheda 16 vengono proposti esercizi di approfondimento e consolidamento.

### UNITÀ DI APPRENDIMENTO 3

## CALORIE? SÌ, MA NELLE GIUSTE PROPORZIONI!

- ✓ **MATERIALI:** Scheda 17, Scheda 18, Scheda 19, Scheda 20
- ✓ **LUOGO:** aula

### Descrizione

Nell'unità descritta, si propone di utilizzare le proporzioni per il calcolo delle calorie. Questa unità permette non solo di esercitare le competenze matematiche, ma diventa, allo stesso tempo, uno stimolo per affrontare temi di educazione alimentare: grazie all'uso di questo strumento matematico, gli studenti potranno rendersi conto di quanto, ad esempio, l'assunzione di una bibita gassata o di una merendina confezionata può incidere sul proprio fabbisogno giornaliero, orientandoli ad assumere sempre più comportamenti alimentari equilibrati.



Si propongono tre attività in ordine di difficoltà crescente attraverso le quali le proporzioni vengono sperimentate e utilizzate per:

- calcolare le kilocalorie di un alimento (attività individuale, Schede 17 e 18);
- calcolare il valore energetico di un pasto già fornito in scheda (lavoro a coppie, Scheda 19);
- ricalcolare le quantità degli ingredienti di una ricetta proposta per 6 persone adeguandola invece a tutta la classe (lavoro a coppie, Scheda 20).

## UNITÀ DI APPRENDIMENTO 4

### LE EQUAZIONI DEI CECI

- ✓ **MATERIALI:** Scheda 21, Scheda 22, Scheda 23, Scheda 24, Scheda 25, piatti di carta di tre colori diversi, fagioli o ceci, carte con i segni  $x$ ;  $y$ ;  $=$ ;  $+$  e  $-$
- ✓ **LUOGO:** aula

#### Descrizione

La quarta unità di apprendimento inizia con un brainstorming collettivo, nel quale l'insegnante chiede ai ragazzi cosa significa secondo loro il termine «equazione», se lo hanno mai sentito ed eventualmente in quale contesto. Si raccolgono le idee, che vengono confrontate e argomentate nel grande gruppo. Al termine si mostra, scrivendola alla lavagna o alla LIM, una semplice equazione di primo grado a una incognita, chiedendo ai ragazzi a cosa possa servire, concretamente, nella vita di tutti i giorni e come si possa risolvere trovando il valore della incognita. Dopo aver accolto le varie ipotesi dei ragazzi si dà una dimostrazione pratica del significato e della funzione dell'equazione in questione:  $4x = 20$ .

L'attività proposta con la Scheda 21,<sup>4</sup> molto utile anche per gli studenti con difficoltà o BES che faticano a comprendere percorsi e ragionamenti astratti, chiede ai ragazzi di risolvere concretamente il problema posto dalla semplice equazione: trovare il valore della  $x$  (è possibile usare qualsiasi lettera per indicare l'incognita).

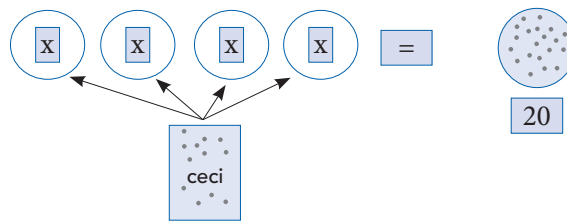
Si parte ricordando ai ragazzi che il numero 4 rappresenta 4 gruppi della stessa quantità, che dobbiamo scoprire ( $x$ ). Per risolvere il problema occorre, quindi, trovare il valore della « $x$ ». Posizionare 4 piatti di carta, tutti dello stesso colore, di fronte agli studenti. Sopra ogni piatto collocare una carta con scritta la lettera « $x$ ». Questi piatti rappresentano « $4x$ ». Mettere poi una carta con il segno  $=$  a destra dei piatti e, alla fine, un piatto di un colore diverso alla destra di questo simbolo. Chiedere agli studenti cosa si potrebbe trovare in questo piatto finale. Dopo che i ragazzi hanno capito che in quel piatto va collocato il numero «20», mettere una carta con questo numero sul piatto finale. Contare 20 ceci e posizzionarli dentro questo piatto. Fare in modo che gli studenti capiscano quanti ceci devono andare in ognuno dei 4 piatti per arrivare a 20. Ricordare che ogni piatto ne deve possedere lo stesso numero. Incoraggiare gli studenti a distribuire questi 20 ceci nei 4 piatti per aiutarli a risolvere «visivamente» il problema. Una volta che hanno completato questo compito, dimostrare come il problema può essere risolto matematicamente.

$$\begin{array}{l} 4x = 20 \\ 4x/4 = 20/4 \\ x = 5 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{con la distribuzione abbiamo applicato l'operazione} \\ \text{di divisione a entrambi i termini dell'equazione} \end{array} \right.$$

<sup>4</sup> L'attività, tradotta e rielaborata dai docenti dei gruppi IMAS – Intelligenze Multiple A Scuola, con la supervisione della dott.ssa Giuseppina Gentili, è un adattamento da: Viens J. e Kallenbach S. (2004), *Multiple intelligences and adult literacy*, Teachers College Press, New York, pp. 94-95.

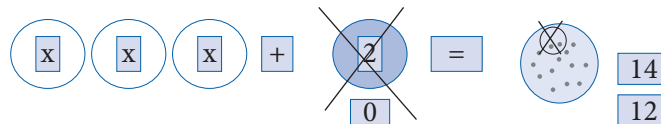
**Problema:** trovare il valore di  $x$

$$4x = 20$$



L'attività prosegue proponendo ai ragazzi, questa volta in coppia, di risolvere un ulteriore problema (definito da un'equazione) con un livello maggiore di complessità:  $3x + 2 = 14$ . In questo caso, viene suggerito il risultato ( $x = 4$ ). Gli studenti dovranno provare che se questa risposta è effettivamente corretta e dimostrarla passo dopo passo con la rappresentazione visuale dei piatti, alla quale seguirà quella matematica.

$$3x + 2 = 14$$



**Se:**  $x = 4$

**Richiesta:** verificare la correttezza della risposta

Al termine del tempo assegnato, ogni coppia mostra agli altri la dimostrazione concreta effettuata e la soluzione matematica proposta. Collettivamente si passa a verificare la correttezza delle soluzioni ed eventualmente a correggerle.

Si prosegue poi proponendo (Scheda 22) di riflettere su come sia possibile tradurre linguisticamente situazioni reali risolvibili con le strategie algebriche sperimentate. Quando gli studenti diventeranno più abili a risolvere problemi, si potranno far lavorare da soli o in coppia o in piccoli gruppi (composti al massimo da tre componenti) per risolvere problemi con un quoziente di difficoltà sempre più elevato. È possibile predisporre dei cartoncini in cui da una parte ci sia l'equazione da risolvere e sul retro sia riportata la soluzione matematica (modalità algebrica di risolvere il problema).

Ad esempio, se su un lato del cartoncino è scritta l'equazione  $2x + 3y = 19$ , sapendo che  $x = 2$  (ovviamente qui va risolta per  $y$ ), dall'altra parte sarà riportata questa soluzione algebrica:

$$2x + 3y = 19$$

$$(2 \cdot 2) + 3y = 19$$

$$4 + 3y = 19$$

$$3y = 19 - 4$$

$$3y = 15$$

$$3y/3 = 15/3 \text{ (oppure } y = 15/3)$$

$$y = 5$$

È importante dare libertà a ognuno di scegliere il metodo a lui più congeniale per risolvere il problema. Quelli che si sentono in grado di affrontarlo subito algebricamente possono risolverlo semplicemen-

te sul quaderno e poi controllare le loro risposte sul retro della carta. Coloro che invece sono incerti su come procedere possono iniziare guardando subito la soluzione e, successivamente, seguire la strategia che preferiscono per verificare la correttezza della risposta.

Quando anche questi studenti prenderanno coraggio e si sentiranno più abili e sicuri, è fondamentale incoraggiarli a tentare sempre per prima la soluzione matematica.

Un altro accorgimento importante è quello di mantenere materiali simili a quelli già utilizzati per la precedente attività sempre a disposizione, in modo che siano facilmente fruibili e utilizzabili dagli studenti quando ne sentono l'esigenza, per rivedere queste conoscenze in qualsiasi momento essi lo desiderino.

Mano a mano che gli studenti fanno queste esperienze e risolvono questi problemi, vengono invitati a registrare il loro lavoro sul quaderno scegliendo la modalità che preferiscono: con disegni e/o diagrammi, in modo discorsivo con spiegazioni scritte o direttamente per via matematica. Ogni studente può sviluppare modi unici di sintetizzare e spiegare il lavoro eseguito e raffigurare le soluzioni ai problemi; queste modalità riflettono i canali apprenditivi preferenziali di ciascuno.

A un livello più complesso si prosegue con le Schede 23, 24 e 25, nelle quali si fa riferimento all'uso delle equazioni applicate a situazioni di vita quotidiana e reale: passeggiata/corsa (la velocità, come rapporto tra il tempo e lo spazio percorso) e il confronto con temperature atmosferiche espresse in altre unità di misura (temperature in Fahrenheit negli Stati Uniti).

## UNITÀ DI APPRENDIMENTO 5

### MENÙ IDEALE

- ✓ **MATERIALI:** Scheda 26, Allegato 6, Allegato 7, Allegato 8, Allegato 9, Allegato 10
- ✓ **LUOGO:** aula

#### Descrizione

Con l'ultima unità si propone di realizzare il compito di realtà: progettare un menù settimanale (su 5 giorni) per la mensa dei compagni più piccoli di scuola primaria, rispettando il fabbisogno calorico corretto per un pranzo e tenendo presente l'apporto energetico e la variabilità nutritiva adeguati per bambini di 6-10 anni (secondo le indicazioni dell'European Food Safety Authority – EFSA). Per la soluzione dell'incarico assegnato, i ragazzi dovranno mettere in gioco molti degli apprendimenti sperimentati nelle unità precedenti, attivando così le competenze acquisite. Nel presente lavoro gli studenti potranno inoltre toccare con mano come due scienze apparentemente distinte (la matematica assiomatico-deduttiva e la biologia induttivo-sperimentale) possano in realtà incontrarsi e cooperare perfettamente.

Si formano gruppi da tre e si struttura l'attività cooperativa *Teste numerate insieme*;<sup>5</sup> questa tecnica favorisce l'instaurarsi di una forte interdipendenza positiva attivando le risorse di tutti i membri, alla ricerca della soluzione di gruppo, di cui ciascuno sarà però individualmente responsabile. A ogni membro del gruppo si affida l'incarico di occuparsi di una portata (primi piatti, secondi piatti, frutta e verdura; Scheda 26), diventarne esperto attraverso la consultazione delle tabelle nutrizionali fornite (Allegati 6, 7, 8 e 9) e calcolarne il quantitativo ideale da utilizzare per ogni pasto (il calcolo va fatto su tutti gli alimenti inseriti nella propria tabella).<sup>6</sup> Ogni ragazzo, quindi, riceverà l'Allegato 6 e uno degli altri tre allegati; chi si occuperà dei primi piatti riceverà l'Allegato 7, chi si occuperà dei secondi piatti riceverà l'Allegato 8 e chi si occuperà della frutta e verdura l'Allegato 9. Al termine del tempo stabilito (che ogni insegnante, contestualmente alla propria realtà scolastica, definirà), i ragazzi condividono i propri lavori e insieme

<sup>5</sup> Per un ulteriore approfondimento si rimanda a Kagan S. (2000), *L'apprendimento cooperativo: l'approccio strutturale*, Roma, Edizioni Lavoro.

<sup>6</sup> L'indicazione delle calorie è stata adattata da «Tabelle calorie alimenti», [www.dossier.net/utilities/calorie\\_calcolo/calorie.htm](http://www.dossier.net/utilities/calorie_calcolo/calorie.htm).

progettano in tabella cinque opzioni di menù (uno per giorno; Allegato 10). Nell'elaborazione del menù dovranno rispettare le indicazioni fornite rispetto al fabbisogno energetico e nutrizionale per un bambino dai 6 ai 10 anni (Allegato 6)<sup>7</sup> e alla adeguata alternanza dei principi nutrizionali fondamentali per una buona crescita.

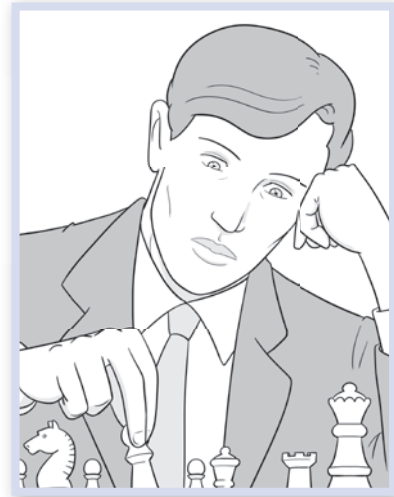
A completamento del compito si prevede una argomentazione di gruppo e intergruppo delle scelte effettuate e la presentazione delle proprie proposte di menù, che verranno prese in considerazione e vagliate dalla commissione scolastica e dal dirigente.

---

<sup>7</sup> «L'EFSA stabilisce il fabbisogno medio di apporto energetico», [www.efsa.europa.eu/it/press/news/130110](http://www.efsa.europa.eu/it/press/news/130110).

## SCACCHI... CHE POTENZA!

Miei cari studenti, io sono **Bobby Fischer**, un campione mondiale di scacchi, e sono famoso per la mia genialità ed eccentricità. Da ora in poi mi incontrerete spesso... tutte le volte che si parlerà di scacchi: il re dei giochi!



Come prima cosa, cercheremo di scoprire l'origine di questo gioco, a partire dal suo inventore (almeno così si dice...): il **leggendario Sissa**.

Ricordate la sfida al re e cosa chiese all'altezzoso sovrano?

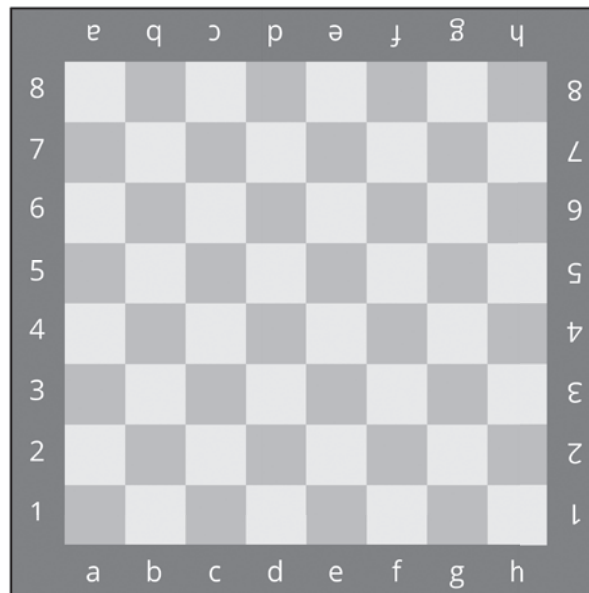
Bene, allora forma una coppia con un compagno e prendete una scacchiera, poi provate a calcolare a quanto ammonta (in chicchi di grano) la ricompensa chiesta da Sissa.

Come, troppo facile? Non ne sarei tanto convinto: provare per credere!

Cominciate dalla prima casa e procedete seguendo le istruzioni di Sissa: mettete un chicco di grano (o di riso) sulla prima casa, 2 sulla seconda, 4 sulla terza, 8 sulla quarta, 16 sulla quinta e così via... raddoppiando sempre la quantità precedente.

Secondo me non riuscirete a superare la settima casa...

Provate a scoprire a quanto ammonta la richiesta di Sissa, poi discutetene con il resto della classe.

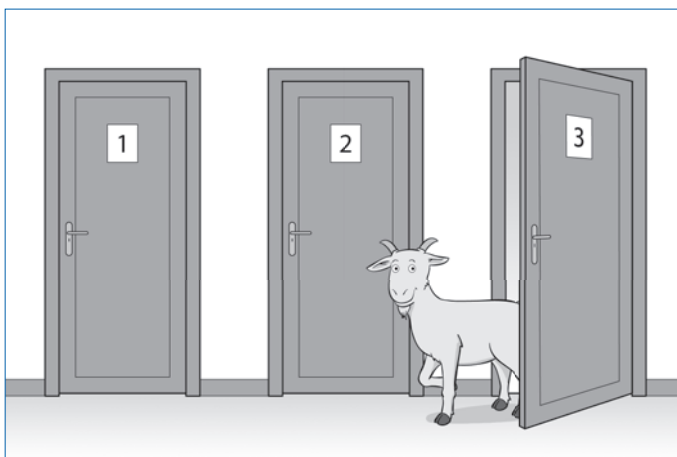


## DIMOSTRAZIONE IN ATTO

Enigma risolto!

Ora che siete dei veri esperti non resta altro da fare che preparare il materiale e andare nelle altre classi a stupire i vostri compagni.

Realizzate dei cartelloni per rappresentare porte, capre e auto, preparate schemi o diagrammi (scegliete voi cosa è meglio fare o cosa vi può essere di aiuto alla spiegazione) ed elaborate una dimostrazione chiara ed esauriente.



Stabilite chi di voi farà il presentatore, chi il concorrente... e il terzo farà l'esperto matematico!

Mi raccomando, l'importante è far capire che anche ciò che sembra intuitivamente scontato in realtà non lo è affatto!

Ricapitolando:

Se accetto di cambiare ho  $\frac{2}{3}$  di probabilità di vincere la macchina e  $\frac{1}{3}$  di portarmi a casa la capra. Quindi conviene cambiare la prima scelta, per avere una probabilità pari al 66,66% di vincere la macchina, contro il 33,33% di trovare l'altra capra.

Ricorda: il presentatore, aprendo **non a caso** una porta (con la capra), ci aiuta. Noi ne approfittiamo per massimizzare la nostra probabilità di vittoria!



## TABELLA SOLUZIONI POSSIBILI

